

面向接触分离式摩擦发电机的机电耦合研究^{*}

马腾浩 王松 韩勤锴[†] 褚福磊

(清华大学 机械系, 北京 100084)

摘要 因结构简单、功率密度高、可靠性好,接触-分离式摩擦发电机(Contact-separation mode triboelectric nanogenerator, CS-TENG)在环境振动能量采集领域展现出很好的发展潜力. 考虑运动电极和固定电极之间的接触碰撞力,本文推导了运动电极的分段线性运动微分方程;结合 CS-TENG 的等效电路微分方程,建立了考虑电极间距非线性变化的机电耦合模型. 利用谐波平衡法和弧长延拓技术,求解 CS-TENG 的动态输出特性并判断系统稳定性. 采用数值积分和动态测试两种手段,验证谐波平衡结果的准确性. 分别讨论激励幅值、接触刚度以及结构阻尼参数对系统动态输出特性的影响规律. 结果有助于 CS-TENG 结构优化设计和工程实用化发展.

关键词 摩擦发电, 接触分离, 机电耦合, 输出特性, 谐波平衡

中图分类号: O313.5

文献标志码: A

Electromechanical Coupling Research for Contact-Separation Mode Triboelectric Nanogenerators^{*}

Ma Tenghao Wang Song Han Qinkai[†] Chu Fulei

(Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Because of its simple structure, high power density and good reliability, the Contact-separation mode triboelectric nanogenerator (CS-TENG) shows a good development potential in the field of ambient vibration energy harvesting. Considering the contact and collision force between the moving electrode and the fixed electrode, the piecewise-linear motion differential equation of the moving electrode is derived. Combined with the equivalent circuit differential equation of CS-TENG, an electromechanical coupling model considering the nonlinear variation of electrode spacing is established. Harmonic balance method and arc length extension technique are used to solve the dynamic output characteristics of CS-TENG and judge the stability of the system. Both numerical integration and dynamic tests are applied for verifying the accuracy of harmonic balance results. The effects of excitation amplitude, contact stiffness and structural damping parameters on the dynamic output characteristics of the system are discussed. The results are useful for the structural optimization design and practical development of CS-TENG.

Key words triboelectric nanogenerator, contact-separation mode, electromechanical coupling, output characteristics, harmonic balance solution

引言

摩擦纳米发电机 (Triboelectric Nanogenerator, TENG) 是以摩擦生电和静电感应为基础的机电转换系统,由王中林教授于 2012 年首次提出^[1]. 作为四种基本模式之一,接触-分离式 TENG (Contact-separation mode TENG, CS-TENG),因结构简单、功率密度高、可靠性好,已在环境振动能量采集领域展现出很好的发展潜力^[2,3]. 建立机电耦合模型,开展输出特性模拟和参数敏感性分析,将有助于 CS-TENG 的结构优化设计,进而推动 CS-TENG 向工程实用化方向迈进^[4,5].

构建机电耦合模型的关键是,确定输出电压 (V)、电极之间传递的电荷量 (Q) 和分离距离 (x) 之间的关系,即 V - Q - x 关系. 基于电路基本原理和等效电路方法, Niu 等^[6,7]首次表征了 V - Q - x 关系,建立了 CS-TENG 的机电耦合模型. 分析了 CS-TENG 的实时输出特性,得到了最优电阻与 CS-TENG 结构和电学参数的定量关系. 理论模型和仿真结果得到了试验结果的验证^[8]. 进而, Niu 与其合作者将机电耦合模型推广至结构相对复杂的滑动结构^[9]、单电极结构^[10]、自由层结构^[11,12]等. 目前,该模型已成为 TENG 理论分析和结构优化设计的基础^[13-18]. 近年来,不少学者在 Niu 模型^[6,7]的基础上进行了持续的改进,更深入地分析了纳尺度电荷转移机制^[19,20]、寄生电容的影响^[21]、接触界面微观形状和拓扑结构的影响^[22]、摩擦电荷积累效应的影响^[23].

上述改进主要集中在摩擦生电机理(摩擦电荷 Q) 和电场分析方面(输出电压 V),而在机械方面(电极间距 x) 仍然沿用 Niu 模型^[6,7]中所采用的简谐运动假设^[22-24]. 事实上,当振动频率接近或等于结构固有频率时,运动电极振幅增大,进而与固定电极出现往复的接触-碰撞-分离现象^[24,25]. 此时,由于非线性因素影响(固定电极相当于机械止动器),使得共振状态下电极间距 x 不再以简谐变化,而是含多个频率成分的周期、准周期甚至概周期形式变化^[26,27]. 由于缺乏有效的建模分析方法,现有研究尚未能研究电极间距 x 的非线性变化对 CS-TENG 输出特性的影响规律.

因此,考虑运动电极和固定电极之间的接触碰撞力,本研究推导了运动电极的分段线性运动微分方程,结合 CS-TENG 的等效电路微分方程,建立了

考虑电极间距非线性变化的机电耦合模型. 利用谐波平衡法和弧长延拓技术,求解 CS-TENG 的动态输出特性,并给出结果的稳定性. 采用数值积分和动态测试两种手段,验证谐波平衡结果的准确性. 分别讨论激励幅值、接触刚度以及结构阻尼参数对系统动态输出特性的影响规律.

1 机电耦合模型

1.1 摩擦发电机理

如图 1 所示,上电极与支架固连(即固定电极),下电极(运动电极)的上表面黏附一层 PTFE 薄膜(介电体),与上电极构成 CS-TENG. 在环境振动激励下,运动电极与固定电极接触摩擦. 由材料电负性可知,PTFE 得电子表面电势为负,而固定电极失电子表面电势为正,如图 1(a) 所示. 在碰撞挤压力和振动激励力的共同作用下,运动电极开始远离固定电极. 电势差在两带等量异性的摩擦层之间形成,驱动两个电极之间的电荷发生转移,如图 1(b) 所示. 当电极运动至最大位置时,达到静电平衡,两个电极之间的电荷停止移动,如图 1(c) 所示. 当运动电极开始接近固定电极时,由摩擦电荷产生的电势差逐渐减小,电荷发生反向移动,如图 1(d) 所示. 最终运动电极与固定电极将再次发生接触碰撞,CS-TENG 再次回到图 1(a) 的状态. 这种往复性的接触-碰撞-分离过程产生将会周期性的交流电信号,驱动外部负载工作. 基于 COMSOL 有限元分析软件,我们对开路条件下 CS-TENG 在四种典型姿态下的静电场分布进行了计算,表面电荷密度设置为 $1\text{nC}/\text{cm}^2$,结果如图 2 所示. 可以看出,与图 1 的结果一致,验证了 CS-TENG 生电机理的定性分析.

