

低轨巨型星座的内部碰撞风险评估与构型设计策略^{*}

闭佳^{1,2} 石悦彤^{1,2} 刘晓东^{1,2†}

(1. 中山大学深圳校区 航空航天学院, 深圳 518107)

(2. 中山大学深圳校区 深圳市智能微小卫星星座技术与应用重点实验室, 深圳 518107)

摘要 本文主要研究了低轨(low-Earth orbit, LEO)巨型星座部署期间的内部碰撞风险,并以构建的 Walker 星座为例,探讨了轨道倾角和相位参数对星座内部碰撞风险的影响。研究采用了未考虑摄动效应的球面几何法和考虑摄动效应的碰撞概率法,计算了星座的最小距离和碰撞概率这两个风险指标。碰撞风险分析结果表明,考虑摄动后星座的最小距离整体有所减小;同时,最小距离指标和碰撞概率风险指标的最优构型在考虑摄动时表现出一致性。此外,研究发现星座的最小距离随轨道倾角增加呈 2°至 6°的周期性波动。据此,提出了一种通过微调轨道倾角来降低碰撞风险的优化策略,并设计了一种在计算资源受限时提升分析精度的构型设计策略,即针对倾角和相位参数的“几何法初筛—摄动细筛”策略。

关键词 低轨巨型星座, 碰撞风险, 轨道倾角, 构型设计

中图分类号:V412.4

文献标志码:A

Internal Collision Risk Assessment and Configuration Design Strategy of LEO Large Constellations^{*}

Bi Jia^{1,2} Shi Yuetong^{1,2} Liu Xiaodong^{1,2†}

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Shenzhen Campus, Shenzhen 518107, China)
(2. Shenzhen Key Laboratory of Intelligent Microsatellite Constellation, Sun Yat-sen University, Shenzhen Campus,
Shenzhen 518107, China)

Abstract As the deployment of low-orbit large constellations reaching its peak with rapidly expanding scales, this study investigates the internal collision risks during the deployment of large low-Earth orbit (LEO) satellite constellations. A constructed constellation is used as an example to analyze the effect of phase parameters and orbital inclination on internal collision risk. Two methods are employed: the spherical geometry method, which does not consider perturbation effects, and the collision probability method, which does consider perturbation effects, to calculate the constellation's minimum distance and collision probability. Collision analysis reveals that the overall minimum distances decrease when perturbations are considered. Moreover, consistency is observed between the optimal configurations for minimum distance and collision probability indices when perturbations are taken into account. The study also discovers that the minimum distances of the constellation fluctuate periodically by 2° to 6° as orbital inclination increases. Based on these findings, an optimization strategy is proposed that involves fine-tuning the orbital inclination to reduce collision risks. Additionally, a configuration design strategy is designed to improve the computation precision with limited computational resources, namely the “initial screening

2024-09-05 收到第 1 稿, 2024-10-14 收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目(12311530055, 12002397), 深圳市科技计划资助项目(ZDSYS20210623091808026), National Natural Science Foundation of China (12311530055, 12002397), Shenzhen Science and Technology Program (ZDSYS20210623091808026).

† 通信作者 E-mail: liuxd36@mail.sysu.edu.cn

of inclination by geometric method followed by detailed phase parameter screening with perturbation".

Key words large low-Earth orbit constellation, collision risk, orbital inclination, configuration design

引言

近年来,以 Starlink、OneWeb、GW 等为代表的低轨巨型星座因其覆盖率高、低时延等优势^[1,2]成为了航天领域的研究热点,多个国家和公司均已在部署或计划部署此类星座^[3]。这些低轨星座在部署完成之后,轨道中将会新增数万颗卫星。随着星座规模大幅扩增,其内部碰撞的概率也显著增加,一旦发生碰撞,在凯斯勒效应的作用下将会产生灾难性后果^[4,5]。因此,如何降低巨型星座的内部碰撞风险,已成为了一个紧迫且重要的问题。

巨型星座通常采用 Walker 构型,在其构型参数中,星座的卫星总数、轨道面数和轨道高度主要根据任务需求确定,因此轨道倾角、相位参数成为优化星座碰撞风险的关键因素^[6]。因此本文主要研究轨道倾角与相位参数对星座内部碰撞风险的影响,并根据其影响规律提出相应的星座构型设计策略。

关于如何量化星座的碰撞风险,目前已有许多学者进行了相关的研究。部分研究基于轨道演化来分析星座的碰撞风险。比如李翠兰等使用 BOX 法和碰撞概率法研究了大型低轨航天器与星座卫星的碰撞风险^[7];田鑫等利用碰撞概率法分析了 Starlink 星座部署后对其他卫星在轨安全的影响^[8];Zhang 等^[9]通过碰撞概率法分析了近地轨道巨型星座对空间运行环境的短期影响;Liang 等^[10]基于轨道演化分析进行星座最小距离计算,以星座内部碰撞风险为优化指标,得到了 Starlink Phase 1 Version 3 和 Kuiper Shell 2 星座的最佳相位参数值。其中,只有 Liang 等^[10]没有使用碰撞概率法而是使用最小距离进行评估,且研究对象是星座内部碰撞。

