

# 基于自适应 Kriging 模型的 GARTEUR 飞机模型 区间模型修正<sup>\*</sup>

陈奕丰<sup>1</sup> 魏莎<sup>1,2,3†</sup> 李旭龙<sup>1</sup> 丁虎<sup>1,2,3</sup> 陈立群<sup>1,2,3</sup>

(1. 上海大学 力学与工程科学学院, 上海 200444)

(2. 上海市力学信息学前沿科学研究基地, 上海 200072)

(3. 上海飞行器力学与控制研究院, 上海 200092)

**摘要** 采用基于自适应 Kriging 模型的区间模型修正方法对 GARTEUR 飞机模型进行了模型修正研究. 首先对 GARTEUR 飞机模型进行了模态分析, 并通过 Spearman 相关性分析结合工程经验确立了模型中对响应影响较大的材料参数. 引入泛灰数理论, 将区间模型修正问题转化为关于区间上界和区间直径的优化问题. 通过一种自适应 Kriging 模型的构建方法构建出模型输入和响应之间的关系. 采用粒子群算法分别求解区间上界和区间直径的目标函数从而完成模型修正. 结果表明: 修正后参数区间上界和下界的误差满足工程精度要求, 模型具有良好的预测能力, 验证了所采用的区间模型修正方法的可行性和有效性.

**关键词** 有限元模型修正, 区间分析, Kriging 模型, GARTEUR 飞机模型

中图分类号: V214

文献标志码: A

## Interval Model Updating for GARTEUR Aircraft Model Based on Adaptive Kriging Models<sup>\*</sup>

Chen Yifeng<sup>1</sup> Wei Sha<sup>1,2,3†</sup> Li Xulong<sup>1</sup> Ding Hu<sup>1,2,3</sup> Chen Liqun<sup>1,2,3</sup>

(1. School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(2. Shanghai Frontier Science Center of Mechanoinformatics, Shanghai 200072, China)

(3. Shanghai Institute of Aircraft Mechanics and Control, Shanghai 200092, China)

**Abstract** A model updating study of the GARTEUR aircraft model is conducted by using an interval model updating method based on the adaptive Kriging model. Firstly, the modal analysis of the GARTEUR aircraft model is performed, and the material parameters of the model that have a large influence on the response are established by the Spearman correlation analysis combined with engineering experience. The universal grey number theory is introduced to transform the interval model updating problem into an optimization problem about the upper bounds of the interval and the diameter of the interval. The relationship between model inputs and outputs is constructed by an adaptive Kriging model construction method. The particle swarm algorithm is used to solve the objective functions of the upper bound of the interval and the diameter of the interval to complete the model updating. The results show that the errors of the upper and lower bounds of the updated parameter intervals meet the requirements of engineering accuracy, and the model has good prediction accuracy, which verifies the feasibility and accuracy of the adopted interval model updating method.

**Key words** finite element model updating, interval analysis, Kriging model, GARTEUR aircraft model

2024-05-24 收到第 1 稿, 2024-06-18 收到修改稿.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目 (12072181, 12272211), National Natural Science Foundation of China (12072181, 12272211).

<sup>†</sup> 通信作者 E-mail: weisha1219@126.com

## 引言

随着力学、数学和计算机技术的不断发展,采用有限元仿真技术建立结构动力学模型已逐渐成为工程领域中分析结构问题的重要手段<sup>[1,2]</sup>.然而在设计阶段,基于已有参数建立的有限元模型会受到数值计算精度、材料性质不确定以及模型参数选择等因素的影响<sup>[3,4]</sup>,依照设计参数构建的有限元模型与实际结构仍存在一定差距.同时,有限元模型在建模过程中会存在一定的假设和简化,如边界条件的处理,部件连接界面的简化,单元类型的假定等,这些都会使有限元模型和实体模型之间存在误差.为使有限元模型更准确地反映实际结构,可采用有限元模型修正技术对相关参数进行调整,以减小有限元模拟结果与试验实测结果之间的偏差,进而建立更为精确的有限元模型.然而,工程实际中不可避免地伴随着不确定性,如制造公差、测量噪声、材料退化和边界条件难以准确参数化等<sup>[5]</sup>.尽管工程结构中各种不确定性因素的波动幅度通常较微小,但是当这些因素相互叠加时,可能会产生一系列复杂的影响,进而对结构的稳定性和安全性构成严重威胁.近年来越来越多的复杂结构被应用于工程中,对结构不确定性的重视引起了将有限元模型修正从确定性领域扩展到不确定性领域的趋势<sup>[6,7]</sup>.由于不确定性的客观存在,发展考虑不确定性的有限元模型修正研究有着极其重要的意义.

