

一种空间无人平台的 LPV 鲁棒姿态控制方法

蔡赫^{1†} 冯笛恩¹ 胡博¹ 余威¹ 饶永红²

(1. 航天时代飞鸿技术有限公司, 北京 100094)

(2. 中国人民解放军陆军装备部装备保障大队, 北京 100072)

摘要 针对携带转动挠性太阳帆板的空间无人平台姿态控制问题,提出了一种基于输出反馈的线性变参数 (LPV) 鲁棒姿态控制方法. 首先以太阳帆板转角作为调度参数,建立空间无人平台姿态动力学 LPV 模型. 将二次型控制指标上限作为优化指标,考虑了实际工况中姿态控制信号输入受限、输入变化率受限以及挠性振动难以观测的情况. 通过线性矩阵不等式 (LMI) 方法求解得到了随帆板转角调度的 LPV 输出反馈控制器. 所求得的控制器无需挠性振动信息,以平台姿态角和姿态角速度作为反馈信号,能够在帆板转角大范围变化的情况下保持平台姿态的鲁棒稳定性,同时有效抑制帆板的挠性振动,具备较好的参数适应性和抗干扰能力. 最后,用数值方法对所提出的空间无人平台 LPV 姿态控制方法进行了验证.

关键词 空间无人平台, 姿态控制, 线性变参数, 鲁棒控制, 输入受限

中图分类号:V412.4

文献标志码:A

A LPV Robust Attitude Control Method for Unmanned Space Platform

Cai He^{1†} Feng Di'en¹ Hu Bo¹ Yu Wei¹ Rao Yonghong²

(1. Aerospace Times Feihong Technology Company Limited, Beijing 100094, China)

(2. Equipment Support Group of the Armaments Department of PLA, Beijing 100072), China)

Abstract A linear parameter-varying (LPV) robust attitude control method based on output feedback is proposed to solve the attitude control problem of space unmanned platform carrying rotating flexible solar panels. Firstly, the LPV model of attitude dynamics is established by taking solar panel angle as scheduling parameter. Taking the upper limit of the quadratic control index as the optimization index, the LPV output feedback controller is obtained by linear matrix inequality (LMI) method considering the limited input and change rate of the attitude control signal and the difficult observation of the flexible vibration in actual working conditions. Flexible vibration information is not needed by obtained controller. Platform attitude angles and attitude angular velocities are taken as feedback signals, which can maintain the robust stability of platform attitude and effectively suppress the flexible vibration of the windsurfing board under the condition that the windsurfing angle changes in a wide range, and has good parameter adaptability and anti-interference ability. Finally, the proposed LPV attitude control method for unmanned space platform is verified by numerical method.

Key words unmanned space platform, attitude control, linear parameter-varying, robust control, input limited

引言

近地空间凭借其巨大的军事价值,成为 21 世纪世界各国的重要战略方向,并在维护国家安全和发展中愈发展现出重要的战略价值,无人空间作战平台也因此成为空间无人作战装备焦点.为争夺未来智能化空间无人作战的制高点,各个太空强国均在近地空间无人作战领域加大了投入,例如美军天基动能武器系统“上帝之杖”^[1]、在轨服务系统“轨道快车”计划^[2]和俄罗斯的“宇宙”-2504 拦截卫星^[3]等.随着空间无人作战技术的发展,空间无人平台结构功能愈发复杂,对控制系统提出了更高的要求.

考虑一类带有可旋转挠性帆板的空间无人平台,由于对日定向的太阳帆板可转动,其姿态动力学模型存在不确定性与时变性,同时还存在帆板振动、气动力矩、太阳光压力矩等内外部干扰因素.基于线性变参数(LPV)理论的控制器的参数会随着被控系统的参数变化而实时变化,对系统的时变特性具有较好适应性.

