

轨道车辆车轮—阻尼器系统振动特性分析^{*}

王心龙^{1†} 徐芳² 查国涛¹ 胡金昌¹ 贺才春¹

(1. 株洲时代新材料科技股份有限公司, 株洲 412000)

(2. 中车长春轨道客车股份有限公司, 长春 130062)

摘要 对于轨道车辆车轮的减振降噪, 一般通过安装相应的阻尼器来增加车轮的结构阻尼, 从而降低振动噪声。车轮—阻尼器系统为安装了多层式阻尼器的车轮系统。本文对轨道车辆的车轮—阻尼器系统进行了动力学建模, 推导出车轮—阻尼器系统的等效模态阻尼比计算模型。提出了一种基于理论模型和仿真、不依赖于模态测试的获取结构模态阻尼比的方法, 并用该方法结合 Abaqus 模态叠加法计算车轮—阻尼器系统的振动频率响应。最后, 对车轮—阻尼器系统进行了振动频响函数(FRF)测试, 仿真结果与试验结果吻合良好, 表明该计算方法是在设计阶段对不同车轮阻尼器方案的减振性能进行定性比较的重要手段。

关键词 模态阻尼比, 车轮阻尼器, 振动特性, 模态试验, 频率响应函数

中图分类号:U260.11+1

文献标志码:A

Analysis of Vibration Characteristics of Railway Wheel with Dampers for Railway Vehicle^{*}

Wang Xinlong^{1†} Xu Fang² Zha Guotao¹ Hu Jinchang¹ He Caichun¹

(1. Zhuzhou Times Material Technology Co., LTD., Zhuzhou 412000, China)

(2. CRRC Changchun Railway Vehicles Co., LTD., Changchun 130062, China)

Abstract For vibration and noise reduction of the most railway wheels, corresponding dampers are generally installed to increase the structural damping of wheels, so as to reduce vibration and noise. Wheel-damper system was a wheel system with multilayer damper installed. The dynamic model of wheel-damper system of railway vehicle was established, and the equivalent ratio model of wheel-damper system was derived. A method for obtaining the modal damping ratio of structures based on theoretical model and simulation and independent of modal test was presented. Combined with Abaqus modal superposition method, the vibration frequency response function(FRF) of the wheel-damper system was calculated. Finally, the vibration frequency response function of the wheel-damper system was tested, and the simulation results are in good agreement with the text results, which shows that the method is an important means to qualitatively compare the damping performance of different wheel damper devices in the design stage.

Key words modal damping, wheel-damper, vibration characteristic, modal test, frequency response function

2024-07-22 收到第 1 稿。

* 科技成果转化及产业化计划资助(2020GK4062), Subsidy for Scientific and Technological Achievements Transformation and Industrialization Plan (2020GK4062).

† 通信作者 E-mail: wangxl20@csrzic.com

引言

轨道车辆运行时产生噪声的原因复杂多样,主要包括轮轨噪声、结构噪声、车辆动力设备噪声以及空气动力噪声.高铁的轮轨噪声主要表现为轮轨滚动噪声^[1,2],轮轨滚动噪声控制措施多种多样,其中,对轮轨系统噪声源进行控制是一种重要手段.车轮主要的降噪措施有四种:采用喷涂式阻尼车轮、车轮辐板敷设约束阻尼、在开有半圆槽的车轮上安装降噪阻尼环和采用夹层式结构的车轮降噪阻尼器.

李牧晶等^[3]通过半消声室声辐射测试发现,与裸轮相比,喷涂式阻尼车轮在横向激励和轴向激励下总声能量级分别降低6.4 dB和4.3 dB. Cervello等^[4]在意大利ETR470高速列车上测试了约束阻尼车轮的降噪效果,结果表明,当列车速度为220 km/h时,现场轮对的主频降噪量峰值达到10 dB. 刘玉霞等^[5]通过半消声室内落球撞击试验研究表明,自由悬挂状态的阻尼环车轮在径向激励和轴向激励下的降噪效果分别为13.6 dB(A)和10.4 dB(A). 其中车轮阻尼环因其结构简单、易加工和安装可靠性高而广泛应用,然而, Brunel等^[6]研究发现,对车轮阻尼环进行焊接的过程中产生的预紧力是不可控制的,因预紧力不同导致的降噪效果差别较大.