GARTEUR 飞机模型是由欧洲航空研究与技术集团设计的标准化飞机模型,广泛应用于飞机性能评估、设计优化、模型修正等多个方面<sup>[8]</sup>.Link 等<sup>[9]</sup>针对 GARTEUR 飞机模型提出了三重质量标准来衡量有限元模型与试验模型之间的精确度;李家辉等<sup>[10]</sup>针对 GARTEUR 飞机模型,采用了一种融合 Kriging 模型和多目标遗传算法的模型修正方法得到了精确的有限元模型;冯振宇等<sup>[11]</sup>采用相位共振技术识别了 GARTEUR 飞机模型的模态参数并采用多岛遗传算法进行了模型修正研究;王涵等<sup>[12]</sup>采用一种基于最优解次多项式响应面模型的模型修正方法对 GARTEUR 飞机模型进行了修正,得到了较好的修正效果.目前针对 GARTEUR 飞机模型的模型修正研究多基于确定性领域,缺少对 GARTEUR 飞机模型的不确定性模型修正研究.

考虑到 GARTEUR 飞机实际模型材料参数存在一定不确定性,本文采用一种基于自适应 Kriging 模型的区间模型修正方法,针对 GARTEUR 飞机模型开展了不确定性模型修正研究.通过 Spearman 相关性分析和工程经验确立了对飞机整体模型影响较大的参数.采用自适应 Kriging 模型构建方法构建关于参数和响应之间的高精度 Kriging 模型.最后基于构建的 Kriging 模型,通过粒子群优化算法分别对区间上界和区间直径进行了修正,实现了 GARTEUR 飞机模型的不确定性模型修正.

## 1 GARTEUR 飞机模型的有限元建模及分析

GARTEUR 飞机模型整体结构如图 1 所示,结构总长 1.5 m,翼展 2.0 m,总质量 44 kg,结构主体材料为铝.该飞机模型可分为机翼、机身、平尾、垂尾和翼尖小翼五个部分.机翼上方附着有 1.1 mm×76.2 mm×1700 mm 的黏弹性阻尼层,这使得飞机材料参数存在一定的不确定性.



图 1 GARTEUR 飞机真实模型<sup>[8]</sup>

Fig. 1 GARTEUR aircraft realistic model<sup>[8]</sup>

在有限元分析软件 ANSYS 中建立了 GARTEUR 飞机初始有限元模型.图 2 为构建的有限元模型,整体结构由 Solid186 单元构成,各部件之间采用接触绑定方法连接.采用多区域网格划分方法划分了整体结构单元,共划分了 7237 个节点,976 个六面体单元.整体模型均由同一材料构成,密度设定为  $2770 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,弹性模量为 71 GPa,泊松比为 0.33.

在 ANSYS 中对飞机模型进行了模态分析,采用 Block Lanczos 模态提取方法分析该结构的前六阶模态.图 3 为去除刚体模态后飞机模型的前六阶模态振型,可以看出飞机的机翼和翼尖小翼存在较大的变形.