Shamma 等^[4]最早提出 LPV 控制方法,引起了许多学者的研究关注. Fen 等^[5]基于参数相关 Lyapunov 函数,通过将存在条件转化为半无限维凸优化问题,将参数依赖器求解问题转化为有限维问题,实现了参数依赖系统的闭环稳定. Lu 等^[6]将 LPV 与模型预测控制(MPC)相结合,利用线性矩阵不等式方法求解得到了依赖变参数的 MPC 控制器. Oca 等^[7]考虑执行器故障情况下,利用未知输入观测器(UIO)进行故障识别,利用线性矩阵不等式(LMI)进行容错 LPV 控制器设计,以保证在多个 LMI 约束条件下的闭环稳定. Wu 等^[8]针对具有时滞特性的 LPV 系统,考虑存在可变状态延迟或输入延迟时,基于参数相关的 Lyapunov 函数,利用线性矩阵不等式求解得到满足时滞相关稳定性和具备 L_2 范数性能的 LPV 控制器. Fujisaki 等^[9]基于随机化算法以非线性的方式给出了具有状态空间矩阵的一般 LPV 对象的调度方法,以取代调度参数集的网络化或近似.

由于能够很好地适应非线性或时变系统,近些年来基于 LPV 建模的控制方法正越来越多地在工程领域中应用.文献[10]~文献[12]提出了多种风能转换系统的 LPV 增益调度控制器的控制方法.文献[13]提出了针对车辆半主动悬挂控制问题的

LPV 半主动悬架控制策略.文献[14]和文献[15]介绍了 LPV 控制在航空航天领域的诸多应用.

本文针对空间无人平台的姿态控制问题,在姿态动力学 LPV 模型的基础上,研究并建立一套输出反馈鲁棒姿态控制器设计方法.

1 空间无人平台姿态动力学建模

1.1 坐标系定义

本文以某空间无人平台为研究对象,平台由中心刚体与挠性太阳帆板组成, α 为太阳帆板相对于中心刚体转角,如图 1 所示.

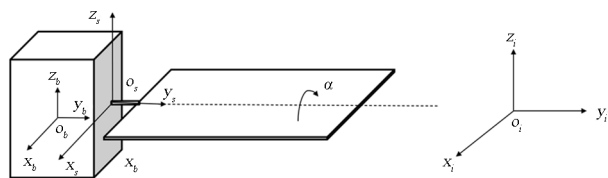


图 1 空间无人平台坐标系定义

Fig. 1 Definition of space unmanned platform coordinate system

坐标系包括惯性坐标系 $O_i x_i y_i z_i$ 、平台本体坐标系 $O_b x_b y_b z_b$ 和太阳帆板坐标系 $O_s x_s y_s z_s$. 无人平台本体坐标系固连于中心刚体,原点位于无人平台质心;太阳帆板坐标系固连于太阳帆板,原点位于帆板与中心体连接处.当帆板转角为 0 时,帆板系与本体系指向一致.

1.2 带有太阳帆板的空间无人平台姿态动力学

在小角度假设下,使用角动量定理和拉格朗日法^[16]分别求得挠性航天器姿态动力学方程和太阳帆板模态运动学方程,如式(1)所示:

$$\begin{cases} \mathbf{T} = \mathbf{J}(\alpha) \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}(\alpha) \boldsymbol{\omega} + \\ \quad \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}(\alpha) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{H}(\alpha) \boldsymbol{\eta} \\ 0 = \ddot{\boldsymbol{\eta}} + 2\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\Omega} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\Omega}^2 \boldsymbol{\eta}_i + \mathbf{H}^T(\alpha) \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{J}$ 为航天器转动惯量, $\mathbf{H}$ 为空间无人平台太阳帆板相对于本体的刚柔耦合系数矩阵, $\boldsymbol{\xi}$ 为太阳帆板的挠性模态阻尼, $\boldsymbol{\Omega}$ 为太阳帆板的挠性模态频率, $\boldsymbol{\omega}$ 为无人平台姿态角速度, $\boldsymbol{\eta}$ 为太阳帆板在模态坐标下的振动位移, $\mathbf{T}$ 为平台姿态控制力矩. 安装挠性太阳帆板的航天器姿态动力学方程如下:

若忽略二次项与耦合项,则式(1)可写为状态空间形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\alpha) \mathbf{x} + \mathbf{B}(\alpha) \mathbf{u},$$