安装了减振降噪阻尼器的车轮系统定义为车轮-阻尼器系统,而阻尼器的参数设计需要车轮-阻尼器系统振动特性的仿真预测结果作为数据支撑,其中车轮-阻尼器系统的模态阻尼比是振动特性仿真预测中极为重要的输入参数. 目前国内外大部分研究对于模态阻尼比的输入一般依赖于模态测试结果,即将测试的模态阻尼比输入到仿真模型中^[7],对于不同阻尼器的参数设计,则需要进行大量的模态测试,以保证阻尼器实现最好的减振降噪效果.

本文重点研究了一种用于轨道车轮的夹层式阻尼器,通过动力学建模,考虑橡胶材料的超弹性特性和黏弹性特性来模拟其动态特性,采用理论分析和仿真计算相结合的手段得到车轮-阻尼器系统的各阶等效模态阻尼比,而不需实际加工制造出相应的阻尼器. 然后进行系统的振动频率响应分析,并与测试结果进行对比验证,为阻尼器的减振

降噪效果提供了有效的仿真预测方法,从而指导阻尼器的结构设计.

1 车轮-阻尼器系统等效阻尼理论

1.1 车轮振动微分方程

对于没有安装阻尼器的车轮(以下简称纯轮),其振动微分方程可以表示为

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{X}}\} + \mathbf{C}\{\dot{\mathbf{X}}\} + \mathbf{K}\{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{F}(t)\} \quad (1)$$

式中, \mathbf{M} 为纯轮系统的质量矩阵, \mathbf{K} 为刚度矩阵, \mathbf{C} 为阻尼矩阵, $\{\mathbf{X}\}$ 为广义坐标列向量; $\{\mathbf{F}(t)\}$ 为系统的所受激励力列向量.

通过快速傅里叶变换(FFT)变换,式(1)在频域内表示为

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\{\mathbf{q}\} = \mathbf{F} \quad (2)$$

对方程(2)进行解耦,得到第 r 阶模态的振动微分方程为

$$(-\omega^2 \{\mathbf{m}_r\} + i\omega \{\mathbf{c}_r\} + \{\mathbf{k}_r\})\{\mathbf{q}_r\} = \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{F} \quad (3)$$

式中, \mathbf{m}_r , \mathbf{c}_r , \mathbf{k}_r , $\boldsymbol{\phi}_r$ 和 \mathbf{q}_r 分别为第 r 阶纯轮系统的模态质量、模态阻尼系数、模态刚度、模态向量和模态幅值.

考虑模态频率 ω_r 和模态阻尼比 ξ_r ,式(3)变为:

$$(-\omega^2 \{\mathbf{m}_r\} + 2i\omega_r \{\mathbf{m}_r\} \xi_r \omega + \{\mathbf{k}_r\})\{\mathbf{q}_r\} = \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{F} \quad (4)$$

1.2 阻尼器的阻尼力

在没有外力作用的情况下,式(4)右边的力 \mathbf{F} 即为作用在车轮上的阻尼力.

在频域内,阻尼器的阻尼力与频率相关的动刚度 $\mathbf{K}_s(\omega)$ 有关,对于黏弹性材料^[8,9],阻尼力表示为

$$\{\mathbf{F}_s\} = -\{\mathbf{K}_s(\omega)\} \sum_{k=1}^N (\{\boldsymbol{\phi}_{ks}\} \{\mathbf{q}_k\}) \quad (5)$$

其中 s 下标表示与车轮上与阻尼器接触的点的编号, N 表示车轮模态数量.