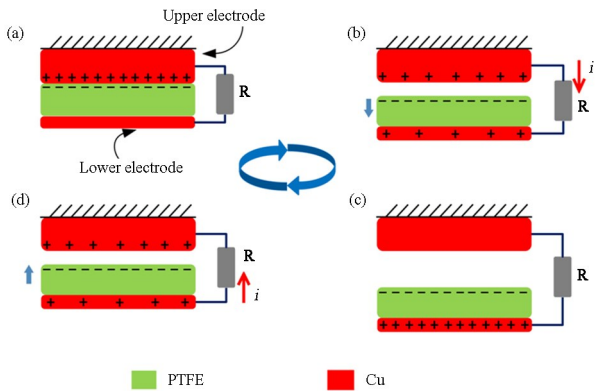


图 1 CS-TENG 的发电机理
Fig. 1 Power generation mechanism of a CS-TENG

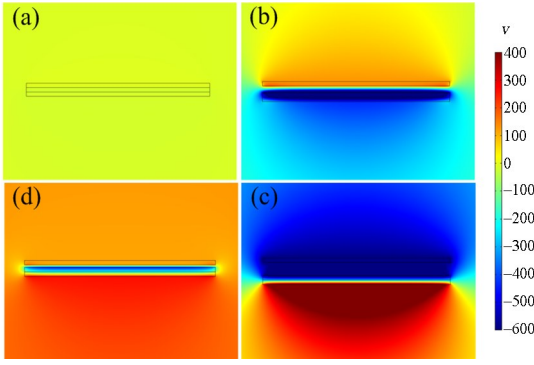


图2 基于 COMSOL 的静电场仿真结果

Fig. 2 Electrostatic field distributions under open-circuit condition obtained from COMSOL calculation

1.2 解析模型

考虑电极间隙非线性变化的机电耦合模型,如图3所示.因环境振动,固定在弹性悬臂梁端部的下电极承受交变载荷 $F_v(t)$,出现相对上电极的往复运动 x_s .在 Niu 模型中,假定 x_s 为简谐波形式.在简谐环境振动激励下且不考虑与上电极的接触碰撞时,这种假设是合理的.但是,当环境振动激励频率接近或者等于系统固有频率时,振动力 $F_v(t)$ 的作用下,下极板振幅超过电极初始间隙 d_0 ,并与上极板发生往复的接触一碰撞.根据非线性振动理论,由于上极板的止动器作用,下极板的运动 x_s 已不是简谐波形式,而是由多种频率构成的周期、准周期甚至非周期运动形式.电极间隙的非线性变化需要在机电耦合中予以考虑.

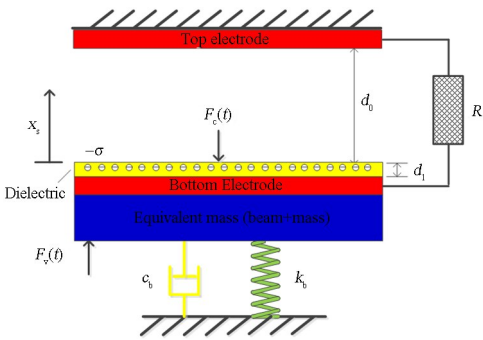


图3 CS-TENG 的机电耦合模型

Fig. 3 Electromechanical coupling model of a CS-TENG considering the nonlinear variation of the electrode distance

考虑上极板对下极板的碰撞接触力 $F_c(t)$,如图3所示.假定接触刚度为 k_c ,则接触碰撞力可表示为:当 $x_s \geq d_0$ 时, $F_c(t) = k_c(d_0 - x_s)$;当 $x_s < d_0$ 时, $F_c(t) = 0$. CS-TENG 的下电极质量为 m_m ,并固定于悬臂梁自由端.整个系统的等效质量可表示为 $m_s = m_b + m_m$,其中 m_b 为悬臂弹性梁一阶弯曲等效

集中质量,等效刚度系数用 k_b 表示.考虑环境振动激励的加速度为 $a_v = a_{v0} \cos(2\pi\omega_v t)$,其中 a_{v0} , ω_v 分别表示加速度的幅值和频率,则作用在下极板上的交变振动力 $F_v(t) = m_m a_v = m_m a_{v0} \cos(2\pi\omega_v t)$.

假定 TENG 的极板面积为 S ,初始间距为 d_0 .上下电极一旦发生接触摩擦,会在表面产生密度为 σ 且极性相反的电荷.由于介电体的接触表面尺寸远大于间隙,因此可认为表面电荷沿接触表面均匀分布.对于图3所示的接触式摩擦发电机,可等效为两个串联的平板电容器 C_1 和 C_2 .考虑到电容不能为负,有 $C_1 = \epsilon_0 S / (d_0 - x_s)$ 和 $C_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} S / d_1$,式中 ϵ_0 为真空介电常数, d_1 为介电体 PTFE 薄膜厚度, ϵ_{r1} 表示介电体的相对介电常数.