此外,部分研究并未涉及轨道演化,而是基于球面几何关系进行分析。比如云朝明等^[6]从基于球面几何理论的最小相位差出发,考虑星座的最大漂移量分析了 Starlink 第一期星座的安全性能;吴启星等^[11]考虑在结构型发散与维持偏差,基于球面几何方法对 Walker 构型的安全性进行了分析。

为了探讨摄动效应(考虑与否)、最小距离指标和碰撞概率指标在评估结果上的差异,本文通过结合球面几何法与碰撞概率法对构建星座的构型进行评估,进而提出一个兼顾精度和计算效率的星座内部碰撞风险评估策略。

在将要研究的轨道倾角与相位参数两个变量中,由于覆盖率的要求,倾角的可调节幅度通常较小,相位参数的调整相对来说更灵活。因此在分析星座碰撞风险时,以相位参数和倾角为变量,优先考虑调整相位参数。本研究将首先评估不同相位参数下的风险表现,进而确定各子星座的最佳相位参数值及其对应的风险状况,并进一步横向对比不同倾角下的星座内部的碰撞风险变化。

1 研究方法

1.1 不考虑摄动的球面几何法

Walker 星座构型的特征码为 $N/P/F$,其中 N 为卫星数目, P 为轨道平面数, F 为相位因子。相位因子 F 决定了相邻轨道面之间卫星的相位差关系,可取值为 0 到 $P-1$ 之间的任意整数。初始时刻第 m 个轨道面的第 n 颗卫星的初始升交点赤经和相位可以表示为

$$\Omega_{mn} = \frac{360}{P} \quad (1)$$

$$u_{mn} = 360 \left(\frac{m}{S} + F \frac{n}{N} \right) \quad (2)$$

式中: S 为每个轨道平面卫星数,即 $S=N/P$ 。

通过球面两点间的几何关系可推导得到最小距离的计算公式如下^[12]

$$r_{\min} = \arccos \left(\cos^2 \frac{\Delta u_0}{2} - \sin^2 \frac{\Delta u_0}{2} \cos \Delta \Omega_0 \right) \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \Delta \Omega_0 = \arccos(\cos^2 i + \sin^2 i \cos \Delta \Omega) \\ \Delta u_0 = \Delta u + 2 \arctan \left(\tan \frac{\Delta \Omega}{2} \cos i \right) \end{cases} \quad (4)$$

式中: i 为轨道倾角; $\Delta \Omega$ 为两卫星轨道面的升交点赤经之差; Δu 为两卫星的相角差。

1.2 考虑摄动的碰撞概率法

碰撞概率法需要基于最接近时刻两目标的位置、速度以及位置协方差矩阵进行计算。其中,最接近时刻两目标的位置、速度信息需要基于轨道演化得到的位置速度进行接近分析,采用文献[13]提出的结合运动学筛选和相对距离函数法的思路进行计算。设定两目标之间的危险距离 D ,在给定时间段内,判断两个目标之间是否存在小于给定危险距离的情况,如果存在,则计算两目标的最接近时刻和对应的最小距离。

运动学筛选法可以筛选掉99%的时间区间^[14],分为两步进行。第一步针对两目标的相对位置进行筛选,将相对距离的模 r_d 及三个坐标轴分量与阈值距离 D_1 进行比较。阈值距离 D_1 代表两目标相向运动时在该区间时间 Δt 内运动的距离,计算公式如下:

$$D_1 = D + (\sqrt{\mu/r_{pe,t}} + \sqrt{\mu/r_{pe,r}}) \Delta t \quad (5)$$

式中: $r_{pe,t}$ 、 $r_{pe,r}$ 分别为目标物和危险物的近地点地心距; μ 为地心引力常数; D 为给定危险距离。

若相对距离的模 r_d 及其分量中的任意一个值大于 D_1 ,则可排除接近事件的存在,并计算后续可跳过的区间数 N_{skip}

$$N_{skip} = \text{int} \left[\frac{r_d - D_1}{(\sqrt{\mu/r_{pe,t}} + \sqrt{\mu/r_{pe,r}}) \Delta t} \right] \quad (6)$$

若第一步筛选不能排除危险物,则针对两目标的相对速度 \dot{r}_d 进行第二步筛选。将阈值距离与相对距离进行比较,若阈值距离 D_2 小于相对距离 r_d ,则可排除危险。阈值距离 D_2 的计算公式如下

$$D_2 = D + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 + |\dot{r}_d \cdot r_d / r_d| \Delta t \quad (7)$$

式中: g 为重力加速度。

对于筛选得到的危险区间,利用相对距离函数法插值计算出每个区间中目标物和危险物的最接近时刻及对应的最小距离^[15,16]。

由于涉及加速度的高阶插值可能会由于龙格现象得到额外的虚假极小值^[16],因此本文采用三阶插值对接近曲线进行拟合,并通过求极值的方法来确定最接近时刻 τ_{tca} 。将 τ_{tca} 代入拟合曲线可得到区间内的最小距离 r_{min} ,若 r_{min} 小于危险距离 D ,则记录此次接近事件。