1.3 共振模态下的动力学方程

当外部激励频率等于系统的固有频率,即 $\omega = \omega_r$,式(4)的第一项和第三项互相抵消,若安装阻尼器至纯轮,则将式(5)代入式(4),可以得到共振模态下的动力学方程.

$$(2i\{\mathbf{m}_r\} \xi_r \omega_r^2) \{\mathbf{q}_r\} = - \sum_{s=1}^M (\{\boldsymbol{\phi}_{rs}\} \{\mathbf{K}_s\} \{\boldsymbol{\phi}_{rs}^T\}) \{\mathbf{q}_r\} \quad (6)$$

其中 M 表示车轮上与阻尼器接触点数, 相比于车轮自身的质量和刚度, 阻尼器给车轮增加的质量和刚度可以忽略不计. 动刚度 \mathbf{K} 为复刚度, 即 $\mathbf{K} = \mathbf{\Gamma} + i\mathbf{Y}$, $\mathbf{\Gamma}$ 和 \mathbf{Y} 分别是 \mathbf{K} 的实部和虚部. 因此, 如果忽略了实部, 与阻尼力有关的部分只考虑虚部动刚度, 即式(6)则变为

$$[(2\{\mathbf{m}_r\}\xi_r\omega_r^2) + \sum_{s=1}^M (\{\boldsymbol{\phi}_{rs}\}\{\mathbf{Y}_s\}\{\boldsymbol{\phi}_{rs}\}^T)]\{\mathbf{q}_r\} = 0 \quad (7)$$

1.4 等效模态阻尼比

根据式(7), 对于安装单个阻尼器, 车轮-阻尼器系统的各阶模态的等效阻尼比由下式计算:

$$(2\{\mathbf{m}_r\}\xi_r\omega_r^2) + \sum_{s=1}^M (\{\boldsymbol{\phi}_{rs}\}\{\mathbf{Y}_s\}\{\boldsymbol{\phi}_{rs}\}^T) = 2\{\mathbf{m}_r\}\xi_{eq_r}\omega_r^2 \quad (8)$$

即为:

$$\xi_{eq_r} = \xi_r + \frac{\sum_{s=1}^M \{\boldsymbol{\phi}_{rs}\}\{\mathbf{Y}_s\}\{\boldsymbol{\phi}_{rs}\}^T}{2\{\mathbf{m}_r\}\omega_r^2} \quad (9)$$

而对于安装多个阻尼器, 车轮-阻尼器系统的各阶模态的等效阻尼比^[10]则表示为

$$\xi_{eq_r} = \xi_r + \sum_{t=1}^D \frac{\{\boldsymbol{\phi}_{rt}\} \sum_{s=1}^M \{\mathbf{Y}_s\}\{\boldsymbol{\phi}_{rt}\}^T}{2\{\mathbf{m}_r\}\omega_r^2} \quad (10)$$

其中, D 为阻尼器的个数, 这里的 $\sum_{s=1}^M \{\mathbf{Y}_s\}$ 为每个阻尼器计算模型提取的与车轮接触的所有节点的虚部动刚度总和.

2 车轮-阻尼器系统频率响应计算流程

一般情况下, 对于轨道车辆车轮的阻尼器, 结构形式多为多层叠层橡胶结构. 将多个阻尼器安装到车轮上, 在考虑的频率范围内, 由于阻尼器本身的模态数量相对较多, 将车轮与多个阻尼器的模态组合起来, 车轮-阻尼器系统的各阶模态频率分布会非常密集, 且存在大量的局部模态(只有阻尼器中部分橡胶层存在变形), 因此需要考虑在车轮-阻尼器系统把阻尼器简化为集中质量.

根据以上的理论分析, 基于大型非线性有限元软件 Abaqus^[11], 车轮-阻尼器系统频率响应的计算可以按照下列步骤进行^[12,13]:

Step1: 对纯轮进行模态测试, 得到式(10)的 ξ_r 项.

Step2: 对阻尼器进行直接稳态仿真分析, 得到

车轮模态频率下的虚部动刚度(单位正弦位移下的虚部支反力), 即式(10)的 $\sum_{s=1}^M \{\mathbf{Y}_s\}$ 项.