采用能量方法,推导 CS-TENG 的机电耦合模型.通过定义的两个广义坐标变量,可将系统的动能 T 、耗散能 D (实为耗散功率) 和势能 V 分别表示如下

$$T = \frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2 \quad (1)$$

$$D = \frac{1}{2} c_b \dot{x}_s^2 + \frac{1}{2} R \dot{Q}^2 \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} k_b x_s^2 + \frac{1}{2} \frac{(Q - \sigma S)^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} \quad (3)$$

式中 c_b 为悬臂梁结构阻尼系数, Q 表示极板表面电荷, R 表示负载电阻值.定义系统两个广义坐标分别为: x_s 和 Q ,并给出外力作用引起的广义力表达式为: $F_1 = F_v(t) + F_c(t)$.根据经典 Lagrange 方程,可得 CS-TENG 机电耦合方程为:

$$m_s \ddot{x}_s + c_b \dot{x}_s + k_b x_s - \frac{(Q - \sigma S)^2}{2\epsilon_0 S} = F_v(t) + F_c(t) \quad (4)$$

$$R \dot{Q} + \frac{d_0 + d_1/\epsilon_{r1} - x_s}{\epsilon_0 S} Q - \frac{\sigma(d_0 - x_s)}{\epsilon_0} = 0 \quad (5)$$

由于机电耦合效应,使得极板机械运动方程中出现与电荷 Q^2 相关项,而电路方程中出现与机械运动位移 x_s 相关的系数.若 $\omega_0 = (k_b/m_s)^{1/2}$,则无量纲时间为 $\tau = \omega_0 t$.引入长度尺度 d_0 ,无量纲振动位移为 $x_n = x_s/d_0$.无量纲电荷可表示为 $Q_n = Q/\sigma S$,阻尼系数 $\zeta = c_b/(2m_s\omega_0)$,无量纲振动力幅值 $a_v = a_{v0}/(d_0\omega_0^2)$,振动频率 $f_v = \omega_v/\omega_0$.将上述变量代入式(4)和式(5),可得无量纲化后的机电耦合方程为

$$\begin{cases} \ddot{x}_n + 2\zeta\dot{x}_n + x_n - \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 k_b d_0} (Q_n - 1)^2 \\ = a_v \cos(f_v \tau) + \frac{k_c}{k_b} (1 - x_n) & x_n \geq 1 \\ \dot{Q}_n + \frac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} S R \omega_0} Q_n = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_n + 2\zeta\dot{x}_n + x_n - \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 k_b d_0} (Q_n - 1)^2 \\ = a_v \cos(f_v \tau) & x_n < 1 \\ \dot{Q}_n + \frac{d_0 \left(1 + \frac{d_1}{\varepsilon_{r1} d_0} - x_n\right)}{\varepsilon_0 S R \omega_0} Q_n - \\ \frac{d_0 (1 - x_n)}{\varepsilon_0 S R \omega_0} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

2 分析方法

在各种非线性近似解析方法中,谐波平衡法的应用范围不仅限于弱非线性系统,也适用于强非线性系统^[28,29].谐波平衡法提供了时域方法的替代方法,用于求解系统的稳态周期解.谐波平衡法是将非线性方程的解假设为各次谐波叠加的形式,然后将方程的解代入非线性方程中,消去方程中的正弦项与余弦项,即可得到能求出含有未知系数的相应多个代数方程式,进而可求得方程的解.为了应用谐波平衡法,将上一节得到的无量纲机电耦合方程表示为矩阵形式

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\mathbf{p} = \mathbf{F}_{xq} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{p} = [x_n, Q_n]^T$ 表示自由度向量, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ 分别表示系数矩阵,具体表达式如下

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 2\zeta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} S R \omega_0} \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{d_1}{\varepsilon_0 S R \omega_0} \left(1 + \frac{d_1}{\varepsilon_{r1} d_0}\right) \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

$\mathbf{F}_{xq}$ 由无量纲化的外部激励力、非线性激励力和机电耦合力组成,可表示为

$$\mathbf{F}_{xq} = \begin{cases} \begin{bmatrix} a_v \cos(f_v \tau) + \frac{k_c}{k_b} (1 - x_n) \\ \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 k_b d_0} (Q_n - 1)^2 \\ 0 \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} a_v \cos(f_v \tau) + \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 k_b d_0} (Q_n - 1)^2 \\ \frac{d_0}{\varepsilon_0 S R \omega_0} [x_n (Q_n - 1) + 1] \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \quad (10)$$

运动极板的稳定解可表示为如下 Fourier 级数形式

$$\mathbf{p}(\tau) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{a}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{b}_N \sin(Nf_v \tau)] \\ \mathbf{c}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{c}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{d}_N \sin(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{a}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{b}_N \sin(Nf_v \tau)] \\ \mathbf{c}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{c}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{d}_N \sin(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \quad (11)$$

式中 N_h 表示 Fourier 级数的阶数, $\mathbf{a}_0, \mathbf{c}_0, \mathbf{a}_N, \mathbf{b}_N, \mathbf{c}_N, \mathbf{d}_N$ 表示系数向量. 稳定解对 τ 的一阶和二阶导数项为

$$\dot{\mathbf{p}}(\tau) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \sum_{N=1}^{N_h} [-Nf_v \mathbf{a}_N \sin(Nf_v \tau) + Nf_v \mathbf{b}_N \cos(Nf_v \tau)] \\ \sum_{N=1}^{N_h} [-Nf_v \mathbf{c}_N \sin(Nf_v \tau) + Nf_v \mathbf{d}_N \cos(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} \sum_{N=1}^{N_h} [-Nf_v \mathbf{a}_N \sin(Nf_v \tau) + Nf_v \mathbf{b}_N \cos(Nf_v \tau)] \\ \sum_{N=1}^{N_h} [-Nf_v \mathbf{c}_N \sin(Nf_v \tau) + Nf_v \mathbf{d}_N \cos(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\ddot{\mathbf{p}}(\tau) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \sum_{N=1}^{N_h} [-(Nf_v)^2 \mathbf{a}_N \cos(Nf_v \tau) + (Nf_v)^2 \mathbf{b}_N \sin(Nf_v \tau)] \\ \sum_{N=1}^{N_h} [-(Nf_v)^2 \mathbf{c}_N \cos(Nf_v \tau) + (Nf_v)^2 \mathbf{d}_N \sin(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} \sum_{N=1}^{N_h} [-(Nf_v)^2 \mathbf{a}_N \cos(Nf_v \tau) + (Nf_v)^2 \mathbf{b}_N \sin(Nf_v \tau)] \\ \sum_{N=1}^{N_h} [-(Nf_v)^2 \mathbf{c}_N \cos(Nf_v \tau) + (Nf_v)^2 \mathbf{d}_N \sin(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \quad (13)$$

