

# 压电爬行平台高精度步长控制调速方法<sup>\*</sup>

杨奕潇<sup>1,2</sup> 孙煜<sup>2,3</sup> 康华洲<sup>1,2</sup> 杨晓峰<sup>1,2,3†</sup>

(1. 复旦大学 微电子学院, 上海 200433)

(2. 复旦大学 上海市超精密运动控制与检测工程研究中心, 上海 200433)

(3. 复旦大学 工程与应用技术研究院, 上海 200433)

**摘要** 压电爬行平台是实现微纳尺度运动控制的重要执行器, 其调速精度直接影响定位的准确性。然而, 压电爬行平台在开环调速中常采用频率控制调速方法, 并未考虑压电致动器相关特征对单步步长的影响, 因此导致压电爬行平台的速度公式失准, 使运动的定位精度受到损害。为解决此问题, 本文提出高精度步长控制调速方法。该方法能够结合速度公式, 在定频率下使用电压-单步位移特性对步长精准建模, 通过调节切向压电叠堆的电压信号峰峰值控制步长大小, 从而忽略率相关特征的影响, 满足压电爬行平台调速精度需求。实验证明, 在压电爬行平台的倍速控制对比中, 高精度步长控制调速方法的控制效果显著优于传统频率控制调速方法。在 2.0 秒定时长的终点位置处, 两组对照实验的开环定位误差率分别从 9.642% 和 17.01% 减小至 0.282% 与 0.729%。

**关键词** 压电爬行平台, 步长控制调速, 速度公式, 电压-单步位移特性

中图分类号: TP211

文献标志码:A

## A High Precision Step-Controlled Speed Regulation Method for the Piezoelectric Crawling Stage<sup>\*</sup>

Yang Yixiao<sup>1,2</sup> Sun Yu<sup>2,3</sup> Kang Huazhou<sup>1,2</sup> Yang Xiaofeng<sup>1,2,3†</sup>

(1. School of Microelectronics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

(2. Shanghai Engineering Research Center of Ultra-Precision Motion Control and Measurement, Fudan University, Shanghai 200433, China)

(3. Academy for Engineering and Technology, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract** The piezoelectric crawling stage is a significant actuator to micro/nano-scale motion control, determining the positioning accuracy by its speed regulation's precision. However, in the open-loop fast response speed control, the piezoelectric crawling stage often adopts a frequency-controlled speed regulation method. The method cannot compensate for the rate-dependent characteristics of piezoelectric ceramics, causing the periodic motion step size to be influenced by the frequency, ultimately leading to a degradation in the positioning accuracy of the piezoelectric crawling stage. To address this issue, this paper proposes a high precision step-controlled speed regulation method for the piezoelectric crawling stage. This method can combine the velocity formula, control the step length through the peak-to-peak value of the shear piezoelectric stack voltage signal based on the voltage-displacement relationship at a certain frequency, thereby ignoring the influence of rate-dependent characteristics and meeting the speed

2024-07-23 收到第 1 稿, 2024-08-13 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金(62304045), 上海市扬帆计划(23YF1401600), National Natural Science Foundation of China (62304045), Shanghai Sailing Program (23YF1401600).

† 通信作者 E-mail: xf\_yang@fudan.edu.cn

regulation requirements. Experiment demonstrates that the high precision step control speed regulation method are superior to the traditional frequency-controlled speed regulation method, with the open-loop position error of piezoelectric crawling stage reduced from 9.642% and 17.009% to 0.282% and 0.729%, respectively.

**Key words** piezoelectric crawling stage, step-controlled speed regulation method, velocity formula, voltage-step length characteristics

## 引言

锆钛酸铅(PZT)压电陶瓷是微机电系统(MEMS)研究领域重要的先进材料。在加载电压时,压电陶瓷会因逆压电效应而输出微位移,可实现纳米尺度的定位精度,是MEMS加工过程中的理想执行器<sup>[1,2]</sup>。压电爬行平台是一款典型的利用压电致动原理而设计的结构式位移执行器,不仅具有传统压电叠堆工艺方式的高精密、大出力、快响应、低热无磁等优势,更基于自身结构设计,在合理的控制策略下进一步满足了长行程的需求<sup>[3,4]</sup>。相似的长行程压电平台还有尺蠖式压电平台、惯性式压电平台与超声式压电平台等<sup>[5,6]</sup>。此类先进执行器除服务于MEMS制造领域外,还充分满足了半导体装备、航空航天、微纳测量等行业对超精密运动与定位的应用需求<sup>[7,8]</sup>。