Step 3: 对阻尼器进行模态仿真分析, 得到质量参数、惯性参数和模态参数.

Step 4: 在 Abaqus 中创建纯轮的有限元模型, 在纯轮状态下的阻尼器安装位置设置 D 个集中质量(D 为安装的阻尼器数量), 输入阻尼器质量参数和惯量参数, 定义相应的局部坐标系, 如图 1 所示, 然后计算车轮模态, 提取 n 个接触点位置的模态向量 $\boldsymbol{\Phi}_{rt}$, 各阶模态的模态质量 \mathbf{m}_r , 以及模态频率 ω_r .

Step 5: 通过式(10)计算车轮-阻尼器系统各阶模态的阻尼比 ξ_e .

Step 6: 首先, 在 Abaqus 中定义分析步一为“Frequency”模态提取分析步, 选择 Lanczos 算法, 提取 200~5 000 Hz 内车轮模态; 然后, 创建分析步二为基于稳态动力学模态叠加法“Steady-state dynamics, Modal”分析步, 采用直接模态阻尼并输入在 Step5 中计算得到的各阶等效模态阻尼比, 进行 200~5 000 Hz 频段内扫频分析, 得到车轮-阻尼器系统的振动频响.

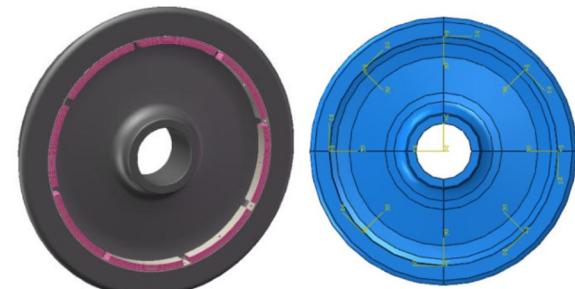


图 1 车轮-阻尼器系统的局部坐标系
Fig. 1 Local coordinate system of wheel-damper system

3 计算案例

根据以上的计算流程, 以某轨道车辆车轮-阻尼器系统为例, 计算其频率响应.

3.1 阻尼器虚部动刚度

根据式(10), 计算车轮-阻尼器系统的等效模态阻尼比需要对阻尼器进行直接稳态仿真分析, 得到车轮模态频率下的虚部动刚度(单位正弦位移下的虚部支反力), 即式(10)的 $\sum_{s=1}^M \{\mathbf{Y}_s\}$ 项.

阻尼器有限元模型如图 2 所示, 橡胶材料本构模型采用 MR 超弹模型参数, 同时由于计算动态特性是与频率相关的, 因此还需要考虑橡胶黏弹性材

料行为的 Prony 级数^[14,15], Prony 级数由应力松弛试验数据拟合得到。为了提高计算精度, 橡胶材料采用 20 节点的六面体网格。

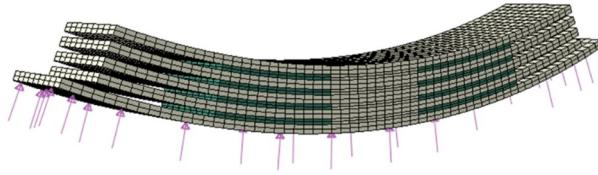


图 2 阻尼器有限元模型
Fig. 2 Finite element model of damper

对阻尼器固定底板(与车轮接触的部分)的所有节点在三个方向(径向、轴向和切向)施加单位正弦位移, 对阻尼器进行直接稳态动力学分析, 然后提取固定底板所有节点虚部支反力之和, 即为阻尼器在不同频率下的虚部动刚度, 三个方向的虚部动刚度曲线如图 3 所示。最终, 阻尼器的虚部动刚度 Υ_{imag} 为 $N \times 3$ 维向量, N 代表车轮—阻尼器系统模态数量, 3 代表三个方向, 将每 1 阶模态频率下对应三个方向的虚部动刚度代入式(10), 即可求得该阶模态频率处对应的车轮—阻尼器系统等效模态阻尼比。