非线性激励也可表示为级数形式

$$\mathbf{F}_{xq} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{e}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{f}_N \sin(Nf_v \tau)] \\ \mathbf{g}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{g}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{h}_N \sin(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{e}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{f}_N \sin(Nf_v \tau)] \\ \mathbf{g}_0 + \sum_{N=1}^{N_h} [\mathbf{g}_N \cos(Nf_v \tau) + \mathbf{h}_N \sin(Nf_v \tau)] \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{e}_0, \mathbf{g}_0, \mathbf{e}_N, \mathbf{f}_N, \mathbf{g}_N, \mathbf{h}_N$ 表示未知系数向量. 将式(11)~(14)代入式(8),通过三角函数运算并取同次谐波系数之和为零,可得到一组代数方程组. 如果取到 N_h 次谐波,则可得 $2(2N_h + 1)$ 个方程,由此可求出包含有 N_h 次谐波的近似解. 对于常数项,可通过下式计算得到

$$\begin{cases} \mathbf{C}\mathbf{a}_0 = \mathbf{e}_0 & x_n \geq 1 \\ \mathbf{C}\mathbf{c}_0 = \mathbf{g}_0 & x_n < 1 \end{cases} \quad (15)$$

在剩余代数方程组中,对于第 N 阶谐波系数,有如下关系:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{C} - (Nf_v)^2 \mathbf{A} & Nf_v \mathbf{B} \\ -Nf_v \mathbf{B} & \mathbf{C} - (Nf_v)^2 \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_N \\ \mathbf{b}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_N \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix} & x_n \geq 1 \\ \begin{bmatrix} \mathbf{C} - (Nf_v)^2 \mathbf{A} & Nf_v \mathbf{B} \\ -Nf_v \mathbf{B} & \mathbf{C} - (Nf_v)^2 \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_N \\ \mathbf{d}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_N \\ \mathbf{h}_N \end{bmatrix} & x_n < 1 \end{cases} \quad (16)$$

由于非线性因素的影响,无法直接通过 $\mathbf{a}_N$, $\mathbf{b}_N$, $\mathbf{c}_N$, $\mathbf{d}_N$ ($1 \leq N \leq N_h$) 得到式(16)的右端项,即 $\mathbf{e}_N$, $\mathbf{f}_N$, $\mathbf{g}_N$, $\mathbf{h}_N$. 因此,借助 Carmeron 和 Griffin^[30] 提出的时频变换方法 (Alternate Frequency/Time domain method, AFT),求解具有高阶截断的 $\mathbf{F}_{xq}$ 级数解形式,即

$$\begin{cases} [\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{a}_{N_h}, \mathbf{b}_{N_h}]_{FFT^{-1}} \rightarrow \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{F}_{xq}(\tau)_{FFT} \\ \rightarrow [\mathbf{e}_1, \mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{e}_{N_h}, \mathbf{f}_{N_h}] \\ [\mathbf{c}_1, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{c}_{N_h}, \mathbf{d}_{N_h}]_{FFT^{-1}} \rightarrow \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{F}_{xq}(\tau)_{FFT} \\ \rightarrow [\mathbf{g}_1, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{g}_{N_h}, \mathbf{h}_{N_h}] \end{cases} \quad (17)$$

基于此,非线性代数方程组[式(17)]可通过 Newton-Raphson 迭代方法求解. 因分叉导致的系统多解区,需借助弧长延拓技术进行有效跟踪^[31]. 尽管谐波平衡法能够求解系统稳态响应,但并不意味着该响应是稳定的. 因此,有必要研究周期解的稳定性问题. 为了保持频域方法的计算效率,需要开展频域稳定性分析,具体流程可参考文献[32].

3 模型验证

采用数值积分和动态测试两种手段,验证所提出的机电耦合模型. 在此基础上,通过与 Niu 模型的结果对比,说明考虑电极间距非线性变化的必要性. 这里,给出仿真和试验测试的悬臂梁参数:密度 7800 kg/m^3 ,弹性模量 207 GPa ,宽度 0.015 m ,厚度 0.0015 m ,长度 0.08 m . 所加工制作的 CS-TENG 参数为:梁自由端的电极(移动电极)质量约 0.06 kg ,介电膜(PTFE)的厚度 $125 \mu\text{m}$,相对介电常数 3.4 ,表面电荷密度 1 nC/cm^2 ,表面积 $2 \text{ e} - 3 \text{ m}^2$. 忽略接触表面粗糙度,文献[33]给出了面接触的两个物体之间的线弹性接触刚度 $k_c \approx 2E^* 1.012 l \pi^{1/2}$,式中 E^* 为两个物体的综合弹性模量, l 为特征长度. 对于本研

究所制作的 CS-TENG,两个接触物体的材料分别为铜箔和 PTFE 介电膜,近似计算综合弹性模量为 $E^* = 17.2 \text{ MPa}$,特征长度为 $l = 0.025 \text{ m}$. 由此,可计算线性接触刚度为 $k_c = 1.5 \text{ e} 6 \text{ N/m}$. 结构比例阻尼系数 $c_b = 20 \text{ N} \cdot \text{s/m}$,电极初始间隙 $d_0 = 0.0008 \text{ m}$,基础振动加速度幅值 $a_v = 0.2g$.

3.1 数值积分

本节采用数值积分法 (numerical integration, NI) 求解机电耦合方程,将结果与谐波平衡 (HBM) 计算结果进行对比. 谐波次数 N 的选取对计算结果有显著影响. 考虑短路条件下 ($R \approx 0 \Omega$),谐波次数分别为 $N=4, 6, 8, 10, 12$ 时,无量纲振动激励频率 $f_v \in [0.5, 2]$ 时, HBM 结果以及 NI 结果如图 4 所示. 从图 4(a) 可以看出,当 f_v 处于共振频率附近时,移动电极的位移最大值超过 1 后,电极之间出现往复的接触—碰撞—分离现象. 由于非线性效应且附加了接触刚度,系统整体表现为“硬特性”,响应曲线的峰值向右倾斜. 当谐波次数大于 4 之后,位移结果基本保持不变,且与数值结果符合较好. 从图 4(b) 可以看出,同样由于电极接触碰撞引起的硬特性,表面电荷曲线的峰值也出现了向右倾斜的现象. 与位移结果不同的是,当 $N=12$ 时, HBM 在共振区的结果才与数值结果吻合较好. 综合考虑,后续的分析将取 $N=12$.