为实现此类长行程压电平台的速度控制,现有研究通常采用改变频率的方法进行调速。例如,Li等设计了一款对压电致动器放大并导向的旋转型惯性式压电电机,在不同频率下进行测试,并得到了频率与速度关系曲线<sup>[9]</sup>。Cai等开发了一种正切向致动分离的类尺蠖式压电电机,使用变频率调速方法采集不同速度对应的位移特征,并对不同负载下的位移能力进行比较<sup>[10]</sup>。除此之外,还包括另一种改变步长的调速方法,Tian和Zhou等分别在U型双足步进结构与粘滑式压电致动结构的使用不同步长测试结构的对应速度<sup>[11,12]</sup>。在压电平台的驱动设计中,周期性信号控制通常不优先改变电压幅值,因此步长控制调速方法仅少见于压电平台的指标测试。

对周期性运动本身而言,无论调节频率与步长均为合理的速度控制方式。然而,在采用压电致动原理的运动中,压电陶瓷的伸长量会随频率的变化而改变,这种特性被称为压电陶瓷的率相关特征。

部分学者已经监测到频率相关的现象,如Janaideh与Wang等的研究中,均在特征模型中考虑到率相关特征的影响<sup>[13,14]</sup>。由于率相关特征的存在,压电爬行平台使用频率控制调速时,步长会发生改变,导致实际速度与预期不符。精确的速度公式须同时涉及频率与电压幅值的控制,使率相关的补偿难以在周期式驱动方式下得到应用。

类似的,对于步长控制调速方法,一个周期内单步步长的电压一位移特征也存在未确定的非线性关系。指标测试实验中往往缺乏对非线性关系的精准分析与建模,速度公式的准确性同样难以保证。尤其在开环控制下,压电爬行平台的运动精度受到明显损害。

根据上述现状,本文基于压电爬行平台特点提出一种高精度步长控制调速方法,该方法基于步长控制进行调速,过程中频率保持不变,因此能够忽略频率带来的影响。并且经压电特性分析,使用多项式迟滞模型对运动向的单步步长电压一位移非线性关系进行精准建模,令其解析逆模型能够补偿调节步长时产生的误差。本文通过定时长下的运动精度实验对高精度步长控制调速方法和传统频率控制调速方法进行对比验证。最终压电爬行平台能够通过该方法实现高精度调速,证明了该方法的有效性。

## 1 结构与控制原理

### 1.1 压电爬行平台结构

压电爬行平台由一个压电致动模块、一个动子平台和含导轨的框架结构组成,如图1所示。框架结构保持相对静止,动子平台通过导轨与框架结构连接,并由导轨引导运动方向。压电致动模块包含两个长方体形状的二自由度压电组合叠堆,从y方向视图观察具有两足的外形特征。动子平台直接在压电致动模块之上,并为压电致动模块提供预紧

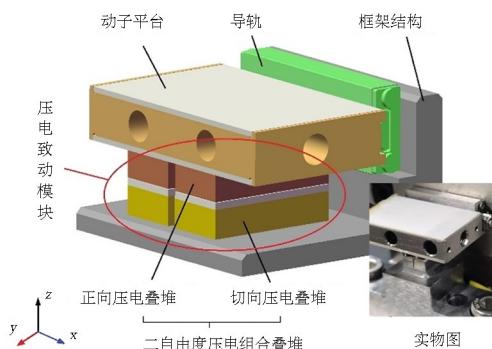


图 1 压电爬行平台结构示意图

Fig. 1 Schematic structure diagram of the piezoelectric crawling stage

力。压电致动模块的两足呈对称排列,矩形截面的长边垂直于运动方向,以保持动子平台运动稳定性。其中,每个二自由度压电组合叠堆包括:

(1) 正向压电叠堆。棕色部分是五个矩形正向压电陶瓷单片构成的粘接式叠堆。沿  $z$  方向变形,执行伸长—缩短运动。缩短状态的单足能够脱离与下方框架结构的接触。

(2) 切向压电叠堆。黄色部分是五个矩形切向压电陶瓷单片构成的粘接式叠堆。沿  $x$  方向变形,执行迈步—返回运动。在单足接触框架结构时,切向压电叠堆的迈步运动与动子平台的运动保持速度同步。

压电爬行平台由动子平台的运动替代了传统式压电叠堆的直接输出,在增大行程的同时保留了压电陶瓷的自身优点。

## 1.2 压电爬行平台运动原理

压电爬行平台的运动源于多个压电叠堆在控制策略下的协同运动。每个压电叠堆在边界夹持条件下加载电压,由逆压电效应输出微位移。压电致动模块两足中的四个压电叠堆各由 1 组周期电压信号控制。在压电爬行平台运动时,共有 4 组周期电压信号经协调驱动使两组足交替运动,沿框架结构  $x$  方向产生爬行状态。每个周期电压信号包括四个阶段,如图 2 所示。

$y$  方向视图具体动作示意如图 3 所示,颜色代表对应压电叠堆,因上端固接在动子平台上而保持顶端位置不变。一个爬行运动周期内,正向压电叠堆处于伸长状态的单足在接触框架结构后令切向压电叠堆执行迈步动作,使动子平台沿导轨滑动,如组 1 的①到②、组 2 的③到④所示。正向压电叠堆处于缩短状态的单足不接触框架结构,令切向压

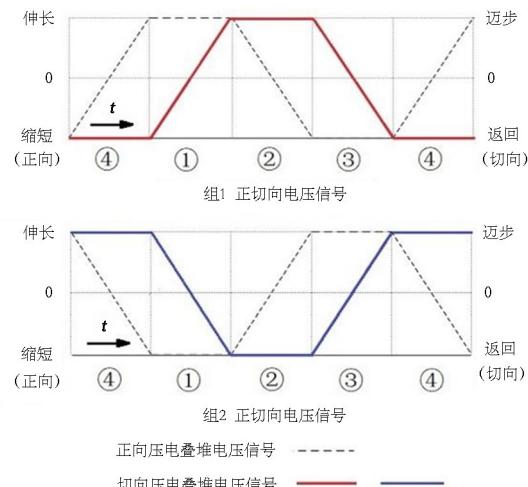


图 2 压电爬行平台控制电压信号

Fig. 2 Control voltage signals of the piezoelectric crawling stage

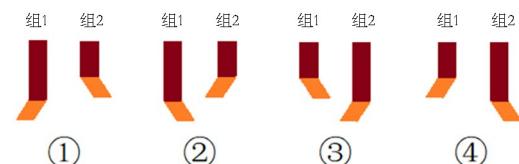


图 3 压电爬行平台运动控制策略

Fig. 3 Motion control strategy of the piezoelectric crawling stage

电叠堆执行返回动作,如组 2 的①到②、组 1 的③到④所示。切向压电叠堆迈步达到最大值后,两组足互换伸长与缩短状态,如②到③、④到①所示。按周期顺序循环执行上述动作则实现压电爬行平台的单方向运动。

每个压电叠堆的位移值正相关于压电叠堆的加载电压,因此压电爬行平台能够按图 3 的运动控制策略对应图 2 的加载周期电压信号,在  $x$  方向上完成爬行动作。在爬行动作过程中,压电叠堆的模型和动子的动力学模型具有周期性重复的规律,因此开环控制是压电爬行平台简单有效的控制方案。

## 2 调速理论与方法

### 2.1 压电爬行平台速度公式

压电叠堆的位移值来源于 PZT 材料的逆压电效应。压电叠堆的逆压电效应标准公式为<sup>[15]</sup>:

$$\Delta S = n d_{ij} \Delta V \quad (1)$$

式中,  $\Delta V$  为压电叠堆加载电压变化量,  $d_{ij}$  是与压电陶瓷致动类型相关的参数,在压电爬行平台中包括正向压电叠堆为  $d_{33}$  与切向压电叠堆为  $d_{15}$ , 数字  $i, j$  代表其致动方向与加载电压方向,  $n$  为压电叠堆的压电陶瓷片数。 $\Delta S$  为逆压电效应产生的位