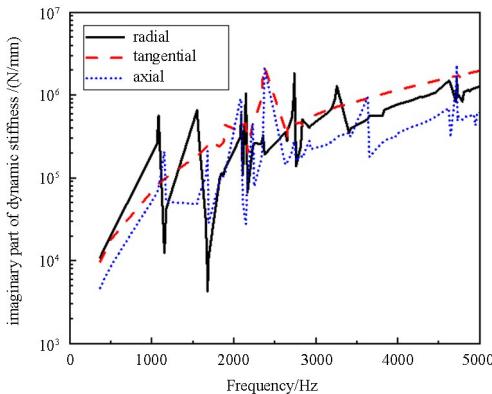


图 3 阻尼器的动刚度曲线
Fig. 3 Dynamic stiffness curve of damper

3.2 车轮—阻尼器系统模态分析

根据以上分析, 采用集中质量代替阻尼器进行模态分析, 提取 8 个集中质量三个方向的模态向量, 各阶模态的模态质量, 以及模态频率。其中阻尼器的质量为 2.3 kg, 三个方向关于质心的转动惯量 I_{rr} 、 I_{tt} 和 I_{zz} 分别为 $13.5 \text{ t} \cdot \text{mm}^2$ 、 $1.5 \text{ t} \cdot \text{mm}^2$ 、 $13.5 \text{ t} \cdot \text{mm}^2$ 。

基于上述有限元计算模型, 给出车轮—阻尼器系统在约束状态下的显著模态振型及其固有频率, 如图 4、图 5 所示。

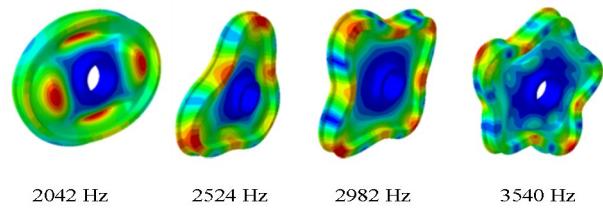


图 4 主要径向模态振型
Fig. 4 Main radial mode vibration shapes

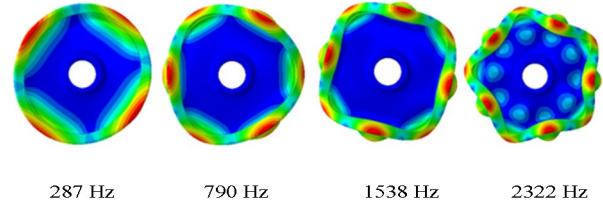
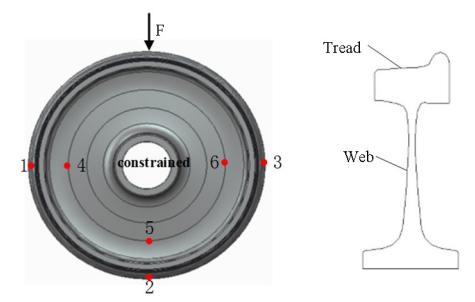


图 5 主要轴向模态振型
Fig. 5 Main axial modal vibration shapes

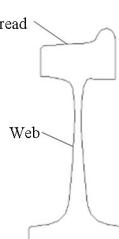
3.3 车轮—阻尼器系统频率响应分析

根据 3.1 计算的阻尼器动刚度以及 3.2 模态分析提取的 8 个集中质量三个方向的模态向量, 各阶模态的模态质量, 以及模态频率, 代入式(10), 可以得到车轮—阻尼器系统的等效模态阻尼比, 进而可以采用稳态模态叠加法进行纯轮和车轮—阻尼器系统的频率响应分析。

如图 6 所示在约束状态下施加 $F = 1000 \text{ N}$ 的瞬态力(模拟力锤, 幅值为 1 N, 脉宽为 0.3 ms 的三角波), 求解踏面 1、2 点的径向加速度响应与辐板 4、5 点的轴向加速度响应, 对比分析得到纯轮和车轮—阻尼器系统各点加速度—力的振动频响函数(FRF)曲线, 如图 7 所示。