其中:

$$u = T, \quad x = [\theta^T \quad \omega^T \quad \eta^T \quad \dot{\eta}^T]^T$$

2 LPV 鲁棒姿态控制器设计

2.1 输出反馈 LPV 鲁棒保性能控制

高精度的姿态控制,需要设计高性能的姿态控制器.空间无人平台的姿态控制,既包括整星姿态指向控制,也包含挠性部件振动抑制控制.同时,平台的姿态控制问题还要考虑诸多干扰因素,包含帆板转动造成的参数不确定与时变性、观测误差、输入饱和和外部干扰力矩(如重力梯度力矩、太阳光压力矩、稀薄大气的气动力矩)等.因此,在参数时变及挠性模态不可观测的情况下,所设计的姿态控制器既要保证中心刚体的姿态稳定,又要保证挠性附件振动的衰减,同时要对建模不确定性以及外界干扰具备鲁棒性.

设计如下输出反馈控制器:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k(\theta)x_k + B_k(\theta)y \\ u &= C_k(\theta)x_k + D_k(\theta)y \end{aligned} \quad (2)$$

得到闭环系统为: $\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_k \end{bmatrix} = A_{cl} \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} w$, 其中,

$A_k(\theta)$ 、 $B_k(\theta)$ 、 $C_k(\theta)$ 、 $D_k(\theta)$ 为随变参数调度的输出反馈控制器矩阵, w 为系统干扰. 系统对应的二次型指标可写为:

$$J = \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} x^T & x_k^T \end{bmatrix} Q_{2n} \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} + u^T R u \right) dt \quad (3)$$

其中 Q 、 R 为性能矩阵.

给出如下 LMI 问题求解中的常用引理^[17-19].

引理 1 (Schur 补引理) 对于矩阵 $S =$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } S_{11} \text{ 与 } S_{22} \text{ 为方阵, 则以下三个不}$$

等式是等价的:

$$\begin{cases} S < 0 \\ S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0 \\ S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0 \end{cases} \quad (4)$$

引理 2 对于满足维数要求的任意矩阵 X 、 Y , 任意一个正数 β 均可使不等式(5)成立:

$$X^T Y + Y^T X \leq \beta X^T X + \frac{1}{\beta} Y^T Y \quad (5)$$

引理 3 对于任意可逆矩阵 P , 其逆矩阵的导数可由等式(6)计算:

$$\frac{d(P^{-1})}{dt} = -P^{-1} \frac{dP}{dt} P^{-1} \quad (6)$$

根据参数依赖二次稳定的思想^[17], 设计二次型李雅普诺夫函数 $V(t) = \begin{bmatrix} x^T & x_k^T \end{bmatrix} P(\theta) \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix}$, 其中:

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} X(\theta) & M(\theta) \\ M^T(\theta) & U(\theta) \end{bmatrix}, P^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} Y(\theta) & N(\theta) \\ N^T(\theta) & V(\theta) \end{bmatrix},$$

并满足:

$$\begin{cases} I = MN^T + XY \\ 0 = XN + MV \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} Y = (X - MU^{-1}M^T)^{-1} \\ N = -YMU^{-1} \end{cases}.$$

线性鲁棒保性能控制问题包含了两条约束条件, 一是闭环系统的二次稳定条件, 而二是二次型指标上界存在条件. 接下来通过定理 1 将保性能控制问题转化为 LMI 优化问题.

定理 1: 已知 $x(0)$ 与 $x_k(0)$ 为闭环系统的状态初始值, 若存在矩阵 X 、 Y 、 M 、 N 、 V 、 $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$ 、 $\hat{C}$ 、 $\hat{D}$ 使得不等式(7)、(8)和(9)成立:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & * & * & * & * \\ J & -Q_{2n}^{-1} & * & * & * \\ \Omega_{31} & 0 & -R^{-1} & * & * \\ J & 0 & 0 & -\frac{\beta}{\epsilon} I_{2n} & * \\ \Omega_{51} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\beta} I_n \end{bmatrix} \leq 0 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} Y & I \\ I & X \end{bmatrix} \geq 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & * & * \\ \gamma x(0) & Y & * \\ \gamma x_k(0) & N^T & V \end{bmatrix} \geq 0 \quad (9)$$