移变化量。

如上节所述,在一个爬行周期内,两组足各执行一次迈步动作,总步长为  $X$ 。最终合成的动子位移如图 4 所示,步长的公式为:

$$X = X_1 + X_2 = 2nd_{15} \cdot (V_{\max} - V_{\min}) \quad (2)$$

式中,  $X_1$  与  $X_2$  分别为组 1 和组 2 在一个周期内的单步位移步长。 $V_{\max}$  与  $V_{\min}$  分别为周期切向电压信号最大值与最小值。 $V_{\max} - V_{\min}$  为切向电压信号峰峰值。步长位移的产生是切向压电叠堆执行迈步动作的结果。由于不同的切向压电叠堆无法满足完全相等的压电常数,因此取  $d_{15}$  为组 1 与组 2 总步长的等效压电常数,以尽量保证  $X_1 = X_2$ 。

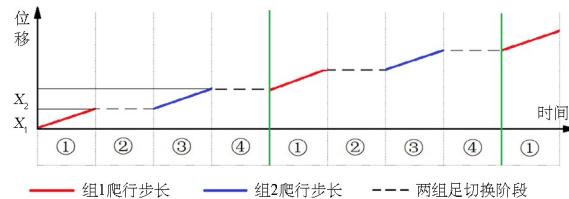


图 4 动子位移示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the crawling motion's step length

当控制频率为  $f$  时,压电爬行平台的标准速度公式为:

$$v = f \cdot X \quad (3)$$

式(3)可视为,压电爬行平台在一个周期的  $1/f$  时间内以速度  $v$  运动了距离  $X$ 。当使用频率控制调速方法进行调速时,由于率相关特性的影响,频率的变化不仅能够调节周期时间的大小,还导致位移受率相关影响偏离预期值。因此压电爬行平台的实际速度  $v'$  为:

$$v' = f \cdot g(X, f) \quad (4)$$

式中,  $g(X, f)$  为率相关性的实际步长。频率影响无法通过机理准确获取,只能由实验辨识唯象特征。同时,速度公式中双变量的复杂性阻碍了调速方法的优化进程,需要提出一种简捷准确的调速方法以保证压电爬行平台的运动精度。

## 2.2 基于迟滞模型的步长控制

在速度公式中,步长是除频率外另一个可调的变量。由式(4)可知,当且仅当保持频率不变时,  $g(X, f)$  保持不变,因此进行步长的独立变化是原理上可行的调速策略。最大单步步长往往受到压电陶瓷固有特性影响,因此首先需要通过唯象方法进一步优化二者的对应关系<sup>[16]</sup>。

压电陶瓷的逆压电效应具有覆盖特性,满足 Madelung 准则的变化趋势<sup>[17]</sup>。在单步位移中,覆盖特性直接影响单步步长的大小。如图 5 所示,当压电爬行平台正向运动时,单步位移的上升段作用于动子平台,位移为正值。从最小电压值  $V_0$  起始到最大值为  $V_a - V_d$  的不同迟滞环中,小迟滞环的上升段均落在大迟滞环的上升段曲线上。因此,保持  $X_0$  为起始位置不变,通过紫色所示单边迟滞特征可获得全部上升段对应的  $X_a - X_d$  单步位移关系。

反之,当压电爬行平台反向运动时,单步位移的下降段作用于动子平台,位移为负值。下降段迟滞特征如图 6 所示,通过红色所示单边迟滞特征可获得全部从  $X_0$  位置起始至  $X_a - X_d$  的下降段单步位移关系。

在压电爬行平台中,固定频率下单边的电压—单步步长关系可使用多项式函数模型对单边迟滞特征进行描述,公式为:

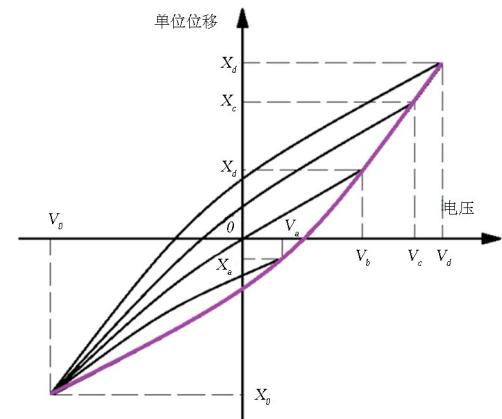


图 5 上升段压电迟滞环覆盖特性示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the cover characteristics in the piezoelectric hysteresis loop on boost phase

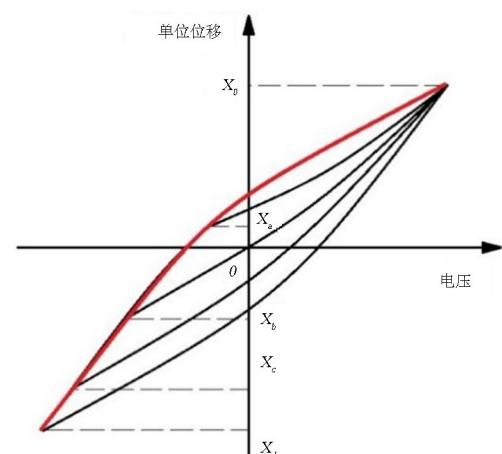


图 6 下降段压电迟滞环覆盖特性示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the cover characteristics in the piezoelectric hysteresis loop on back phase

$$X_n = h(V_n) = a_0 + a_1 V_n + a_2 V_n^2 \quad (5)$$

式中,  $h(V_n)$  为描述单边电压—单步位移迟滞特征的多项式函数, 对应坐标轴上的点  $(V_n, X_n)$ .  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$  为多项式系数. 上升段下降段分别具有不同的系数.

在切向周期电压信号中, 电压信号与步长  $X$  的关联表现为电压信号峰峰值  $V_{pp}$  的大小. 由此, 速度公式中的可调步长  $\hat{X}$  可计算为:

$$\hat{X} = X_p - X_0 = a_0 + a_1 V_p + a_2 V_p^2 - h(V_0) \quad (6)$$

式中,  $h(V_p)$  为电压信号可调最大值  $V_p$  对应的单步位移值, 满足  $V_p = V_p p + V_0$ ;  $X_0 = h(V_0)$  为定值, 是电压信号最小定值  $V_0$  下的起点位移值, 满足  $h(V_0) = a_0 + a_1 V_0 + a_2 V_0^2$ . 因此根据式(3)内容, 在频率为定值  $f_c$  时, 高精度步长控制调速方法得到的速度  $\hat{v}$  为:

$$\hat{v} = f_c \cdot \hat{X} \quad (7)$$

结合式(6)与式(7), 可通过迟滞模型解算得到速度  $\hat{v}$  对应的电压信号可调最大值  $V_p$ , 具体为:

$$V_p = \delta \cdot \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2[a_0 - h(V_0) - \frac{\hat{v}}{f_c}]}}{2a_2} \quad (8)$$

式中,  $a_1$  不为 0. 上升段时  $a_2$  为正值,  $a_0 - h(V_0) - \hat{v}/f_c$  在  $V_p \geq 0$  时为非正值, 因此必存在解析解, 且分子计算取加号; 下降段  $a_2$  为负值,  $a_0 - h(V_0) - \hat{v}/f_c$  在  $V_p \leq 0$  时为非负值, 存在解析解, 分子计算取减号.  $\delta$  为损耗系数, 用于纠正摩擦等其它因素造成的微量速度损失, 可通过数据计算获得.

图 7 示例了上升段调速中, 不同速度对应的切向压电叠堆周期电压信号, 其中, 红色电压信号的运动速度大于蓝色电压信号的运动速度大于绿色电压信号的运动速度. 压电爬行平台调速时, 周期电压信号的最小值不变, 仅通过修改切向电压信号

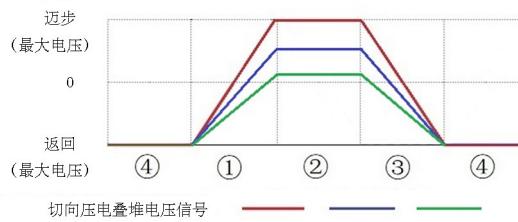


图 7 切向压电叠堆电压信号调节示意图

Fig. 7 Schematic diagram of the adjustment in voltage signals on shear piezoelectric stack

最大值的方法, 变化至精准的单步步长值, 以改变压电爬行平台的速度.