(a) 边界条件及响应点位置
(a) Boundary conditions and location of response points



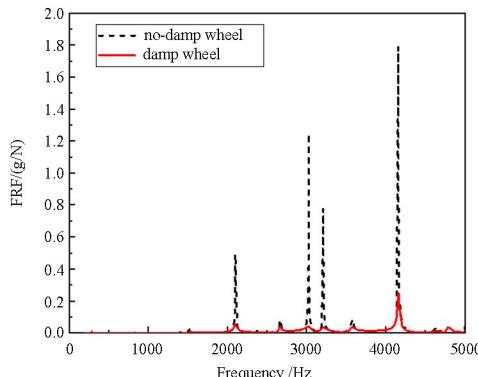
(b) 车轮截面
(b) Wheel section

图 6 车轮—阻尼器系统振动频率响应
Fig. 6 Vibration frequency response of wheel damper system

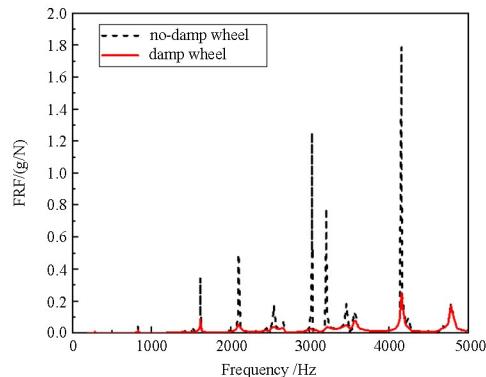
从纯轮和车轮—阻尼器系统的振动频响对比结果可知, 无阻尼车轮和车轮—阻尼器系统上各测点的振动传函峰值主要集中在 1 500 Hz 以上频段。由于结构模态阻尼比的增加, 车轮—阻尼器系统上

踏面测点振动传函峰值下降约86%，下降比较明

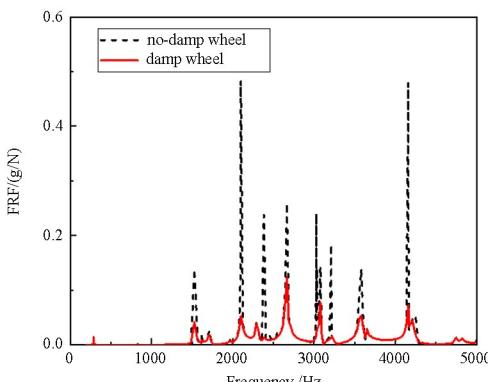
显，辐板测点振动传函峰值亦有不同程度降低。



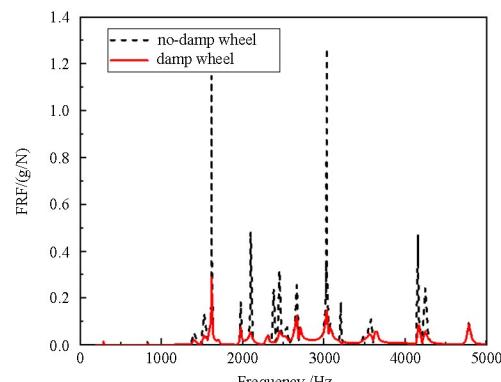
(a) 踏面点1的径向加速度传函
(a) Radial acceleration transfer function of tread point 1



(b) 踏面点2的径向加速度传函
(b) Radial acceleration transfer function of tread point 2



(c) 辐板点1的轴向加速度传函
(c) Radial FRF of web point 1



(d) 辐板点2的轴向加速度传函
(d) Radial FRF of web point 2

图7 有无阻尼器车轮振动频响函数

Fig. 7 Frequency response function of wheel vibration with or without damper

4 车轮振动特性试验分析

4.1 车轮-阻尼器系统振动频响函数测试

为得到含阻尼器的车轮关键位置的振动频响函数^[16]，采用B&K公司型号为8206的力锤对车轮踏面进行激励，并通过振动加速度传感器采集车轮轮辋和踏面测点的振动信号，激励力作用点及响应测点位置如图8所示。为得到有轮轴装配状态的