其中:

$$\Omega_{11} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} AY + YA^T + \\ \hat{B}\hat{C} + \hat{C}^T \hat{B}^T - \dot{Y} \end{bmatrix} & * \\ \hat{A} + A^T + C^T \hat{D}^T B^T & \begin{bmatrix} XA + A^T X + \\ \hat{B}\hat{C} + C^T \hat{B}^T + \dot{X} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\Omega_{31} = [\hat{C} \quad \hat{D}\hat{C}], \Omega_{51} = [I \quad X], J = \begin{bmatrix} Y & I \\ N^T & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

则

$$D_k = \hat{D}$$

$$C_k = (\hat{C} - D_k C Y)(N^T)^{-1}$$

$$B_k = M^{-1}(\hat{B} - X B D_k)$$

$$A_k = -M^{-1}(\dot{X}Y + \dot{M}N^T)(N^T)^{-1} +$$

$$\begin{aligned} & M^{-1}[\hat{A} - X(A + BD_kC)Y - \\ & MB_kCY - XBC_kN^T](N^T)^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

即为式(6)定义的待求输出反馈控制器矩阵,并满

$$\dot{V} \leq \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix}^T \left(PA_{cl} + A_{cl}^T P + \dot{P} + \beta \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} [X \ M] \right) \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} + \frac{1}{\beta} w^T w \quad (13)$$

设 ε 为大于 0 的小量,且噪声 w 为满足:

$$w^T w \leq \varepsilon \begin{bmatrix} x^T & x_k^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} \quad (14)$$

得到:

$$\dot{V} \leq \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix}^T \left(PA_{cl} + A_{cl}^T P + \dot{P} + \beta \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} [X \ M] + \frac{\varepsilon}{\beta} I \right) \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} \quad (15)$$

令:

$$\dot{V} \leq \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix}^T \left(PA_{cl} + A_{cl}^T P + \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} [X \ M] + \varepsilon \beta I \right) \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} x^T & x_k^T \end{bmatrix} \left(-Q_{2n} - \begin{bmatrix} C^T D_k^T \\ C_k^T \end{bmatrix} R [D_k C \ C_k] \right) \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} \leq 0 \quad (16)$$

$$\text{即: } PA_{cl} + A_{cl}^T P + \dot{P} + \beta \begin{bmatrix} X \\ M^T \end{bmatrix} [X \ M] + \frac{\varepsilon}{\beta} I + Q_{2n} + \begin{bmatrix} C^T D_k^T \\ C_k^T \end{bmatrix} R [D_k C \ C_k] \leq 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} x^T & x_k^T \end{bmatrix} Q_{2n} \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} + u^T R u \leq -\dot{V} \quad (18)$$

式(18)两边同时积分,可得:

$$\int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} x^T & x_k^T \end{bmatrix} Q_{2n} \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} + u^T R u \right) dt \leq -\int_0^\infty \dot{V} dt = V(0) \quad (19)$$

可以看出,输出反馈保性能控制器求解问题可转化

$$J^T P A_{cl} J + J^T A_{cl}^T P J + J^T \dot{P} J - \begin{bmatrix} J \\ [\hat{D}C \ C_k] J \\ J \\ [X \ M] J \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Q_{2n}^{-1} & * & * & * \\ 0 & -R^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & -\frac{\beta}{\varepsilon} I & * \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\beta} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ [\hat{D}C \ C_k] J \\ J \\ [X \ M] J \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

根据引理 1,式(21)与式(7)等效.定理 1 证毕.

本节在推导中引入了参数 ε ,这个参数表征了系统干扰相对于状态量的比值,可用于描述系统所受干扰的大小.从定理 1 及其推导可以看出,在闭环系统状态量初值已知的前提下,二次型指标上界存在条件可以转化为 LMI 不等式,并且二次型指标上界的倒数 γ 以待求参数的形式存在于式(9)中,再求解控制器时可将 γ 作为优化指标使其最大化,从而压低二次型指标上界,使保性能控制器性能达到最优.定理 1 将闭环系统二次稳定条件转化为 LMI 不等式(7)与(8),其中式(7)确保闭环系统是二次稳定

足 $J \leq 1/\gamma$. 其中 $M = (I - XY)(N^T)^{-1}$, γ 为待优化指标.