综上, 压电爬行平台高精度步长控制调速方法流程为:

(1) 确定压电爬行平台运动频率, 测量该频率下的迟滞环单边特征, 并进行双向多项式函数拟合.

(2) 根据最大单步步长划定压电爬行平台的运动速度区间, 并由速度公式计算速度区间内速度与单步步长关系.

(3) 根据迟滞模型获取单步步长与切向电压信号可调最大值之间关系, 用速度值计算电压信号可调最大值.

通过以上步骤, 能够根据迟滞环覆盖特性补偿电压与单步步长的非线性特征误差, 保证在固定频率下能够由切向电压信号值的变化调节单步步长, 实现压电爬行平台的精准调速.

### 3 实验与讨论

#### 3.1 实验平台设计

实验平台用于验证压电爬行平台高精度步长控制调速方法的实际执行结果. 实验平台的搭建如图 8 所示. 主要包括: 本文实验对象压电爬行平台、实验主机、控制器、位移传感器即激光干涉仪, 以及驱动机箱. 实验所需加载电压信号由实验主机写入控制器, 经驱动机箱功率放大后输入压电爬行平台. 通过激光干涉仪软件记录位移值, 处理数据并绘图展示.

本节实验以压电爬行平台  $x$  轴正向运动为例, 除上升段特征采集外, 还包括方法验证部分: 与常用的传统频率控制调速方法进行对比, 比较两种

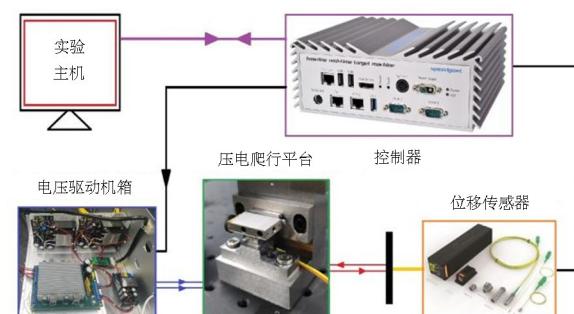


图 8 实验平台搭建

Fig. 8 Experimental setup

方法在压电爬行平台中的执行结果。

### 3.2 实验结果与分析

通过实验平台采集 40Hz 下 240V 切向电压峰峰值的电压一位移特征如图 9 蓝色实线所示,共三组迟滞环数据。紫色为 120V 的切向电压峰峰值的电压一位移特征,用于验证迟滞环覆盖特性。由特征数据获得的上升段拟合曲线如黑色虚线所示。

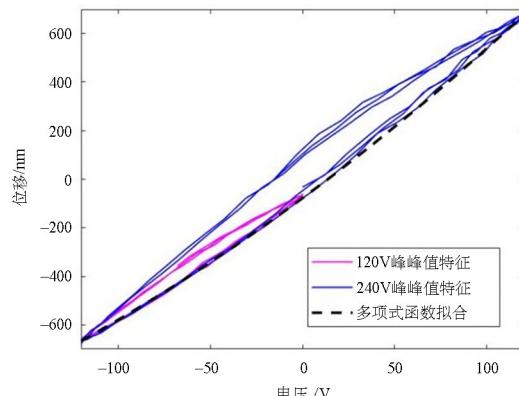


图 9 压电迟滞环覆盖特性实验结果

Fig. 9 Experimental result of the cover characteristics in the piezoelectric hysteresis loop

多项式函数的系数参数辨识结果如表 1 所示。

表 1 多项式函数参数辨识结果

Table 1 Parameter identification of polynomial function

$a_0$	$a_1$	$a_2$
-77.7646	5.5950	0.0058

经计算该频率与步长下压电爬行平台的运动速度应为  $53.7\mu\text{m/s}$ , 实际测得运动速度为  $50.1\mu\text{m/s}$ , 速度差值主要由压电爬行平台损耗造成, 损耗率为 6.70%, 在摩擦力学预估的合理区间内。