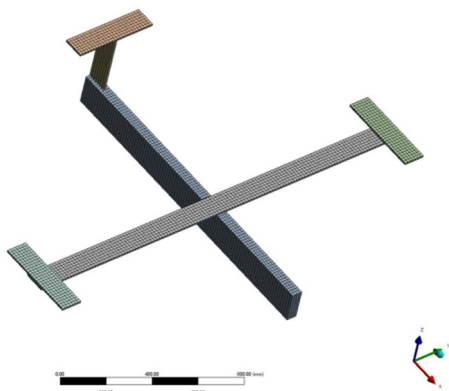


图 2 GARTEUR 有限元模型  
Fig. 2 GARTEUR finite element model

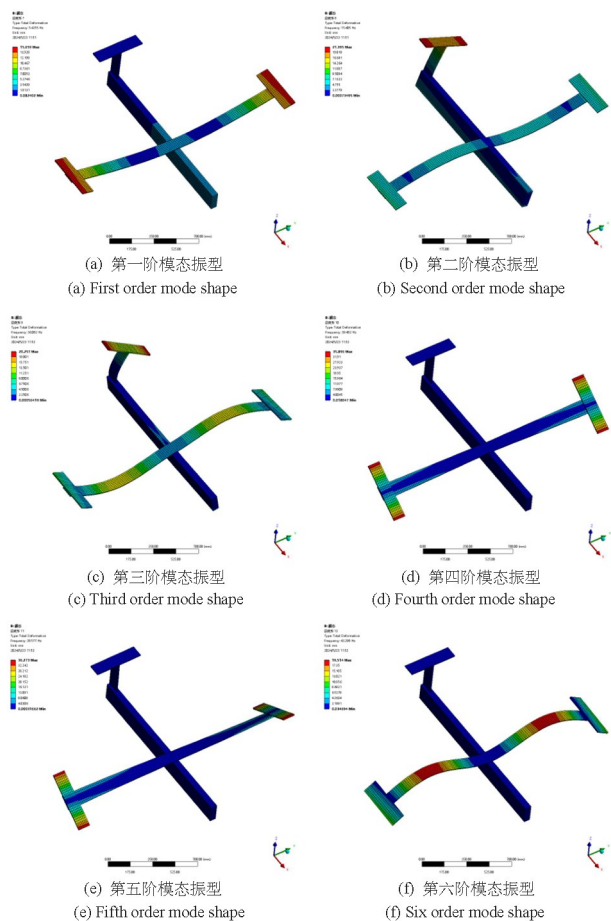


图 3 GARTEUR 模型前六阶固有频率  
Fig. 3 GARTEUR model first-sixth order modal shapes

采用 Spearman 相关性分析方法<sup>[13]</sup>分析了飞机模型中结构参数对前六阶固有频率的灵敏度指标. Spearman 相关性分析方法可以评估变量之间的统计关系. 当数据集中不存在重复数值, 且两个变量之间存在完全单调的相关关系时, Spearman 相关系数会接近+1 或-1. Spearman 相关系数  $r_s$  可表示为<sup>[14]</sup>

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (1)$$

其中  $d_i$  是变量之间的等级插值,  $n$  是样本数量.

图 4 给出了前六阶固有频率的 Spearman 相关性分析结果, P1 至 P15 分别为机身密度、机身弹性模量、机身泊松比、平尾密度、平尾弹性模量、平尾泊松比、垂尾密度、垂尾弹性模量、垂尾泊松比、机翼密度、机翼弹性模量、机翼泊松比、翼尖小翼密度、翼尖小翼弹性模量、翼尖小翼泊松比. 灵敏度系数接近 1 或-1, 表明对应变量对结构固有频率具有较大影响. 结果表明, 机翼弹性模量 P11、机翼密度 P10 和翼尖小翼密度 P13 对前 6 阶固有频率影响较大.

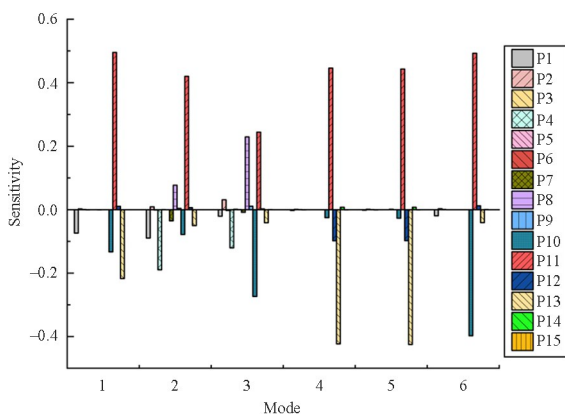


图 4 Spearman 相关性分析结果  
Fig. 4 Spearman correlation analysis results

## 2 基于自适应 Kriging 模型的区间模型修正方法

### 2.1 区间目标函数构建

GARTEUR 飞机模型材料参数方面存在一定的不确定性, 这会导致仿真结果与试验数据之间存在误差. 有必要进行有限元模型修正, 以量化材料参数中的不确定性. 为此, 采用基于自适应 Kriging 模型的区间模型修正方法<sup>[15]</sup>进行修正.

引入区间算法, 将具有不确定性的系统参数向量  $\theta$  表示为区间向量的形式, 即

$$\theta^I = [\underline{\theta}, \bar{\theta}] = \{\underline{\theta}_i, \underline{\theta}_i \leq \theta_i \leq \bar{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, r\} \quad (2)$$

其中  $\theta_i$  表示第  $i$  个参数,  $\underline{\theta}_i$  和  $\bar{\theta}_i$  分别表示第  $i$  个参数的区间下边界和上边界.  $r$  为参数个数.  $\underline{\theta} = [\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2, \dots, \underline{\theta}_r]^T$  为参数区间向量的下界向量, 由  $r$  个区间参数的下界组成.  $\bar{\theta} = [\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_r]^T$  为参数区间向量的上界向量, 由  $r$  个区间参数的上界组成.