最接近时刻的位置误差矩阵使用相对运动代

数法模型的C-W方程对轨道进行误差传播分析,通过公式可以将初始的位置协方差矩阵 P_0 外推^[17],获得所需时刻 t 的位置协方差矩阵 $P(t)$

$$P(t) = \Phi(t) \cdot P_0 \cdot \Phi^T(t) \quad (8)$$

式中: $\Phi(t)$ 为C-W方程的状态转移矩阵。

误差传播的过程在RSW星基坐标系中进行。RSW坐标系原点为目标质心,R轴沿地心指向矢径方向;S轴在目标轨道平面内与矢径垂直,指向运动方向;W轴满足右手螺旋法则^[18]。通过传播分析可得到两目标在RSW坐标系中的位置协方差阵 P_{1RSW} 和 P_{2RSW}

$$P_{1RSW} = \begin{bmatrix} \sigma_{1R}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{1S}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{1W}^2 \end{bmatrix}, P_{2RSW} = \begin{bmatrix} \sigma_{2R}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2S}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{2W}^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

最接近时刻两目标处于与相对速度矢量垂直的相遇平面上,因此可以将三维问题转化为二维问题,把位置不确定性投影到相遇平面进行碰撞概率的计算,通过坐标转移矩阵对两目标的位置协方差阵进行转换^[4,19]。通常假设两目标协方差矩阵不相关,因此可将两个协方差矩阵直接相加,取相遇平面内的两个分量方向得到二维联合协方差矩阵^[4,20]

$$P = \begin{bmatrix} \sigma_{1R}^2 + \sigma_{2R}^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_{1S}^2 + \sigma_{2S}^2) \cos^2 \frac{\varphi}{2} + (\sigma_{1W}^2 + \sigma_{2W}^2) \sin^2 \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_k^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{SW}^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

碰撞概率可转化为在相遇平面上危险物进入目标物的碰撞圆域内的概率,在计算上则表示为概率密度函数在危险区域上的积分。碰撞概率 P_c 的计算公式为

$$P_c = \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} f(x,y) dx dy \quad (11)$$

式中: $f(x,y)$ 为概率密度函数; R 为两目标的半径之和。

空间目标的位置误差满足正态分布^[21],二维正态分布概率密度函数表达式为

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} \right] \right\} \quad (12)$$

式中: μ_x 、 μ_y 为两目标在相遇坐标系中的距离分量; σ_x 、 σ_y 为相遇坐标系中两目标相对位置分量的

方差.

通过近似分析可推导碰撞概率的显式表达式^[17],在保证精度的同时大大减小计算量,相对截断误差可控制在 10^{-5} 量级及以下^[22],计算公式如下.

$$P_c = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{\mu_y^2}{\sigma_y^2}\right)\right] \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_x\sigma_y}\right)\right] \quad (13)$$

近似简化后,可得圆轨道情形下的碰撞概率显式表达式,通过最接近时刻对应的在 RSW 坐标系中的最小距离分量及联合误差方差来表示.

$$P_c = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R^2}{\sigma_R^2} + \frac{S^2 + W^2}{\sigma_{SW}^2}\right)\right] \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_R\sigma_{SW}}\right)\right] \quad (14)$$

表 1 星座构型参数

Table 1 Configuration of the four constellations

Constellation	Orbital altitude/km	Inclination/(°)	Number of orbital planes	Number of satellites in each orbital plane	Number of satellites
C1	1 000	30	40	30	1 200
C2	1 000	40	40	30	1 200
C3	1 000	50	40	30	1 200
C4	1 000	60	40	30	1 200

以星座的最小距离(即最小星间距)为危险指标,通过 1.1 节的球面几何法和 1.2 节基于轨道演化的接近分析两种方法,计算每个星座的最佳相位参数 F ,并进一步计算不同倾角下的星座碰撞风险变化.

2.1 相位参数评估

使用两种方法分别计算星座在不同相位参数下的最小星间距. 对位于 1 000 km 高度带的星座进行动力学建模,考虑加速度量级在 10^{-6} 及以上的摄动力:地球非球形项引力场带谐项 J_2 和日月引力^[23,24],为得到一个完整的轨道位置对星座进行一个轨道周期的仿真和最小星间距计算.

通过两种不同方法得到的结果如图 1 所示,可以观察到当相位参数为偶数值时最小星间距均为零,而奇数值不为零,这与文献[25]提到的现象一致. 而考虑摄动影响后,星座的最小距离普遍下降,这说明在摄动考虑下的碰撞风险可能增加. 对于不同的星座,在摄动的影响下,C1 和 C3 星座的最佳 F 值仍保持一致,分别为 37 和 35;而其余两个星座的最佳 F 值出现了不一致的现象. 但值得注意

使用显式表达式与一般方法进行计算的相对误差不超过 0.5%^[17],其精度可满足碰撞风险评估的需求.