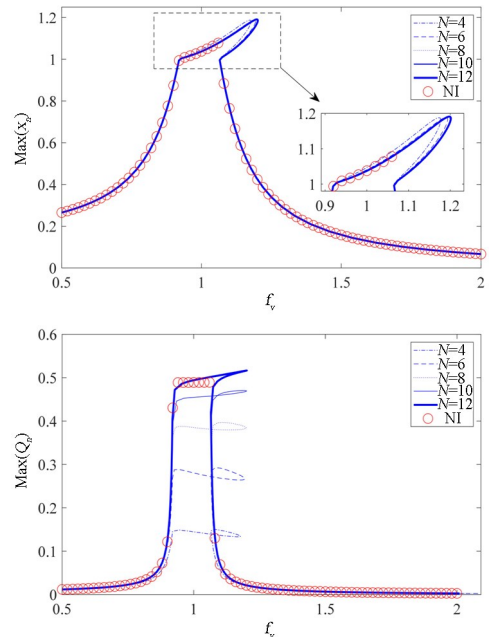


图 4 在短路条件下不同谐波波次的 HBM 结果与 NI 结果的对比: (a) x_n , (b) Q_n

Fig. 4 Comparison of NI and HBM results with different harmonic order numbers under short-circuit condition: (a) x_n , (b) Q_n

3.2 动态测试

搭建的 CS-TENG 动态测试平台,如图 5 所示. CS-TENG 的移动电极置于悬臂梁自由端,固定电极通过支架与激振器连接. 信号发生器产生正弦信号,通过功率放大器,驱动激振器产生周期性的振动激励,其频率和幅值分别由信号发生器和功率放大器控制. 通过加速度传感器实时监测振动激励的量级. CS-TENG 上下电极外接负载电阻,通过静电计和 NI 数据采集模块实时采集并记录流经负载电阻的电流,进而通过 PC 进行后处理分析. 图 6 给出整个测试平台的实物照片.

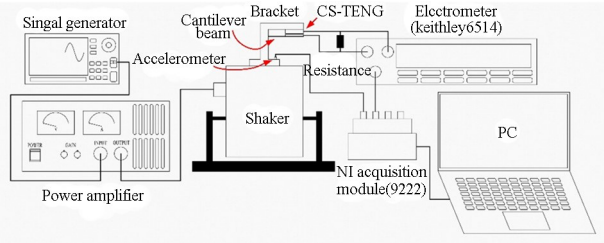


图 5 动态试验框图
Fig. 5 Schematic diagram of the built CS-TENG dynamic test platform

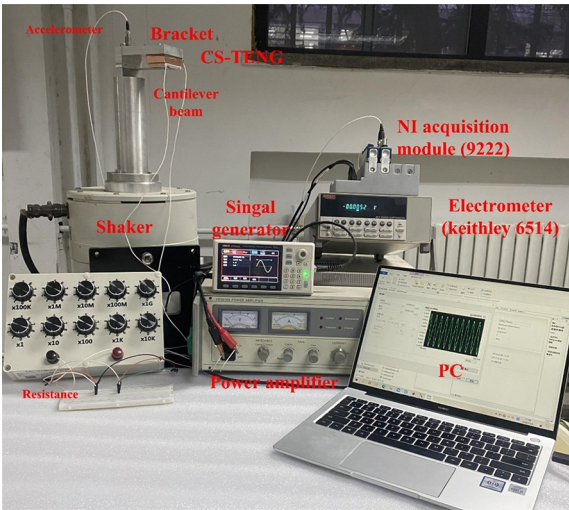


图 6 试验平台实物图
Fig. 6 Photograph of the entire CS-TENG test platform

外接负载电阻 $R = 100\text{k}\Omega$ 时,测试了 CS-TENG 输出电流的均方根值随激励频率的变化结果. 由机电耦合模型可知,感应电荷值 Q_n 可直接计算得到. 为了与试验结果对比,需计算无量纲电荷对时间的微分,以获得实时电流,即 $I_n = \text{d}Q_n / \text{d}\tau$. 同时,需将试验结果进行无量纲化,根据电荷和时间的尺度,可知需将试验结果得到的电流值除以 $\sigma S \omega_0$. 图 7 (a) 对比了试验与 HBM 结果,其中

HBM 结果的稳定性也得到分析,并在图中给出了不稳定的 HBM 结果. 在共振频率附近,CS-TENG 的输出电流有显著增加;随频率的增加,近似线性增加. 试验与 HBM 结果符合较好,尤其是共振频率段. 而在非共振频率段,试验测试的结果均高于 HBM 结果,这主要是由于耦合模型中并未考虑本底噪声的影响. 在动态测试中,非共振频段的电流测试结果受环境噪声的影响较为显著. 取 $f_v = 0.96$ 时,研究了输出电流和功率的均方根值随负载电阻的变化情况,实测与 HBM 预测结果如图 7(b)所示. 随着电阻的增加,输出电流先保持不变,进而迅速降低;而输出功率则先增加后降低,在 $R = 100\text{M}\Omega$ 附近取得最大值,约为 $25\mu\text{W}$. 试验与 HBM 结果较为一致,进一步验证了机电耦合的准确性.