由于系统参数  $\theta$  是区间变量, 系统的响应  $Y$  也

可以表示成区间向量的形式,即

$$\mathbf{Y}^I = [\underline{\mathbf{Y}}, \bar{\mathbf{Y}}] = \{y_i | \underline{y}_i \leq y_i \leq \bar{y}_i, i = 1, 2, \dots, s\} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{Y}^I$  为系统响应的区间向量形式,  $\bar{\mathbf{Y}} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_s]^T$  为响应区间向量的下界向量,由  $s$  个响应的下界组成,  $\underline{\mathbf{Y}} = [\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_s]^T$  为响应区间向量的上界向量,由  $s$  个响应的上界组成.  $y_i$  表示第  $i$  个响应,  $\underline{y}_i$  和  $\bar{y}_i$  分别表示第  $i$  个响应的区间下界和上界.

通过引入泛灰数<sup>[16]</sup>,可将区间模型修正问题转化为关于区间上界和区间直径的模型修正问题.

区间上界的模型修正问题可表示为

$$\begin{aligned} & \text{find } \bar{\boldsymbol{\theta}} \\ & \min F_1 = \sum_{j=1}^s [\tilde{y}_j(\boldsymbol{\theta}) - \bar{y}_j]^2 \\ & \text{s. t. } Lb_i \leq \underline{\theta}_{i0} \leq \theta_i \leq \bar{\theta}_i \leq Ub_i \\ & \quad (i = 1, 2, \dots, r) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\underline{\theta}_{i0}$  为第  $i$  个系统参数区间下界的初始分量,有限元预测响应的区间上界  $\tilde{y}_j$  与输入参数  $\boldsymbol{\theta}$  有关.通过调整系统参数  $\boldsymbol{\theta}$  的区间上界向量  $\bar{\boldsymbol{\theta}}$  来优化求解式,可以确定各系统参数的区间上界  $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ .

区间直径的模型修正问题可以表示为

$$\begin{aligned} & \text{find } \delta\boldsymbol{\theta} \\ & \min F_2 = \sum_{j=1}^s (\tilde{y}_j / \bar{y}_j - \underline{y}_j / \bar{y}_j)^2 \\ & = \sum_{j=1}^s \left( \frac{\tilde{y}_j - \bar{d}_j}{\bar{y}_j} - \frac{\underline{y}_j - d_j}{\bar{y}_j} \right)^2 \\ & = \sum_{j=1}^s \left( \frac{\tilde{d}_j}{\bar{y}_j} - \frac{d_j}{\bar{y}_j} \right)^2 = \sum_{j=1}^s [\tilde{d}_j(\delta\boldsymbol{\theta}) - d_j]^2 \\ & \text{s. t. } Lb_i \leq \bar{\theta}_i - \delta\theta_i \leq \theta_i \leq \bar{\theta}_i \leq Ub_i (i = 1, 2, \dots, r) \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\delta\boldsymbol{\theta}$  为系统参数的区间直径向量,  $\delta\theta_i$  为第  $i$  个区间直径分量.通过优化求解式以获得修正参数的区间直径  $\delta\boldsymbol{\theta}$ .

最后,待修正参数的区间可以表示为

$$\boldsymbol{\theta}^I = [\bar{\boldsymbol{\theta}} - \delta\boldsymbol{\theta}, \bar{\boldsymbol{\theta}}] \quad (6)$$

## 2.2 自适应 Kriging 模型构建

构建好区间目标函数后,模型修正问题即转化为优化问题.可引入代理模型替代有限元模型进行优化求解以提升计算效率.本文选用一种自适应

Kriging 模型<sup>[15]</sup>作为代理模型.该自适应 Kriging 模型构建方法可以分为初始 Kriging 模型构建、样本空间划分和局部自适应采样三个部分.具体构建过程详见文献<sup>[15]</sup>.

自适应 Kriging 模型构建方法的流程图如图 5 所示.初始样本点集  $U_I$  中的样本数量由中心复合试验设计方法结合工程经验确定.可以使用多种试验设计方法来生成初始样本点,如全因子试验设计方法<sup>[17]</sup>、正交试验设计方法<sup>[18]</sup>、均匀试验设计方法<sup>[19]</sup>和拉丁超立方抽样方法<sup>[20]</sup>.本文选用拉丁超立方抽样方法作为试验设计方法,并计算各样本点的响应以构建初始 Kriging 模型.