2 星座碰撞风险初步评估

为了探究相位参数及轨道倾角的影响,本文构建了四个不同轨道倾角的 Walker 星座,为了控制变量,将其余轨道参数设为相同的数值,构建的四个星座具体构型参数如表 1 所示. 本研究将对所有可能的 F 值进行遍历,以找出四个星座在特定倾角下的最佳 F 值,从而最小化碰撞风险. 并取各自的最佳 F 值为最佳构型,进行不同倾角下的碰撞风险对比.

的是,它们考虑摄动的最佳参数在未考虑摄动时均为表现排名前三以内的相位参数,这说明考虑摄动后的最佳相位参数变化不大.

因此,在计算特定倾角下的最佳相位参数时,可以首先采用计算量较小的几何法筛选出表现较好的相位参数,随后再基于轨道演化内纳入摄动因素进行进一步筛选.

结合不考虑摄动与考虑摄动的计算结果,可以得到四个星座的最佳相位值以及对应的最小星间距,如表 2 所示. 在各自取最佳相位参数值的情况下,星座的最小星间距出现了随倾角增加而减小的趋势.

考虑摄动后的最小星间距下降量如图 2 所示,不同构型的下降幅度基本在 0° 至 0.6° 之间.

表 2 四个星座考虑摄动的最佳相位值

Table 2 The best F values of four constellations when considering perturbations

Constellation	Best value of F	Minimum distance/(°)
C1	37	0.368 3
C2	9	0.335 1
C3	35	0.285 8
C4	37	0.271 2