车轮模态参数，对车轮采用轮轴或轴系工装过盈装配下的固定方式。

4.2 模态分析结果

含有阻尼器车轮固有频率的仿真与模态试验结果对比见表1和表2，可知，车轮固有频率的仿真结果与测试结果吻合良好，能够满足分析要求。

表1 轴向模态固有频率及模态振型

Table 1 Axial modal natural frequency and modal shape

Simulation(f/Hz)	Test(f/Hz)	Error/%
287	283	1.4
790	803	1.6
1 538	1 573	2.3
2 386	2 370	0.7
2 893	2 847	1.6
3 229	3 367	4.3



(a) 测点实物图 (b) Schematic diagram of measuring points
(a) physical map of measuring points (b) Schematic diagram of measuring points

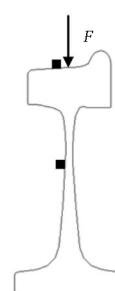


图8 车轮振动频响函数测试系统
Fig. 8 A test system for wheel vibration frequency response function

表 2 径向模态固有频率及模态振型

Table 2 Radial modal natural frequency and modal shape

Simulation(f/Hz)	Test(f/Hz)	Error/%
2 042	2 049	0.3
2 524	2 526	0.1
3 540	3 566	0.7
4 112	4 141	0.7
4 815	4 819	0.1

4.3 频响函数结果

如图 5 所示在约束状态下施加 $F=1 \text{ KN}$ 的等幅值正弦扫频激励,求解踏面 1 点的径向加速度响应,对比模态实验分析得到车轮踏面点 1 加速度—力的 FRF 传递函数曲线,如图 9 所示。

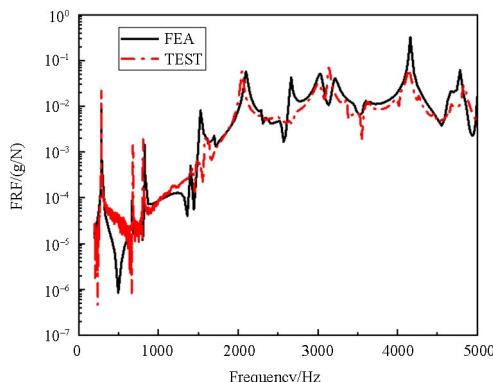


图 9 踏面点 1 的径向加速度传递函数仿真与实验结果

Fig. 9 Simulation and experimental results of radial acceleration transfer function of tread point 1

由表 1、表 2 和图 9 可知,模态频率仿真计算误差控制在 5% 以内,振动频响仿真结果与试验结果基本吻合,说明该仿真预测方法具有很高的精确度,能够在产品开发中定性比较不同的阻尼器布置方案。

5 结论

对轨道车辆的车轮—阻尼器系统进行了动力学建模,推导出车轮—阻尼器系统的等效模态阻尼比计算模型,提出了一种基于理论模型和仿真,不依赖于模态测试的获取结构模态阻尼比的方法。针对某轨道车辆车轮—阻尼器系统,基于 Abaqus 计算了该车轮—阻尼器系统的模态阻尼比和频率响应传递函数,该方法具有以下的三个优点:

(1) 在不依赖于常规的模态测试基础上,充分考虑多层阻尼器橡胶材料的超弹性—Prony 级数

黏弹性本构模型,通过理论模型计算得到车轮—阻尼器系统的等效模态阻尼比,进而可以有效预测车轮振动频响,具有很高的精确度。

(2) 基于模态叠加法,采用集中质量代替阻尼器进行车轮—阻尼器系统振动频响仿真,可以有效规避车轮阻尼器系统模态分析过程中出现的大量模态,有效提高计算效率。

(3) 采用该预测方法可以给阻尼器产品提供更加直接的仿真预测手段,为前期车轮—阻尼器系统匹配设计提供理论基础,具有帮助实现车轮阻尼器正向开发设计的重要意义。

参考文献

- [1] 杨新文. 高速铁路轮轨噪声理论计算与控制研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2010. YANG X W. Theoretical analysis and control studies in wheel/rail noises of high speed railway [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2010. (in Chinese)
- [2] JONES C, THOMPSON D. Noise and vibration from railway vehicles [M]//Handbook of railway vehicle dynamics. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2006: 279—325.
- [3] 李牧鼎, 王瑞乾, 温泽峰, 等. 喷涂式阻尼车轮振动声辐射特性分析[J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(4): 30—34, 38. LI M X, WANG R Q, WEN Z F, et al. Analysis of vibration and sound radiation characteristics of sprayed damping wheels [J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(4): 30—34, 38. (in Chinese)
- [4] CERVELLO S, DONZELLA G, POLA A, et al. Analysis and design of a low-noise railway wheel [J]. Journal of Rail and Rapid Transit, 2001, 215(3): 179—192.
- [5] 刘玉霞, 周信, 刘晓龙, 等. 双嵌入式环形阻尼车轮声振特性[J]. 噪声与振动控制, 2015, 35(3): 29—32. LIU Y X, ZHOU X, LIU X L, et al. Vibration and acoustic characteristics of the wheels with doubly embedded damping rings [J]. Noise and Vibration Control, 2015, 35(3): 29—32 (in Chinese)
- [6] BRUNEL J F, DUFRENOY P, DEMILLY F. Modelling of squeal noise attenuation of ring damped wheels [J]. Applied Acoustics, 2004, 65(5): 457—471.

- [7] 朱学治. 火车车轮阻尼器的降噪性能分析及其改进技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
ZHU X Z. Research on technology of performance analysis and improvement of the noise-reducing wheel damper [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)
- [8] LINDLEY P B. Engineering design with natural rubber [M]. 3rd ed. London : Natural Rubber Producers' Research Association, 1970.
- [9] GENT A N. Engineering with rubber: How to design rubber components [M]. München, Germany: Carl Hanser Verlag, 2001.
- [10] MERIDENO I, NIETO J, GIL-NEGRENTE N, et al. Theoretical prediction of the damping of a railway wheel with sandwich-type dampers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333 (20): 4897—4911.
- [11] 陈莲, 周海亭. 计算橡胶隔振器静态特性的数值分析方法[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 120—123, 140.
CHEN L, ZHOU H T. Numerical methods for analysing static characteristics of rubber isolator [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(3): 120—123, 140. (in Chinese)
- [12] Merideno I, Nieto J, Gil-Negrete N, et al. Numerical vibro-acoustic analysis of railway wheels with and without damping solutions. Noise Control Engineering Journal, 2012, 60(4): 458—472
- [13] MERIDENO I, NIETO J, GIL-NEGRENTE N, et al. Constrained layer damper modelling and performance evaluation for eliminating squeal noise in trams [J]. Shock and Vibration, 2014, 2014(1): 473720.
- [14] 潘孝勇, 柴国钟, 上官文斌, 等. 小振幅谐波位移激励下橡胶减振元件动态特性计算方法的研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(2): 151—154, 207—208.
PAN X Y, CHAI G Z, SHANGGUAN W B, et al. Calculation methods for the dynamic characteristics of rubber isolators under small amplitude harmonic displacement excitations [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(2): 151—154, 207—208. (in Chinese)
- [15] 明杰婷. 橡胶材料粘弹性本构模型的研究及其在胎面橡胶块上的应用[D]. 长春: 吉林大学, 2016.
MING J T. The research of viscoelastic constitutive model for rubber material and its application in thread block of tires [D]. Changchun: Jilin University, 2016. (in Chinese)
- [16] 王谛, 薛弱一, 肖新标, 等. 新型阻尼车轮振动特性试验与仿真方法[J]. 计算机辅助工程, 2014, 23(5): 7—14.
WANG D, XUE B Y, XIAO X B, et al. Test and simulation method on vibration characteristics of new type of damped wheel [J]. Computer Aided Engineering, 2014, 23(5): 7—14. (in Chinese)