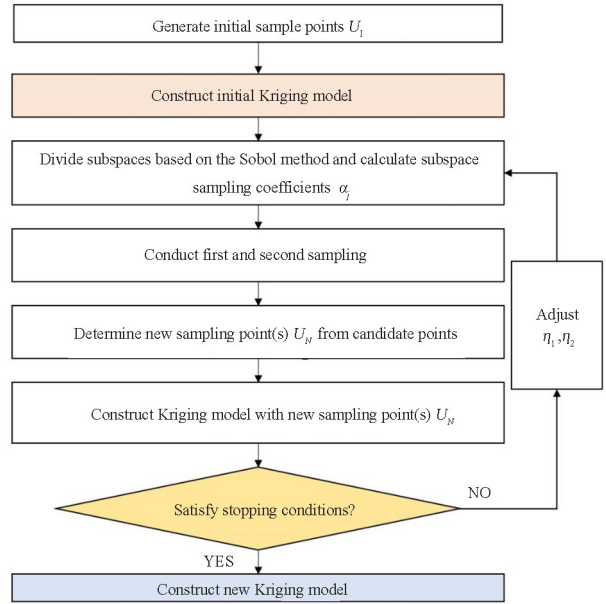


图 5 自适应 Kriging 模型构建流程图

Fig. 5 Flowchart of adaptive kriging model construction

之后对样本空间进行网格化处理.使用 Sobol 方法<sup>[21,22]</sup>对样本点进行全局灵敏度分析.根据计算得到的灵敏度分析结果对各参数区间进行区间划分,参数灵敏度越大,区间划分数越多.然后通过对各参数空间进行组合从而构建出整体的样本空间.

最后是局部自适应采样部分.计算每一个子空间的均方差作为子空间采样系数  $\alpha_j$ .定义关键子空间判定系数  $L_1$  和二次采样判定系数  $L_2$ ,其值根据样本空间规模确定.根据采样判定系数判定各子空间是否需要执行一次采样和二次采样.然后再构建 Kriging 模型,通过决定系数  $R^2$  和均方根误差  $R_{\text{RMSE}}$  两种检验标准对模型进行评估.定义两种检验标准的标准值分别为  $\delta_1$  和  $\delta_2$ ,收敛条件设定为  $R_2 \geq \delta_1$  和  $R_{\text{RMSE}} \leq \delta_2$ .若不满足收敛条件,则



调整区间划分系数和随机采样系数,反复迭代直至模型满足精度需求。

### 2.3 区间模型修正步骤

区间模型修正问题本质上是全局优化问题,本研究基于自适应 Kriging 模型,使用优化算法求解目标函数(4)和(5),从而获得参数的区间范围。考虑到粒子群算法<sup>[23]</sup>具有控制参数少、数学方法清晰的优点,在复杂环境中的收敛效果好<sup>[24]</sup>,本文采用粒子群算法作为优化算法。

所提出的区间模型修正方法的流程图如图 6 所示。该方法包括以下步骤:

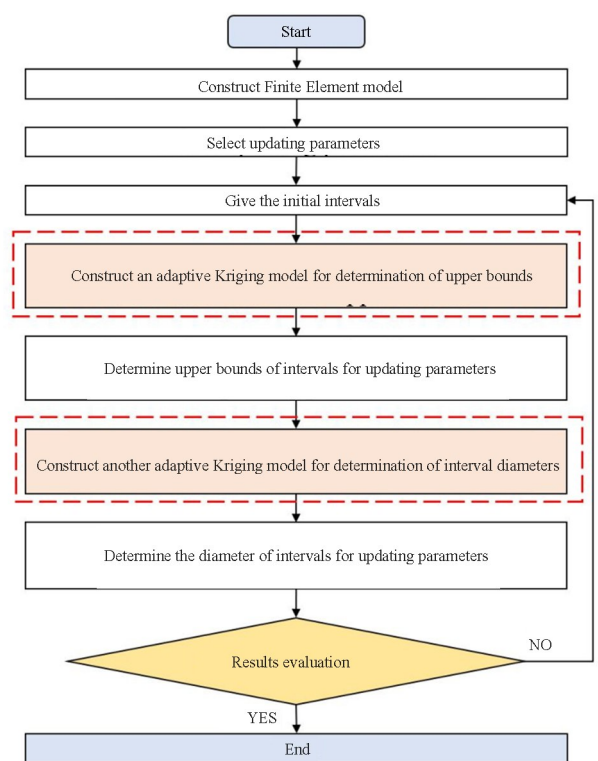


图 6 基于自适应 Kriging 模型的区间模型修正方法流程图  
Fig. 6 Flowchart of interval model updating method based on adaptive Kriging model

(1) 构建动力学模型并估计待修正参数的初始区间上界和区间直径。

(2) 构建关于系统区间参数  $\theta$  和有限元模型预测响应  $\tilde{Y}$  之间的自适应 Kriging 模型。

(3) 基于粒子群算法求解区间上界目标函数,通过实测响应的上界  $\bar{Y}$  优化求解系统参数区间的上界  $\bar{\theta}$ 。

(4) 构建关于系统参数区间直径  $\delta\theta$  和有限元模型预测响应的区间直径  $\tilde{d}$  之间的自适应 Kriging 模型。