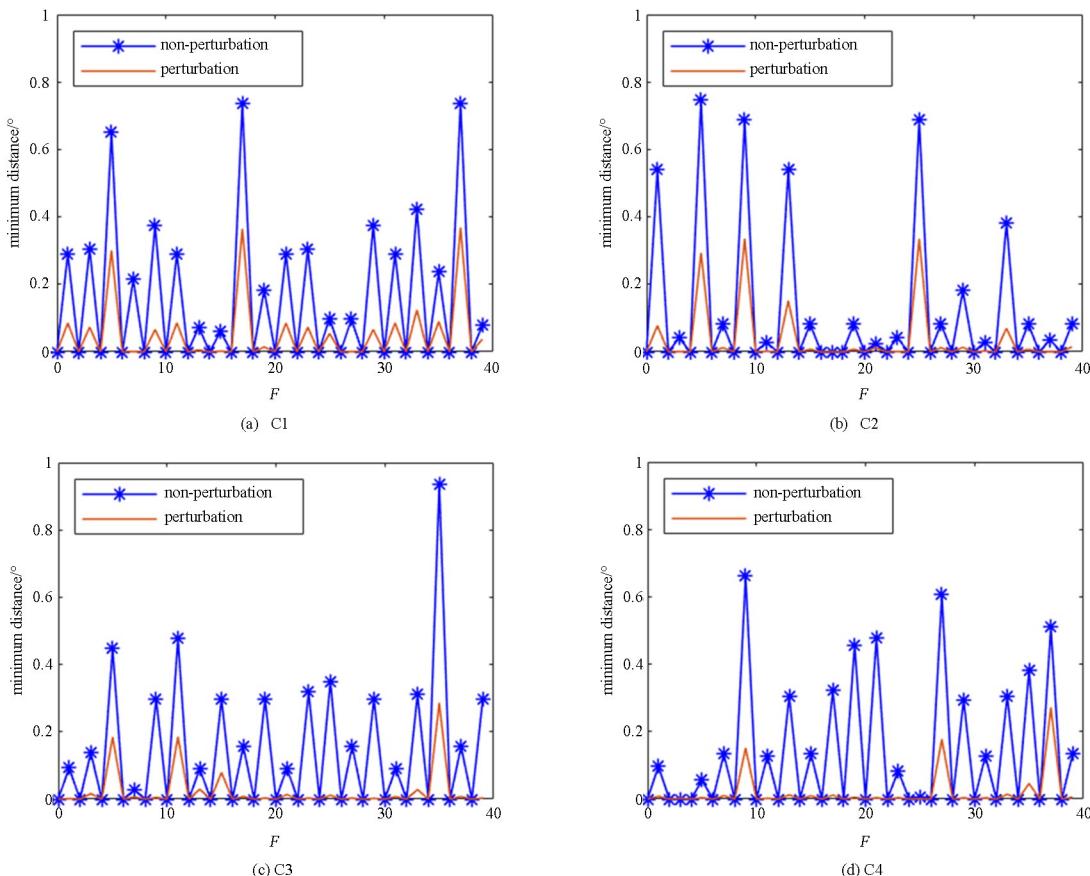


图1 四个星座在不同相位参数下的最小星间距

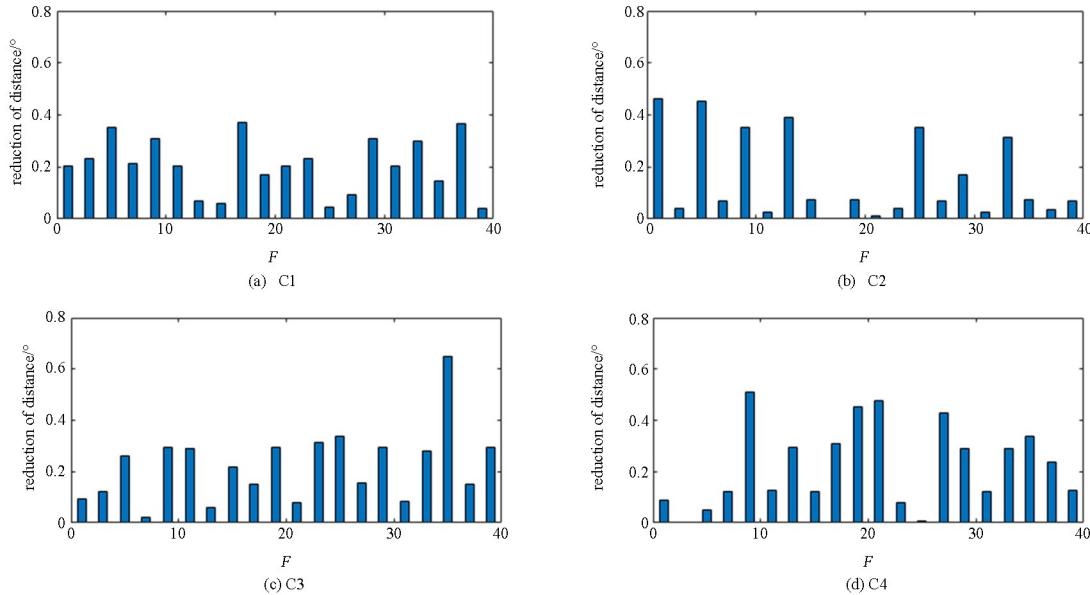
Fig. 1 Minimum distances of four constellations under different F 

图2 四个星座考虑摄动后的星间距下降量

Fig. 2 The four constellations exhibit perturbation-induced reduction distance in stellar distance

2.2 轨道倾角评估

在各星座取其最佳相位参数时,可进行横向对比,以观察不同倾角下的最小星间距变化。为深入

探究不同倾角对星座碰撞风险的影响,将倾角的样本间隔设定为 1° ,计算范围为 30° 至 89° ,基于各自的最佳相位参数,评估基于星座的最小星间距,得到的结果如图3所示。

由图3可以看出,在考虑摄动和不考虑摄动的

情况下,随着轨道倾角的增加,最小星间距均呈现出波动变化的趋势。这两种情况下的变化曲线形态相似,波动周期大约在 2° 至 6° 之间。本文在研究过程中数次变换Walker构型码进行计算分析,发现对于其他Walker构型也可得到较为一致的结论。由上述规律可提出通过微调轨道倾角来降低碰撞风险的星座构型优化策略,即:根据最小星间距的变化曲线选取轨道倾角的局部最优值,可使得星座内部碰撞风险有效降低。此外,在每个波动周期中,最小星间距的最大值对应的倾角也基本一致;每个波动周期的倾角范围也基本一致,考虑摄动的最小星间距变化曲线相比于不考虑摄动的变化曲线,计算量是庞大的。因此,在通过倾角微调策略优化星座碰撞风险时,可直接参考无摄动情况下变化曲线的波动周期进行倾角的局部最优值选取。在星座轨道构型设计中,可先通过几何法初步筛选,再基于轨道演化进行精确评估,此种方式能够在保持精度的同时大幅减少计算量。

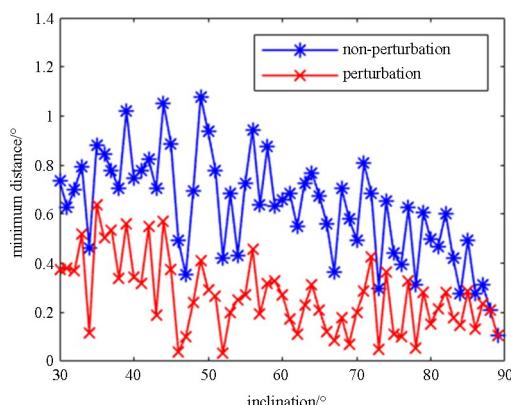


图3 最小星间距随轨道倾角的变化情况

Fig. 3 The relationship between inclination and minimum distance

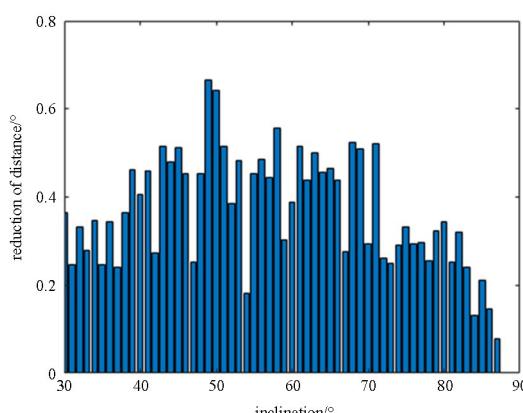


图4 不同倾角下考虑摄动后的星间距下降量

Fig. 4 The relationship between inclination and the decrease of minimum distance

考虑摄动后,不同倾角下的最小星间距变化情况如图4所示。在摄动因素的影响下,最小星间距总体下降,幅度在 0.1° 至 0.7° 之间;在高倾角(80° 以上)的情况下,星间距下降幅度相对较小。