证明: 根据引理 2,存在一个 $\beta > 0$,使得

为不等式(17)和(18).令 $V(0) \leq 1/\gamma$,得到:

$$\gamma - [\gamma x^T(0) \ \gamma x_k^T(0)] \begin{bmatrix} Y & N \\ N^T & V \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma x(0) \\ \gamma x_k(0) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (20)$$

根据引理 1,式(20)可等效为式(9).不等式(17)左右分别乘以 J^T 和 J ,可以写作式(21):

性,式(8)确保矩阵 P 的逆矩阵的存在性.

2.2 输入受限约束分析

在航天器在轨运行的实际工况中,如同反作用飞轮、力矩陀螺等姿态控制执行机构往往受到其结构、材质和输出功率等约束,输出的控制力矩不可能超出其自身承受范围,同时也不可能以无限大的变化率或频率输出力矩,因此本节考虑到输入信号的幅值和变化率受限的约束,将控制器输入受限约束转化为 LMI 可行性问题.首先考虑输入幅值受限约束.

定理 2: 如果待求控制器参数满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}} & \hat{\mathbf{D}}\mathbf{C} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}^T \\ \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{D}}^T \end{bmatrix} \\ & \gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (22)$$

则控制器输入值存在上界,即 $\|\mathbf{u}\| \leq u_{\max}$.

证明:

$$\text{令} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{D}_k^T \\ \mathbf{C}_k^T \end{bmatrix} [\mathbf{D}_k \mathbf{C} \quad \mathbf{C}_k] \leq \gamma u_{\max}^2 \mathbf{P} \quad (23)$$

$$\text{使得} \mathbf{u}^T \mathbf{u} \leq \gamma u_{\max}^2 [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{x}_k^T] \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \leq u_{\max}^2 \quad (24)$$

式(23)左右分别乘以 $\mathbf{J}^T$ 和 $\mathbf{J}$,可改写为:

$$u_{\max}^2 \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X} \end{bmatrix} - \frac{1}{\gamma} \times \begin{bmatrix} \mathbf{Y}\mathbf{C}^T \mathbf{D}_k^T + \mathbf{N}\mathbf{C}_k^T \\ \mathbf{C}^T \mathbf{D}_k^T \end{bmatrix} [\mathbf{D}_k \mathbf{C}\mathbf{Y} + \mathbf{C}_k \mathbf{N}^T \quad \mathbf{D}_k \mathbf{C}] \geq 0 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} &\leq \gamma u_{\max}^2 \left(\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix}^T \mathbf{A}_{cl}^T + [\mathbf{w}^T \quad \mathbf{0}] \right) \mathbf{P} \left(\mathbf{A}_{cl} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) \\ &\leq \gamma u_{\max}^2 \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix}^T \left(\mathbf{A}_{cl}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{cl} + \mathbf{A}_{cl}^T \mathbf{P} \left(\frac{1}{\beta_1} \mathbf{J} \mathbf{J}^T \right) \mathbf{P} \mathbf{A}_{cl} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} + \gamma u_{\max}^2 \mathbf{w}^T (\beta_1 (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} + \mathbf{P}) \mathbf{w} \end{aligned} \quad (27)$$

再假设存在 ϵ_1 :

$$\begin{aligned} &\mathbf{w}^T [\beta_1 (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} + \mathbf{P}] \mathbf{w} \\ &\leq \epsilon_1 \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix}^T [\beta_1 (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} + \mathbf{P}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

并令:

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}_{cl}^T \mathbf{P} \left(\mathbf{I} + \frac{1}{\beta_1} \mathbf{J} \mathbf{J}^T \mathbf{P} \right) \mathbf{A}_{cl} + \epsilon_1 [\beta_1 (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} + \mathbf{P}] \\ &\leq \frac{\dot{u}_{\max}^2}{u_{\max}^2} \mathbf{P} \end{aligned} \quad (29)$$

可使得如下不等式成立:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} &\leq [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{x}_k^T] \gamma \dot{u}_{\max}^2 \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \\ &\leq \frac{\dot{u}_{\max}^2}{V_0} V \leq \dot{u}_{\max}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

式(29)左右分别乘以 $\mathbf{J}^T$ 和 $\mathbf{J}$,根据引理 1,可等效为式(26).定理 3 证毕.