(5) 基于粒子群算法求解区间直径目标函数,通过实测系统响应的区间直径  $d$  优化求解系统参数的区间直径  $\delta\theta$ 。

(6) 在所得不确定性参数区间内随机抽取参数样本,并计算有限元模型的响应区间,将其同实测响应区间进行对比,若满足精度要求,则完成区间模型修正;否则,重新估计初始区间范围并再次进行区间模型修正。

### 3 GARTEUR 飞机模型的有限元模型修正

针对 GARTEUR 飞机模型中材料参数存在不确定性的问题,采用区间模型修正方法对 GARTEUR 飞机模型进行了研究。

根据 GARTEUR 飞机模型中的模态分析结果和 Spearman 灵敏度分析结果,选取机翼弹性模量  $E_w$ 、机翼密度  $\rho_w$  和翼尖小翼密度  $\rho_1$  作为待修正参数,拟通过区间模型修正方法量化其不确定性范围。在初始有限元模型的基础上,构建了一个考虑了参数不确定性的飞机动力学模型,该模型被定义为目标模型,可将其视为真实“试验模型”用于模型修正。在目标模型中,设定机翼弹性模量  $E_w$ 、机翼密度  $\rho_w$  和翼尖小翼密度  $\rho_1$  三个结构参数的区间范围为  $E_w = [63, 77]$  GPa,  $\rho_w = [2502, 3058]$  kg·m<sup>-3</sup>,  $\rho_1 = [2502, 3058]$  kg·m<sup>-3</sup>。采用蒙特卡洛模拟方法在区间范围内获取 500 个样本点,经模态分析得出各样本点对应的前 6 阶固有频率。将上述参数数据作为“试验数据”用于区间模型修正。将固有频率的最大值作为响应区间上界,固有频率的最小值作为响应区间下界。

另外构建了一个考虑了参数不确定性的模型作为待修正模型。两模型之间仅存在材料参数差异。该模型的材料参数设定为  $E_w = [62, 94]$  GPa,  $\rho_w = [1860, 3220]$  kg·m<sup>-3</sup>,  $\rho_1 = [2300, 3600]$  kg·m<sup>-3</sup>。

首先在待修正模型的材料参数区间内通过拉丁超立方抽样方法获得了 50 个样本点,并计算了每个样本点对应的前 6 阶固有频率。基于这些样本数据构建了初始 Kriging 模型。此时由于样本量较小,所构建的 Kriging 模型只能粗略表示飞机模型参数变量和响应变量之间的函数关系。之后通过 6 次迭代处理,分别进行了网格化处理和自适应采样,得到了高精度的 Kriging 模型。

基于构建出的自适应 Kriging 模型,分别进行

区间中值修正和区间半径修正,得到了不确定性参数的区间范围.表1和表2给出了修正前后结构参数区间上界和下界的相对误差.修正前区间下界最大误差为25.66%,修正后最大误差为0.70%.修正前区间上界最大误差为22.08%,修正后最大误差为0.92%.表3和表4给出了修正前后响应区间上界和下界的相对误差.修正前区间下界最大误差为7.81%,区间上界最大误差为19.86%.修正

表1 GARTEUR模型参数区间下界的相对误差比较

Table 1 Comparison of relative errors between parameter interval lower bounds of the GARTEUR model

Item	True	Initial	Error %	Updated	Error %
$E_w/\text{GPa}$	63.00	62.00	-1.59	62.91	-0.15
$\rho_w/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2502.00	1860.00	-25.66	2519.39	0.70
$\rho_l/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2502.00	2300.00	-8.07	2513.74	0.47

表2 GARTEUR模型参数区间上界的相对误差比较

Table 2 Comparison of relative errors between parameter interval upper bounds of the GARTEUR model

Item	True	Initial	Error %	Updated	Error %
$E_w/\text{GPa}$	77.00	94.00	22.08	77.53	0.69
$\rho_w/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	3058.00	3220.00	5.30	3067.53	0.31
$\rho_l/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	3058.00	3600.00	17.72	3029.80	-0.92

表3 GARTEUR模型响应区间下界相对误差比较

Table 3 Comparison of relative errors in response interval lower bounds of the GARTEUR model

Item	True/Hz	Initial/Hz	Error/%	Updated/Hz	Error/%
$f_1$	4.98	4.74	-4.87	4.99	0.10
$f_2$	14.57	14.28	-1.98	14.56	-0.04
$f_3$	34.23	33.00	-3.60	34.20	-0.08
$f_4$	35.88	33.08	-7.81	36.01	0.36
$f_5$	35.96	33.47	-6.93	36.09	0.36
$f_6$	39.46	37.84	-4.09	39.40	-0.15