3 具体碰撞风险分析

基于第二节所得结果,本节将进一步对表现较佳的构型采用碰撞概率法进行深入分析,以碰撞概率为指标,旨在确定四个星座的最优构型,并实现更精确的风险评估。此外,根据星间距在 2° 至 6° 倾角内周期性波动的发现,将验证微调倾角策略的有效性。

在通过碰撞概率法进行仿真设置时,通常假定在交会期间两目标的运动均为直线运动,不存在速度不确定性,因此,设定初始位置误差为: $\sigma_R = 100\text{ m}$, $\sigma_s = 300\text{ m}$, $\sigma_w = 100\text{ m}$ 。同时,根据卫星的几何尺寸,设定联合半径 R 为 10 m ,危险距离 D 为 25 km 。根据目前国际上常用的碰撞概率阈值,将高危事件阈值设为 10^{-4} ,中危事件阈值设为 10^{-5} ,鉴于计算的是较为安全的构型,增设低危事件阈值为 10^{-6} 。基于上述参数,进行一个周期的动力学仿真及碰撞风险分析。

3.1 最佳相位参数评估

对于构建的四个星座,选取在无摄动和有摄动情况下均表现较优的相位因子 F 值,通过碰撞概率法进行验证与深入分析。

碰撞概率法的计算结果如表3所示,四个子星座在所选的相位参数下均未发生危险事件,证实这些参数值能够满足构型安全的需求。具体来说,C1和C2星座在所选相位参数下未出现接近事件,表明这些参数的内部碰撞风险极低。而C3和C4星座在一些选定参数下虽发生了接近事件,但并无危险事件发生。以接近事件数量为指标,C3和C4的最佳 F 值分别是35和37,与前一节考虑摄动影响的最小距离分析结果一致。

因此,在计算特定倾角下的最佳相位参数时,建议先基于无摄动情况下的计算结果挑选几个表现较优的相位参数,再进行考虑摄动的计算。

从四个星座的分析可以看出,在各星座取其最佳相位参数时,接近事件与轨道倾角之间呈现正相关的关系。

表3 四个星座在不同相位参数下的危险事件
Table 3 Risk events of the four constellations at various phase parameter

Constellation	Value of F	Approach events	Low risk events	Medium risk events	High risk events
C1	37	0	0	0	0
	17	0	0	0	0
	9	0	0	0	0
C2	25	0	0	0	0
	5	0	0	0	0
	35	0	0	0	0
C3	11	28	0	0	0
	37	0	0	0	0
	27	25	0	0	0
C4	9	67	0	0	0

3.2 倾角微调策略的有效性验证

由于所构建的四个星座在各取其最佳F值时的接近事件指标均为零,为使优化效果具有可观性,本节选取接近事件不为零的星座构型作为待优化的样本。星座的最小星间距越小,出现接近事件的可能就越大,因此根据图3选取最小星间距较小的80°和73°分别作为两个样本星座TEST1、TEST2的轨道倾角。对TEST1和TEST2星座进行倾角微调,并比较调整后的星座碰撞风险变化。

基于图3的数据,将TEST1星座的倾角调整为79°,将TEST2星座的倾角调整为72°。调整后所采

用的相位参数选取方法保持一致,均为各倾角考虑摄动时的最佳参数。微调前后的星座参数见表4。

如图5所示,调整后星座TEST1和TEST2的风险事件数量均得到了改善。两星座的接近事件和危险事件数量均降低至零,这充分证明了倾角微调策略在优化碰撞风险方面的有效性。在对其他星座构型进行风险优化时,可根据此策略的步骤对当前倾角的优化空间进行探查,若有优化空间则可进行相应的优化。此外,相比于TEST1,TEST2在倾角调整前后对应的最小星间距差值更大,在碰撞概率指标上的优化效果也相应地更明显,说明风险事件的优化效果与微调前后最小星间距的差距具有一致性。

表4 倾角微调前后的星座参数
Table 4 Parameter of the constellation before and after inclination fine-tuning

Constellation	Original inclination/(°)	Original value of F	Fine-tuned inclination/(°)	Fine-tuned value of F
TEST1	80	23	79	3
TEST2	73	7	72	33