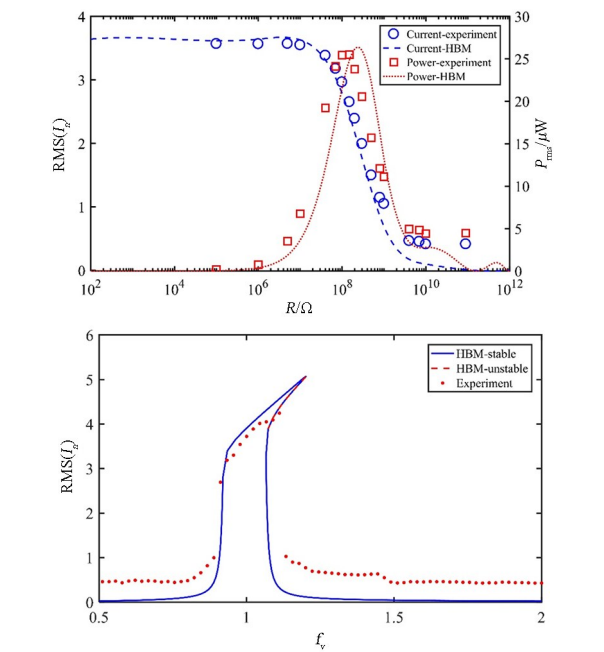


图 7 HBM 结果与试验结果的对比:(a)输出电流的均方根值随激励频率的变化(负载电阻 $100\text{k}\Omega$);(b)电流均方根值以及功率均方根值随负载电阻的变化($f_v = 0.96$)
Fig. 7 Comparison of HBM results with experimental results: (a) RMS values of output current vs. the excitation frequency (load resistance $100\text{k}\Omega$), (b) RMS values of the output current and power vs. the load resistance ($f_v = 0.96$)

3.3 与 Niu 模型的对比

考虑负载电阻 $R = 10\text{M}\Omega$ 时,分别采用 Niu 模型与本文模型,计算了移动电极位移最大值、输出电流均方根值随激励频率的变化,如图 8 所示. 由于 Niu 模型中直接假设移动电极位移为正弦形式且不考虑电极之间的接触碰撞效应,CS-TENG 为线性系统,共振峰以 $f_v = 1$ 左右对称,如图 8(a)所

示. 本研究提出的机电耦合模型, 考虑了电极之间的接触碰撞作用, 因而是非线性系统, 因硬特性使得共振峰出现如图 8(a)所示的向右倾斜. 给定激励频率($f_v=0.96$), 图 9(a)对比了两种模型得到的位移波形和频谱. 从波形上看, 由于未考虑固定电极对移动电极运动的约束作用, Niu 模型得到的移动电极位移幅值要高于本研究模型的位移幅值. 从频谱来看, Niu 模型的位移频谱仅有激励频率(f_v)成分, 而本研究模型因接触碰撞非线性因素, 使得位移频谱中出现了激励频率的 2 倍频、3 倍频甚至 4 倍频和 5 倍频. 从图 8(b)可以看出, 本文模型与 Niu 模型的主要差别出现在共振频率附近, 前者预测的输出电流均方根值要低于后者的结果. 由于考虑了非线性效应, 本文模型的输出电流曲线出现向右倾斜, 使预测的工作频带比 Niu 模型的结果宽. 图 9(b)给出了 $f_v=0.96$ 时的电流波形和频谱. 从波形上看, 相同周期内, 本文模型所得到的电流波形的上升部分超前于 Niu 模型的结果. 从频谱上看, 由于非线性机电耦合作用, 即使单频谐波电极运动, 也会导致输出电流的频谱含有激励频率及其多阶倍频成分, 如图 9(b)所示. 对于激励频率和 2 倍频, 本文模型幅值低于 Niu 模型; 对于激励频率的 4 倍和 5 倍频率, 本文模型的幅值高于 Niu

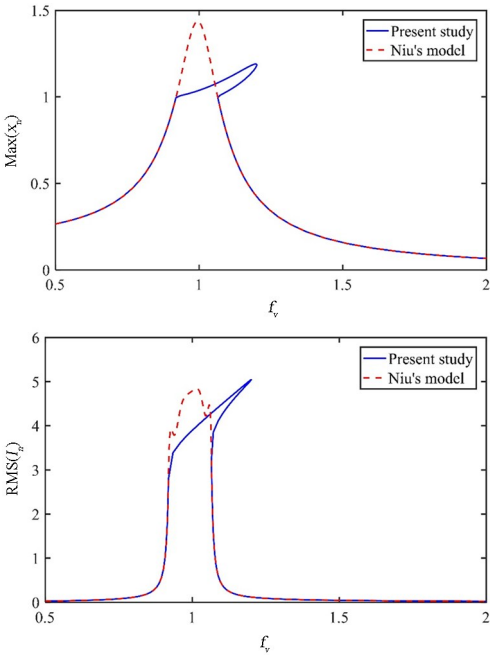


图 8 负载电阻 $R=10\text{M}\Omega$ 时 Niu 模型与本文模型的结果对比:
(a) 移动电极位移最大值随激励频率变化,
(b) 输出电流均方根值随激励频率变化
Fig. 8 Comparison of results from Niu's model and present model (load resistance $R=10\text{M}\Omega$): (a) maximum values of the moving electrode displacement vs. the excitation frequency, (b) RMS values of the output current vs. the excitation frequency

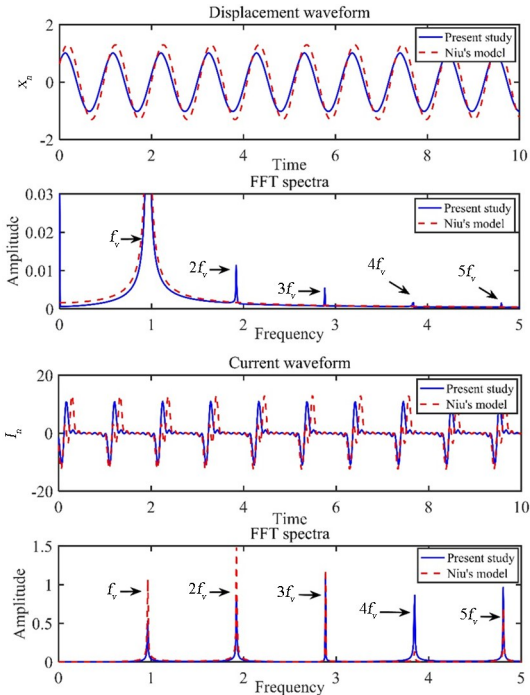


图 9 负载电阻 $R=10\text{M}\Omega$ 且 $f_v=0.96$ 时 Niu 模型与本文模型的结果对比: (a) 移动电极位移波形和 FFT 频谱,
(b) 输出电流波形和 FFT 频谱
Fig. 9 Waveform and FFT spectra comparisons between Niu's model and present model ($f_v=0.96$ and load resistance $R=10\text{M}\Omega$): (a) displacement waveform and FFT spectra, (b) output current waveform and FFT spectra

模型的幅值; 而对于激励频率的 3 倍频, Niu 模型和本文模型所得幅值相差不大. 通过上述对比分析, 在机电耦合模型中考虑电极间距非线性变化的必要性得到印证.