2.3 LPV 鲁棒保性能控制器

以帆板转角 α 为变参数.结合 2.1、2.2 节的推导结果,假设待求控制器参数满足如下仿射形结构:

根据引理 1,式(25)等价于式(22).定理 2 得证.

接下来考虑输入变化率受限约束.

定理 3: 如果存在大于 0 的参数 ϵ_1 和 β_1 ,使得待求控制器参数满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \left(\epsilon_1 - \frac{\dot{u}_{\max}^2}{u_{\max}^2} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X} \end{bmatrix} + \epsilon_1 \beta_1 \mathbf{I} & * & * \\ \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{C}} & \mathbf{A} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{D}}\mathbf{C} \\ \hat{\mathbf{A}} & \mathbf{X}\mathbf{A} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{C} \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X} \end{bmatrix} & * \\ \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{C}} & \mathbf{A} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{D}}\mathbf{C} \\ \hat{\mathbf{A}} & \mathbf{X}\mathbf{A} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{C} \end{bmatrix} & \mathbf{0} & -\beta_1 \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (26)$$

则控制器输入值存在上界,即 $\|\dot{\mathbf{u}}\| \leq \dot{u}_{\max}$.

证明: 已知 $\dot{\mathbf{u}} = [\mathbf{D}_k \mathbf{C} \quad \mathbf{C}_k] \mathbf{A}_{cl} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} + \mathbf{D}_k \mathbf{C} \mathbf{w}$,

根据引理 2,存在任意 $\beta_1 > 0$,使得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}(\alpha) \\ \mathbf{Y}(\alpha) \\ \mathbf{M}(\alpha) \\ \mathbf{N}(\alpha) \\ \mathbf{V}(\alpha) \\ \hat{\mathbf{A}}(\alpha) \\ \hat{\mathbf{B}}(\alpha) \\ \hat{\mathbf{C}}(\alpha) \\ \hat{\mathbf{D}}(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{Y}_0 \\ \mathbf{M}_0 \\ \mathbf{N}_0 \\ \mathbf{V}_0 \\ \hat{\mathbf{A}}_0 \\ \hat{\mathbf{B}}_0 \\ \hat{\mathbf{C}}_0 \\ \hat{\mathbf{D}}_0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{V}_1 \\ \hat{\mathbf{A}}_1 \\ \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{C}}_1 \\ \hat{\mathbf{D}}_1 \end{bmatrix} + \alpha^2 \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{N}_2 \\ \mathbf{V}_2 \\ \hat{\mathbf{A}}_2 \\ \hat{\mathbf{B}}_2 \\ \hat{\mathbf{C}}_2 \\ \hat{\mathbf{D}}_2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

LPV 控制器的求解可转化为如下 LMI 优化问题:已知 LPV 系统,设定控制指标矩阵 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 以及输入限制和输入变化率限制,设定 ϵ 、 ϵ_1 为大于 0 的小量,设定 β 为大于 0 的量,求解矩阵 $\mathbf{X}_i$ 、 $\mathbf{Y}_i$ 、 $\mathbf{M}_i$ 、 $\mathbf{N}_i$ 、 $\mathbf{V}_i$ 、 $\hat{\mathbf{A}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{B}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{C}}_i$ 和 $\hat{\mathbf{D}}_i$,使得指标上限 $1/\gamma$ 最小,并满足不等式约束(7)、(8)、(9)、(22)和(26).

在求解过程中,将变参数在其区间内划分网格,在网格点上对控制器进行求解,使得控制器在每一个网格点上均满足 LMI 约束,便可将 LPV 控制器的求解转化为有限的 LMI 问题.