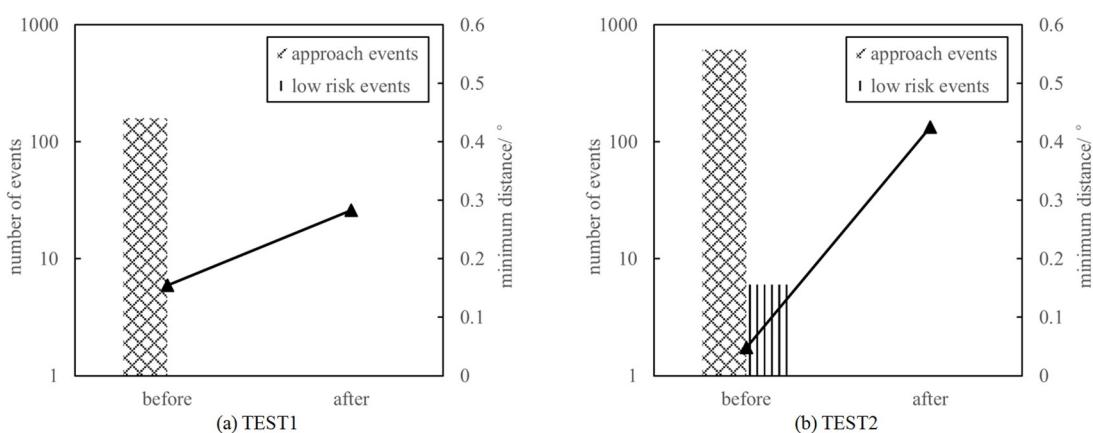


图5 倾角微调后的碰撞风险变化
Fig. 5 Changes of collision risk after fine-tuning inclination

4 结论

首先,研究探讨了轨道倾角对星座碰撞风险的具体影响,发现对于给定的星座构型,在取其相应最佳相位参数时,星座的最小星间距随着轨道倾角以 2° 至 6° 进行周期性波动。基于此发现,提出通过微调轨道倾角以有效降低碰撞风险的策略,并验证其有效性。

此外,比较了考虑与未考虑摄动效应的计算结果,发现在构型参数选择上未考虑摄动的结果具有较强的可参考性,而考虑摄动的最小距离法和碰撞概率法所得结论一致,证实了方法的可靠性。

最后,本研究提出了一种在计算资源有限时提升分析精度的星座构型设计策略。该策略首先利用几何法在所需倾角区间内筛选出较优倾角及相位参数,随后考虑摄动效应,从中选出最优构型,并通过碰撞概率法进行详细风险评估。

通过上述研究,本文为低轨巨型星座的安全运行提供了实用的理论支持和优化策略,为未来星座的构型设计提供了科学依据。

参考文献

- [1] 张智娟,张湘雨.磁耦合谐振式无线能量传输理论研究与实验验证[J].科学技术与工程,2018,18(33):53—58.
- ZHANG Z J, ZHANG X Y. Theoretical research and experimental verification of wireless power transmission based on magnetic coupling resonance [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18 (33): 53—58. (in Chinese)
- [2] 穆硕,占英,宝音贺西.卫星磁姿态控制方法与算法综述[J].动力学与控制学报,2024,22(1):1—21.
- MU S, ZHAN Y, BAO Y. An overview of magnetic attitude control algorithms for satellites [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22 (1): 1—21. (in Chinese)
- [3] 阮永井,胡敏,云朝明.低轨巨型星座构型设计与控制研究进展与展望[J].中国空间科学技术,2022,42(1):1—15.
- RUAN Y J, HU M, YUN C M. Advances and prospects of the configuration design and control research of the LEO mega-constellations [J]. Chinese Space Science and Technology, 2022, 42(1): 1—15. (in Chinese)
- [4] AKELLA M R, ALFRIEND K T. Probability of collision between space objects [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(5): 769—772.
- [5] 姜宇,姜春生,李恒年.流星体与空间碎片模型综述[J].动力学与控制学报,2022,20(4):32—39.
- JIANG Y, JIANG C S, LI H N. Summary of meteors and space debris model [J]. Journal of Dynamics and Control, 2022, 20(4): 32—39. (in Chinese)
- [6] 云朝明,胡敏,阮永井,等.低轨大规模卫星星座内部防碰撞安全性分析[J].中国空间科学技术,2023,43(5):35—45.
- YUN C M, HU M, RUAN Y J, et al. Internal anti-collision safety analysis of LEO large-scale satellite constellation [J]. Chinese Space Science and Technology, 2023, 43(5): 35—45. (in Chinese)
- [7] 李翠兰,欧阳琦,陈明,等.大型低轨航天器与星座卫星的碰撞风险研究[J].宇航学报,2020,41(9):1158—1165.
- LI C L, OUYANG Q. Analysis of collision risk between constellation satellites and large low-orbit spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2020, 41 (9): 1158—1165. (in Chinese)
- [8] 田鑫,崔文,张炜,等. StarLink星座对空间安全态势的影响[J].上海航天(中英文),2021,38(2):137—143,148.
- TIAN X, CUI W, ZHANG W, et al. Effect of Starlink constellation on space security [J]. Aerospace Shanghai (Chinese & English), 2021, 38(2): 137—143, 148. (in Chinese)
- [9] 张勇,李博,刘海康,等.低轨居民空间物体与巨型星座碰撞风险评估[J].地理空间信息科学,2022,25(1):104—120.
- ZHANG Y, LI B, LIU H K, et al. An analysis of close approaches and probability of collisions between LEO resident space objects and mega constellations [J]. Geo-spatial Information Science, 2022, 25(1): 104—120.
- [10] 廖江涛,查德瑞·阿卜杜拉,杨尼科莫罗·格鲁·胡.星链和库伊珀带星座碰撞规避参数分析[C]//2021 IEEE 4th 5G World Forum (5GWF). New York: IEEE, 2021: 493—498.
- 廖江涛,查德瑞·阿卜杜拉,杨尼科莫罗·格鲁·胡.星链和库伊珀带星座碰撞规避参数分析[C]//2021 IEEE 4th 5G World Forum (5GWF). New York: IEEE, 2021: 493—498.
- [11] 吴启星,陈雨.Walker星座碰撞检测及碰撞概率分析[J].上海航天(中英文),2020,37(5):73—78,85.
- WU Q X, CHEN Y. Analysis of collision detection and probability of Walker constellation [J]. Shanghai Aerospace (Chinese & English), 2020, 37(5): 73—78, 85.
- 吴启星,陈雨.Walker星座碰撞检测及碰撞概率分析[J].上海航天(中英文),2020,37(5):73—78,85.
- WU Q X, CHEN Y. Analysis of collision detection and probability of Walker constellation [J]. Shanghai Aerospace (Chinese & English), 2020, 37(5): 73—78, 85.