4 参数影响讨论

采用数值积分和动态测试验证了本研究提出的机电耦合模型和谐波平衡求解方法的准确性. 基于此, 本节分析振动激励幅值、接触刚度和结构阻尼对 CS-TENG 电极位移响应和输出电流的影响情况.

4.1 振动激励幅值

给定接触刚度 $k_c=1.5\text{e}6\text{N/m}$. 结构比例阻尼系数 $c_b=20\text{N}\cdot\text{s/m}$, 其他参数与上一节模型验证中相同. 计算了基础振动加速度幅值 a_v 为 $0.2g$ 、 $0.4g$ 、 $0.6g$ 时, 移动电极位移最大值和输出电流均方根值随激励频率的变化, 如图 10 所示. 随着激励幅值的增加, 移动电极的位移响应幅值也随之增加, 位移幅频曲线出现“右倾”的频率范围明显增加, 如图 10(a)所示. 在共振频率附近, 输出电流随

激励频率近似线性升高;随着激励幅值的增加,输出电流线性增加的频率范围也明显变宽,如图 10(b)所示.即使激励频率相距共振频率较远时,由于激励幅值的增加,移动电极与固定电极也可能发生接触碰撞,使得系统由线性系统转变为非线性系统.因此,增加激励幅值,在增加移动电极位移响应幅值的同时,也能够显著提升 CS-TENG 的输出电流,并扩大其工作频段.

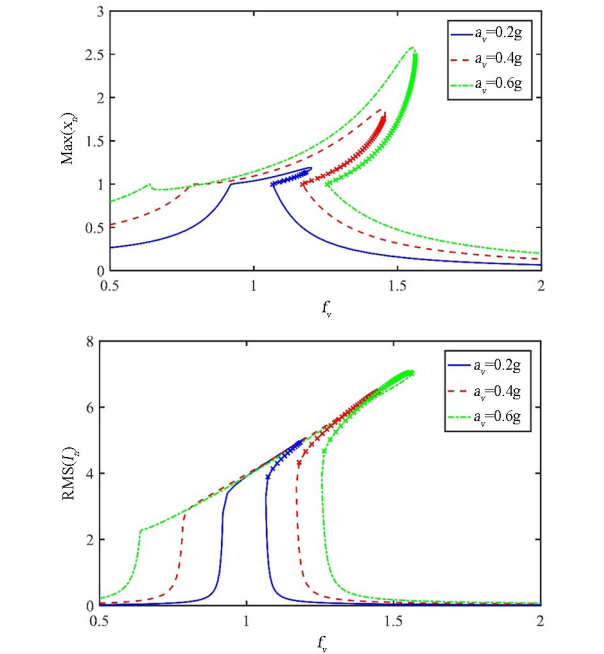


图 10 不同振动激励幅值时 CS-TENG 输出特性:
(a)移动电极位移最大值随激励频率变化,(b)输出电流均方根值随激励频率变化(“×”表示不稳定解)
Fig. 10 Output characteristics of the CS-TENG with different vibration excitation amplitudes; (a) maximum values of the moving electrode displacement vs. the excitation frequency, (b) RMS values of the output current vs. the excitation frequency (“×” denotes the unstable solution)

4.2 接触刚度

给定基础振动加速度幅值 $a_v=0.2g$ 且结构阻尼系数 $c_b=20N\cdot s/m$.当接触刚度 k_c 分别为 $1.5e6$ 、 $2.5e6$ 、 $3.5e6N/m$ 时,移动电极位移最大值和输出电流均方根值随激励频率的变化,如图 11 所示.由于接触刚度仅在移动电极和固定电极发生接触时发生作用,因此在非共振区改变接触刚度对位移和输出电流均无影响.在共振区,随着接触刚度的增加,位移幅频曲线向右倾斜的幅度有所增加,表明固定电极对其运动的约束更加显著;输出电流的均方根值有所下降,但是共振区对应的频带宽度有所增加,如图 11(b)所示.上述结果表明增加接触刚度,虽然使得 CS-TENG 的输出电流有所降低,但是能够增加

工作频带的宽度.在实际应用中,需合理设计接触刚度,以平衡输出电流幅值和工作频带的需求.

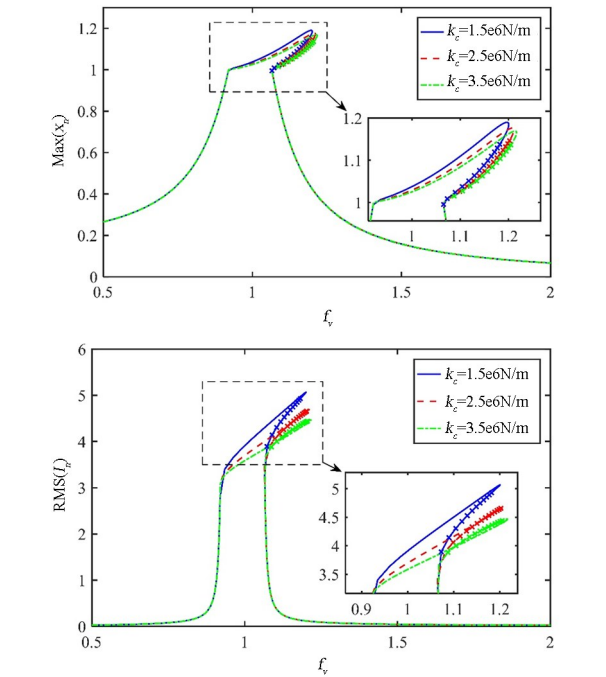
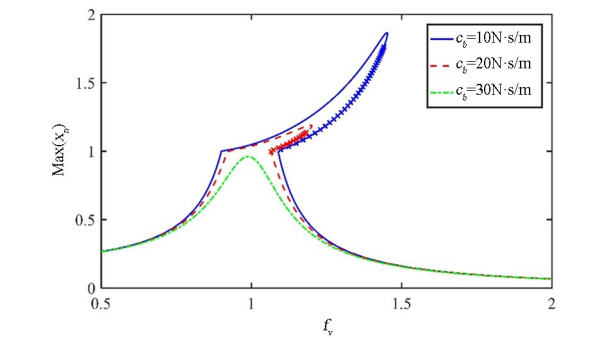