3 仿真结果及分析

设定外部干扰力矩为大小为 0.5Nm 脉冲信号,频率为 0.01Hz,帆板转角分别为 $\{0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$,初始三轴姿态偏差角均为 5.73° ,初始姿态角速度与模态状态均为 0,输入力矩(Nm)满足:

$$\|u\| \leq 10, \|\dot{u}\| \leq 30 \tag{32}$$

动力学参数参考文献[16]. 仿真结果如下图所示,其中姿态角响应帆、板模态振动响应和输入力矩响应分别如图 2~4 所示:

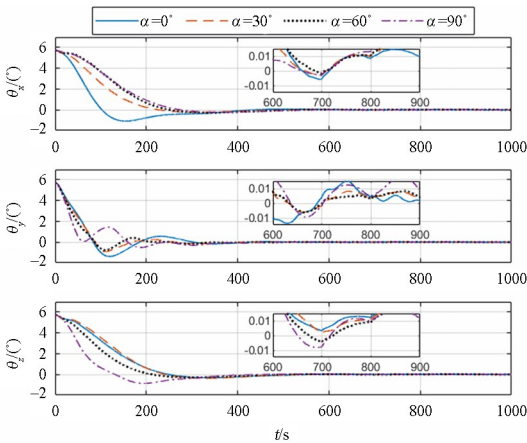


图 2 空间无人平台三轴姿态角响应
Fig. 2 Response of three-axis attitude angle of space unmanned platform

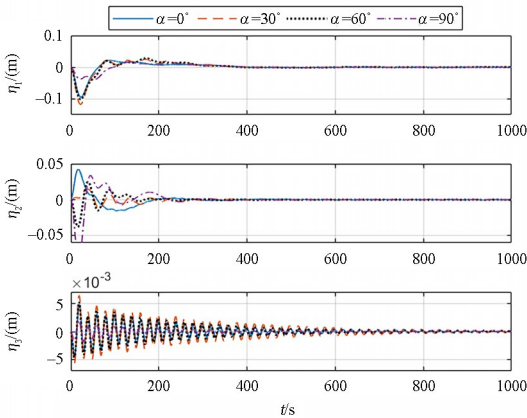


图 3 空间无人平台帆板的 1、2、3 阶模态响应
Fig. 3 Mode response of order 1, 2 and 3 of space unmanned platform sail board

由仿真算例可以看出,在环境力矩干扰及输入受限约束下,空间无人平台在帆板转角分别处于不同角度时,三轴姿态角均能快速稳定到 0.02° 左右的精度范围,三轴控制力矩的大小均在 10Nm 以内,三阶模态振动逐渐衰减,体现随变参数调度的 LPV 控制器具有良好的参数适应性能,使平台在不同的帆板转动角下实现三轴姿态角快速稳定及挠性帆板模态镇定.

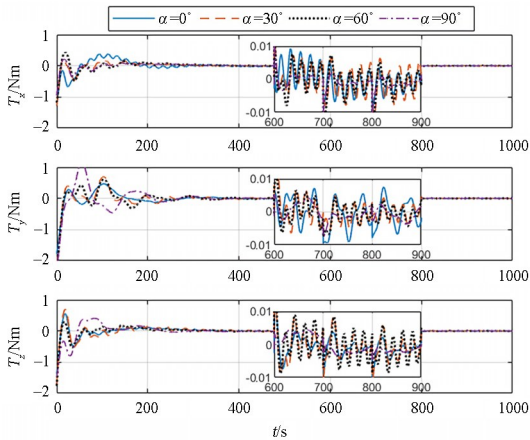


图 4 空间无人平台三轴控制力矩响应
Fig. 4 Response of three-axis control torque of space unmanned platform

4 结论

本文首先基于李雅普诺夫参数依赖二次稳定的概念,以受干扰 LPV 系统的二次型控制指标的上界作为优化变量,将控制指标上界优化问题转化为 LMI 特征值问题,将闭环系统参数依赖二次稳定转化为 LMI 可行性问题.考虑空间无人平台在轨运行的实际工况中执行机构提供的控制力矩与力矩的变化率受限问题,将输出反馈控制器控制信号及其变化率受限的问题,转化为 LMI 可行性问题.将所求 LMI 不等式进行联立,并假设控制器参数具有依赖于帆板转角的二次仿射型结构,对控制器参数进行求解,并利用计算机仿真进行验证.仿真结果表明,在控制信号及其变化率不超出给定限制的前提下,所求的 LPV 输出反馈保性能控制器能够实现航天器的姿态稳定与模态镇定,并具备一定的抗干扰能力.