进一步使用上述多项式函数, 通过速度公式进行调速实验保持控制电压频率 40Hz 不变, 速度由当前值  $50.1\mu\text{m/s}$  调节至 (1)  $25\mu\text{m/s}$  与 (2)  $12.5\mu\text{m/s}$ , 压电爬行平台调速结果的时间一位移图如图 10 所示。

其中, 黑色虚线是三个速度下的期望轨迹, 蓝色与红色实线分别为高精度步长控制调速方法与传统频率控制调速方法的实验结果, 其对比分析具体为:

(1) 第一组为当前速度  $50.1\mu\text{m/s}$  下的方法对比, 此时两种调速方法的周期电压信号值频率/峰值参数均为 40Hz/±120V, 定位精度完全一致。

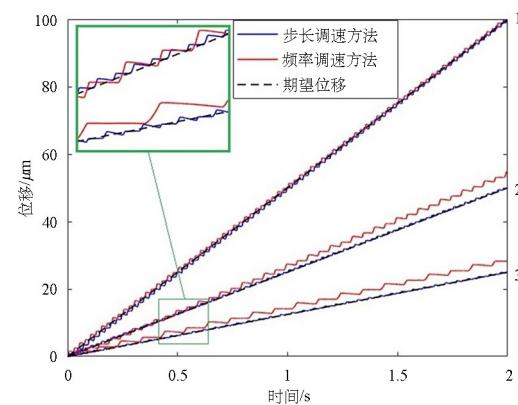


图 10 调速方法结果对比

Fig. 10 Results of speed regulation through method comparison

(2) 第 2 组为速度  $25\mu\text{m/s}$  下的方法对比, 此时步长控制调速方法的周期电压信号值频率/峰值参数为 40Hz/−120V/13.5V, 与期望位移拟合程度较高。而频率控制调速方法的周期电压信号值频率/峰值参数为 20Hz/±120V, 因率相关导致步长增大, 实际速度大于理想速度, 使压电爬行平台的定位精度产生误差。

(3) 第 3 组为速度  $12.5\mu\text{m/s}$  下的方法对比, 此时步长控制调速方法的周期电压信号值频率/峰值参数为 40Hz/−120V/−47.2V, 整体速度与期望位移值基本保持相同。而频率控制调速方法的周期电压信号值频率/峰值参数为 10Hz/±120V。其控制结果不仅产生率相关导致的速度偏差, 并且因周期时间过长产生明显的锯齿状位移。

由上述结果可知, 尽管进行了相同的初始标定, 传统频率控制调速方法的结果仍会受率相关影响偏离预定值, 具体表现为频率的降低导致步长增大。高精度步长控制调速方法除周期内的步进曲线波动外, 压电爬行平台的整体位移基本接近期望值, 证明高精度步长控制调速方法取得了精准的速度结果, 证明多项式函数能够对单步步长的非线性特征进行良好补偿。

对于 2 秒定时长的预期目标位置, 两组速度的最终定位误差如表 2 所示。两组实验计算得到的定位误差率分别从 9.642% 和 17.01% 减小到 0.282%。

表 2 2 秒定时长实验最终定位误差

Table 2 Results of target positioning error in 2-second experiment

期望速度 ( $\mu\text{m/s}$ )	频率调速误差 ( $\mu\text{m}$ )	步长调速误差 ( $\mu\text{m}$ )
25	4.8210	0.1410
12.5	4.2522	0.1822

与 0.729%。实验证明,高精度步长控制调速方法的控制结果优于频率控制调速方法。

#### 4 结论

本文提出了一种高精度步长控制调速方法,显著提高了压电爬行平台的开环快响应定位精度。基于步长的调速避免了压电陶瓷率相关特征的影响,并且方法考虑到单步步长的非线性特征并进行了补偿,使压电爬行平台能够通过调节切向电压信号值实现高精度调速。本文研究紧跟长行程压电平台的发展,为使用类似运动策略的设备提供了一种精准的调速方案。