表4 GARTEUR模型响应区间上界相对误差比较

Table 4 Comparison of relative errors in response interval upper bounds of the GARTEUR model

Item	True/Hz	Initial/Hz	Error/%	Updated/Hz	Error/%
$f_1$	5.91	6.89	16.55	5.92	0.14
$f_2$	16.24	17.91	10.23	16.28	0.21
$f_3$	38.25	43.24	13.04	38.23	-0.04
$f_4$	43.70	50.33	15.17	43.74	0.09
$f_5$	43.81	50.44	15.15	43.84	0.08
$f_6$	47.61	57.06	19.86	47.62	0.04

后响应区间上界和下界的相对误差均接近于0.修正结果满足工程实际的需求.

图7显示了三自由度质量-弹簧系统的初始输出空间、真实输出空间和修正输出空间.可以看出,真实输出空间和修正后的输出空间吻合良好,修正效果良好.

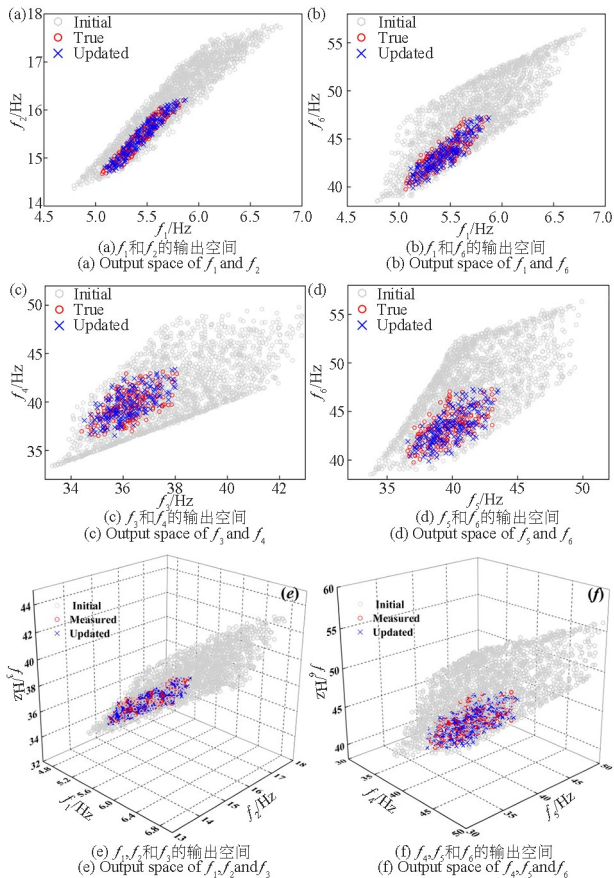


图7 GARTEUR模型的真实、初始和修正输出空间  
Fig. 7 True, initial and updated output spaces of the GARTEUR model

4 结论

本文针对 GARTEUR 飞机模型,通过一种基于自适应 Kriging 模型的区间模型修正方法进行了模型修正研究.最终得出了以下结论:

- (1) 同真实值相比,修正后系统参数的区间上下界最大误差均在1%以内,修正后模型的响应区间上下界最大误差接近于0,表明了本文所用方法的有效性.
- (2) 该方法采用自适应 Kriging 模型替代有限元模型进行优化求解,避免了复杂的有限元计算.自适应 Kriging 模型同普通 Kriging 模型相比可以保证模型精度,具有实际工程应用价值.
- (3) 采用所提方法对待修正模型进行修正后,

待修正模型的响应区间上下界接近目标模型,修正后的 GARTEUR 飞机模型具有良好的频率复现和预测能力.

参考文献

[1] 姚凌云, 姚敦辉. 圆柱壳弹性波超材料分级排列的带隙拓宽方法研究[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(7): 38—42.

YAO L Y, YAO D H. Research on the widening method of bandgap with graded arrangement for elastic wave metamaterial in cylindrical shells [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(7): 38—42. (in Chinese)

[2] 张伟, 石沐辰, 柳超然. 仿猫类落地姿态的准零刚度隔振器[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(2): 85—93.

ZHANG W, SHI M C, LIU C R. Quasi-zero-stiffness vibration isolator inspired by the cat landing attitude [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(2): 85—93. (in Chinese)

[3] 张皓, 李东升, 李宏男. 有限元模型修正研究进展: 从线性到非线性[J]. 力学进展, 2019, 49(1): 542—575.