参考文献

[1] 李争,刘元雪,胡明,等. “上帝之杖”天基动能武器毁伤效应评估[J]. 振动与冲击, 2016, 35(18): 159-164+180.
LI Z, LIU Y X, HU M, et al. Damage effect evaluation of God stick space-based kinetic energy weapons [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35 (18): 159-164+180. (in Chinese)
[2] “轨道快车”计划及其启示[J]. 国际太空, 2002 (10): 1-2.
[3] 春水. 太空杀手——天基反卫星武器浮出水面[J]. 军事文摘, 2016, 373(15): 28-31.

- [4] SHAMMA J S, ATHANS M. Guaranteed properties of gain scheduled control for linear parameter-varying plants [J]. *Automatica*, 1991, 27(3): 559—564.
- [5] WU F, YANG X H, PACKARD A, et al. Induced L_2 -norm control for LPV systems with bounded parameter variation rates [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1996, 6(910): 983—998.
- [6] LU Y H, ARKUN Y. Quasi-Min-Max MPC algorithms for LPV systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(4): 527—540.
- [7] DE OCA S, PUIG V, WITCZAK M, et al. Fault-tolerant control strategy for actuator faults using LPV techniques: application to a two degree of freedom helicopter [J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2012, 22(1): 161—171.
- [8] WU F, GRIGORIADIS K M. LPV Systems with parameter-varying time delays: analysis and control [J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 221—229.
- [9] FUJISAKI Y, DABBENE F, TEMPO R. Probabilistic design of LPV control systems [J]. *Automatica*, 2003, 39(8): 1323—1337.
- [10] 沈艳霞, 朱芸, 纪志成. LPV 动态补偿的风能转换系统变桨距控制[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(11): 1282—1288.
SHEN Y X, ZHU Y, JI Z C. Variable pitch control for wind energy conversion system with LPV dynamic compensation [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(11): 1282—1288. (in Chinese)
- [11] HE X, JIANG W, JIANG C S. Robust controller designing for an air-breathing hypersonic vehicle with an HOSVD-based LPV model [J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021, 2021: 7570059.
- [12] BIANCHI F D, MANTZ R J, CHRISTIANSEN C F. Gain scheduling control of variable-speed wind energy conversion systems using quasi-LPV models [J]. *Control Engineering Practice*, 2005, 13(2): 247—255.
- [13] POUSSOT-VASSAL C, SENAME O, DUGARD L, et al. A new semi-active suspension control strategy through LPV technique [J]. *Control Engineering Practice*, 2008, 16(12): 1519—1534.
- [14] 蔡赫, 师鹏. 基于 LPV 模型的挠性航天器保性能姿态控制方法[J/OL]. *北京航空航天大学学报*: 1—12 [2024-02-23]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0880>.
- CAI H, SHI P. Attitude guaranteed cost control method for flexible spacecraft based on LPV model [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1—12[2024-02-23]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0880>. (in Chinese)
- [15] TASOUJIAN S, GRIGORIADIS K, FRANCHEK M. LPV delay-dependent sampled-data output-feedback control of fueling in spark ignition engines [J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2021, 54(20): 927—934.
- [16] HAMADA Y, OHTANI T, KIDA T, et al. In-orbit Control Experiment on ETS-VIII Spacecraft; JAXA-RR-12-002E [R]. [S.l.: s. n.], 2012.
- [17] 俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
YU L. Robust control: methods to deal with linear matrix inequalities [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese)
- [18] 庞辉, 王延, 刘凡. 考虑参数不确定性的主动悬架 H_2/H_∞ 保性能控制 [J]. *控制与决策*, 2019, 34(3): 470—478.
PANG H, WANG Y, LIU F. H_2/H_∞ guaranteed cost control for active suspensions considering parameter uncertainty [J]. *Control and Decision*, 2019, 34(3): 470—478. (in Chinese)
- [19] 刘康志, 姚郁. 线性鲁棒控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.
LIU K Z, YAO Y. Linear robust control [M]. Beijing: Science Press, 2013. (in Chinese)