#### 参考文献

- [1] 刘文广,张玲,刘莹.陶瓷材料在微机电系统中的应用[J].中国陶瓷工业,2004,11(5):49—51.  
LIU W G, ZHANG L, LIU Y. The application of ceramic material in mems [J]. China Ceramic Industry, 2004, 11(5): 49—51. (in Chinese)
- [2] 周泽宇,胡开明,屠尔琪,等.车载环境下 MEMS 微镜长期可靠性及控制方法[J].动力学与控制学报,2024,22(2):23—52.  
ZHOU Z Y, HU K M, TU E Q, et al. Long-term reliability and control methods of MEMS micromirror in automobile environment [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(2): 23—52. (in Chinese)
- [3] LISELI J B, AGNUS J, LUTZ P, et al. An overview of piezoelectric self-sensing actuation for nanopositioning applications: electrical circuits, displacement, and force estimation [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(1): 2—14.
- [4] MOHITH S, UPADHYA A R, NAVIN K P, et al. Recent trends in piezoelectric actuators for precision motion and their applications: a review [J]. Smart Material Structures, 2021, 30(1): 013002.
- [5] PENG Y X, PENG Y L, GU X Y, et al. A review of long range piezoelectric motors using frequency leveraged method [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2015, 235: 240—255.
- [6] WANG S P, RONG W B, WANG L F, et al. A survey of piezoelectric actuators with long working stroke in recent years: Classifications, principles, connections and distinctions [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 123: 591—605.
- [7] 田艳兵,王涛,王美玲.基于广义 PI 逆模型的超精密定位平台复合控制[J].机械工程学报,2015,51(2):198—206.  
TIAN Y B, WANG T, WANG M L. Compounding control of ultra-precision positioning stage based on inverse generalized PI model [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(2): 198—206. (in Chinese)
- [8] 方凡,崔玉国,梁冬泰,等.压电微动平台的改进 PI 迟滞模型研究[J].压电与声光,2014,36(1):69—71+75.  
FANG F, CUI Y G, LIANG D T, et al. Research on improved hysteresis model of piezoelectric micro-positioning stage [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2014, 36(1): 69—71+75. (in Chinese)
- [9] LI J P, ZHOU X Q, ZHAO H W, et al. Design and experimental tests of a dual-servo piezoelectric nanopositioning stage for rotary motion [J]. The Review of Scientific Instruments, 2015, 86(4): 045002.
- [10] CAI J N, CHEN F X, GAO Y Z, et al. Hybrid controller of a linear piezoelectric walking stage relying on stack/shear piezoelectric actuators [J]. Precision Engineering, 2021, 72: 272—281.
- [11] TIAN X Q, ZHANG B R, LIU Y X, et al. A novel U-shaped stepping linear piezoelectric actuator with two driving feet and low motion coupling: design, modeling and experiments [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 124: 679—695.
- [12] ZHOU M X, FAN Z Q, MA Z C, et al. Design and experimental research of a novel stick-slip type piezoelectric actuator [J]. Micromachines, 2017, 8(5): 150.
- [13] AL JANAIDEH M, RAKHEJA S, SU C Y. Experimental characterization and modeling of rate-dependent hysteresis of a piezoceramic actuator [J]. Mechatronics, 2009, 19(5): 656—670.
- [14] WANG W Q, ZHANG J Q, XU M, et al. Hysteresis characteristics and MPI compensation of two-dimensional piezoelectric positioning stage [J]. Micromachines, 2022, 13(2): 321.
- [15] 谷国迎.压电陶瓷驱动微位移平台的磁滞补偿控制理论和方法研究[D].上海:上海交通大学,2012.  
GU G Y. Control of piezoceramic actuated micro/nanopositioning stages with hysteresis compensation

- [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012. (in Chinese)
- [16] AN D, LI J, YANG Y X, et al. Compensation method for complex hysteresis characteristics on piezoelectric actuator based on separated level-loop Prandtl-Ishlinskii model [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 109(4): 2479—2497.
- [17] 熊蕊. 基于相似性的压电陶瓷执行器迟滞建模、补偿控制及分岔分析[D]. 北京:北京理工大学, 2016  
XIONG R. Modeling, compensation and bifurcation of hysteresis in piezoelectric actuator based on similarity [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016. (in Chinese)