ZHANG H, LI D S, LI H N. Recent progress on finite element model updating: from linearity to nonlinearity [J]. Advances in Mechanics, 2019, 49(1): 542—575. (in Chinese)

[4] TEUGHEL A, DE ROECK G. Damage detection and parameter identification by finite element model updating [J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2005, 12(2): 123—164.

[5] SIMOEN E, DE ROECK G, LOMBAERT G. Dealing with uncertainty in model updating for damage assessment: a review [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 56/57: 123—149.

[6] STEENACKERS G, GUILLAUME P. Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 296(4/5): 919—934.

[7] ZHAO Y L, YANG J H, FAES M G R, et al. The sub-interval similarity: a general uncertainty quantification metric for both stochastic and interval model updating [J]. Mechanical Systems and Signal Pro-

cessing, 2022, 178: 109319.

[8] BOHLE K, FRITZEN C P. Results obtained by minimising natural frequency and mac-value errors of a plate model [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(1): 55—64.

[9] LINK M, FRISWELL M. Working group 1: Generation of validated structural dynamic models—Results of a benchmark study utilising the GARTEUR SM-AG19 test-bed [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(1): 9—20.

[10] 李家辉, 许锋. 基于 Kriging 模型与 MOGA 算法的有限元模型修正[J]. 航空工程进展, 2023, 14(4): 68—75.

LI J H, XU F. Finite element model updating based on Kriging model and MOGA [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(4): 68—75. (in Chinese)

[11] 冯振宇, 郝晓帆, 杨青青, 等. GARTEUR 飞机模型的模态试验与模型修正技术[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(25): 105—111.

FENG Z Y, HAO X F, YANG Q Q, et al. Modal test and dynamic model updating for GARTEUR aircraft model [J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(25): 105—111. (in Chinese)

[12] 王涵, 史治宇. 最优阶次多项式响应面法及其在模型修正中的应用[J]. 机械制造与自动化, 2021, 50(6): 93—98.

WANG H, SHI Z Y. Construction of response surface with optimal order polynomial and its application in FEM updating [J]. Machine Building & Automation, 2021, 50(6): 93—98. (in Chinese)

[13] XIAO C W, YE J Q, ESTEVES R M, et al. Using Spearman's correlation coefficients for exploratory data analysis on big dataset [J]. Concurrency and Computation: Practice and Experience, 2016, 28(14): 3866—3878.

[14] GAUTHIER T. Detecting trends using Spearman's rank correlation coefficient [J]. Environmental Forensics, 2001, 2(4): 359—362.

[15] WEI S, CHEN Y F, DING H, et al. An improved interval model updating method via adaptive Kriging models [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2024, 45(3): 497—514.

[16] RAO S S, JIN H L. Analysis of coupled bending-torsional vibration of beams in the presence of uncertainties [J]. Journal of Vibration and Acoustics,

- 2014, 136(5): 051004.
- [17] SEZGIN H, BERKALP O B. Analysis of the effects of fabric reinforcement parameters on the mechanical properties of textile-based hybrid composites by full factorial experimental design method [J]. *Journal of Industrial Textiles*, 2018, 48(3): 580—598.
- [18] ZHU Q Y, HAN Q K, LIU J G, et al. High-accuracy finite element model updating a framed structure based on response surface method and partition modification [J]. *Aerospace*, 2023, 10(1): 79.
- [19] YANG P Y, CHOU F I, TSAI J T, et al. Adaptive-uniform-experimental-design-based fractional-order particle swarm optimizer with non-linear time-varying evolution [J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(24): 5537.
- [20] SHEIKHOLESLAMI R, RAZAVI S. Progressive Latin Hypercube Sampling: an efficient approach for robust sampling-based analysis of environmental models [J]. *Environmental Modelling & Software*, 2017, 93: 109—126.
- [21] SOBOL I. On sensitivity estimation for nonlinear mathematical models [J]. *Matematicheskoe Modelirovanie*, 1990, 2(1): 112—118.
- [22] KUCHERENKO S, DELPUECH B, IOOSS B, et al. Application of the control variate technique to estimation of total sensitivity indices [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, 134: 251—259.
- [23] 刘博, 王云财, 张松涛, 等. 火星探测器制动捕获多目标优化策略[J]. *动力学与控制学报*, 2019, 17(4): 356—361.
- LIU B, WANG Y C, ZHANG S T, et al. Multi-objective optimization strategy for brake capture of Mars explorer [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2019, 17(4): 356—361. (in Chinese)
- [24] REN M L, HUANG X D, ZHU X X, et al. Optimized PSO algorithm based on the simplicial algorithm of fixed point theory [J]. *Applied Intelligence*, 2020, 50(7): 2009—2024.