- and collision probability in walker constellation [J]. Aerospace Shanghai (Chinese & English), 2020, 37 (5): 73–78, 85. (in Chinese)
- [12] 闫野, 任萱. 关于星座设计中碰撞检测问题的探讨 [J]. 中国空间科学技术, 1999, (6): 15–21. YAN Y, REN X. Methods to determine close approaches among orbiting objects [J]. Chinese Space Science and Technology, 1999, (6): 15–21. (in Chinese)
- [13] 汪颋, 黄海. 在轨物体接近算法研究 [J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 1747–1751. WANG T, HUANG H. Methods to determine close approaches among orbiting objects [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1747–1751. (in Chinese)
- [14] RODRGUEZ J A, FADRIQUE F M, KLINKRAD H. Collision risk assessment with a ‘Smart Sieve’ method [C]// Proceeding of Joint ESA-NASA Space-Flight Safety Conference. Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division, 2002, 486: 159–164.
- [15] ALFANO S, NEGRON D. Determining satellite close approaches [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1993, 41(2): 217–225.
- [16] CHAMBERS J E. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1999, 304(4): 793–799.
- [17] 白显宗. 空间目标轨道预报误差与碰撞概率问题研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013. BAI X Z. Research on orbital prediction error and collision probability of space objects [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013.
- [18] VALLADO D A. Fundamentals of Astrodynamics and Applications. second printing [M]. Portland, Oregon: Microcosm Press, 2004.
- [19] 白显宗. 空间目标碰撞预警中的碰撞概率问题研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008. BAI X Z. Research on collision probability in space objects collision detection [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [20] 白显宗, 陈磊. 空间目标碰撞概率计算方法研究 [J]. 宇航学报, 2008, 29(4): 1435–1442, 1456. BAI X Z, CHEN L. Research on calculational method of collision probability between space objects [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(4): 1435–1442, 1456. (in Chinese)
- [21] GOTTLIEB R, SPONAUGLE S J, GAYLOR D. Orbit determination accuracy requirements for collision avoidance [C]// Proceeding of the 11th Annual AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. San Diego, California: Univelt, 2001.
- [22] 白显宗, 陈磊. 基于空间压缩和无穷级数的空间碎片碰撞概率快速算法 [J]. 应用数学学报, 2009, 32 (2): 336–353. BAI X Z, CHEN L. A rapid algorithm of space debris collision probability based on space compression and infinite series [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2009, 32(2): 336–353. (in Chinese)
- [23] 李玖阳, 胡敏, 王许煜, 等. 低轨卫星星座精密定轨及运行控制发展综述 [J]. 航天控制, 2020, 38 (1): 3–8. LI J Y, HU M, WANG X Y, et al. A summary of the progress of precision orbit determination and operation control for low earth orbit satellite constellation [J]. Aerospace Control, 2020, 38(1): 3–8. (in Chinese)
- [24] 蒋虎. LEO 卫星轨道设计中的主要摄动源影响评估 [J]. 云南天文台台刊, 2002(2): 29–34. JIANG H. Evaluation of effects of main perturbation forces on the LEO orbit design [J]. Astronomical Research & Technology, 2002(2): 29–34. (in Chinese)
- [25] TURNER A. Constellation design using walker patterns [C]// AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Reston, Virginia: AIAA, 2002: 4636.