图 11 不同接触刚度值时 CS-TENG 输出特性:
(a)移动电极位移最大值随激励频率变化;
(b)输出电流均方根值随激励频率变化(“×”表示不稳定解)
Fig. 11 Output characteristics of the CS-TENG with different values of contact stiffness; (a) maximum values of the moving electrode displacement vs. the excitation frequency, (b) RMS values of the output current vs. the excitation frequency (“×” denotes the unstable solution)

4.3 结构阻尼

给定基础振动加速度幅值 $a_v=0.2g$ 且接触刚度 $k_c=1.5e6N/m$.分析了结构阻尼系数 c_b 分别为 10 、 20 、 $30N\cdot s/m$ 时,移动电极位移最大值和输出电流均方根值随激励频率的变化,如图 12 所示.增加阻尼系数,对共振频段的移动电极位移和输出电流幅值均有显著削弱作用.当阻尼系数为 $30N\cdot s/m$ 时,移动电极在共振频率附近也未与固定电极接触,此时系统转变为线性系统,因而位移和电流幅频曲线均只存在一个对称的共振峰值,如图12所示.需



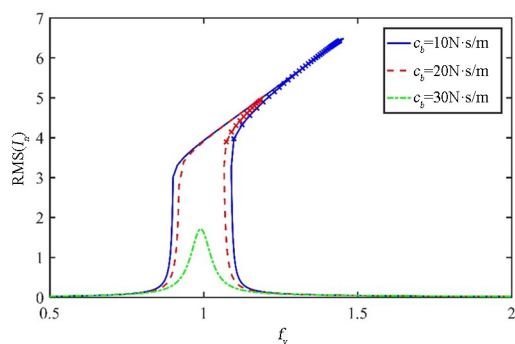


图 12 不同结构比例阻尼系数时 CS-TENG 输出特性:

(a) 移动电极位移最大值随激励频率变化,

(b) 输出电流均方根值随激励频率变化(“×”表示不稳定解)

Fig. 12 Output characteristics of the CS-TENG with different values of the structural damping coefficient: (a) maximum values of the moving electrode displacement vs. the excitation frequency, (b) RMS values of the output current vs. the excitation frequency (“×” denotes the unstable solution)

要说明的是,增加振动激励幅值,也将使得系统转变为线性系统所需的阻尼系数增加。一般来说,增加阻尼系数,使得 CS-TENG 共振频带的位移响应和输出电流均显著降低。但是,对于远离共振的频带,阻尼对系统位移响应和输出电流的影响不明显。

5 结论

本文提出了考虑电极间距非线性变化的 CS-TENG 机电耦合模型,并利用谐波平衡法解析求解动态输出特性。采用数值积分和动态测试两种手段,验证了谐波平衡结果的准确性。相关结论如下:

(1) 本模型预测输出电流的均方根值低于 Niu 模型。由于考虑了非线性效应,本模型的输出电流峰值向右倾斜,使得预测的工作频带比 Niu 模型更宽。

(2) 增大振动激励幅值不仅可以增大运动电极的位移响应幅值,还可以显著增强 CS-TENG 的输出电流,扩大其工作频带。

(3) 随着接触刚度的增大,输出电流的均方根值减小,工作频带变宽。在实际应用中,需要合理设计接触刚度,以实现输出电流幅值与工作频带的平衡。

(4) 随着结构阻尼系数的增大,运动电极的位移和谐振区输出电流的幅值均明显减弱。

参考文献

[1] 张弛,付贤鹏,王中林. 摩擦纳米发电机在自驱动微系统研究中的现状与展望[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7): 89—101.

ZHANG C, FU X P, WANG Z L. Review and pros-

pect of triboelectric nanogenerators in self-powered microsystems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7): 89—101. (in Chinese)

[2] 李申芳,王军雷,王中林. 利用摩擦纳米发电机的流体能量俘获研究新进展[J]. 力学学报, 2021, 53(11): 2910—2927.

LI S F, WANG J L, WANG Z L. Progression on fluid energy harvesting based on triboelectric nanogenerators [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(11): 2910—2927. (in Chinese)

[3] 廖思华,刘丹,刘雅琪,等. 摩擦—电磁复合式能量回收带设计与动力学分析[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(10): 43—50.

LIAO S H, LIU D, LIU Y Q, et al. Design and kinetic analysis of the hybrid triboelectric-electromagnetic energy harvesting bump [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(10): 43—50. (in Chinese)

[4] 常思登,杜荣华,吴佳辉,等. 柔顺车路能量采集减速带设计与动力学建模[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(10): 58—64.

CHANG S D, DU R H, WU J H, et al. Design and dynamic modeling of flexible vehicle-road energy harvesting bump [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(10): 58—64. (in Chinese)

[5] 张莹,高艺玲,段霞霞,等. 双不确定参数作用下双稳态能量采集系统的随机响应分析[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(10): 72—84.

ZHANG Y, GAO Y L, DUAN X X, et al. Stochastic response analysis of bistable energy harvesting system with double uncertain parameters [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(10): 72—84. (in Chinese)

[6] NIU S M, WANG S H, LIN L, et al. Theoretical study of contact-mode triboelectric nanogenerators as an effective power source [J]. Energy & Environmental Science, 2013, 6(12): 3576—3583.

[7] NIU S M, WANG Z L. Theoretical systems of triboelectric nanogenerators [J]. Nano Energy, 2015, 14: 161—192.

[8] YANG B, ZENG W, PENG Z H, et al. A fully verified theoretical analysis of contact-mode triboelectric nanogenerators as a wearable power source [J]. Advanced Energy Materials, 2016, 6(16): 1600505.

[9] NIU S M, LIU Y, WANG S H, et al. Theory of sliding-mode triboelectric nanogenerators [J]. Advanced Materials, 2013, 25(43): 6184—6193.

[10] NIU S M, WANG S H, LIU Y, et al. A theoretical

- study of grating structured triboelectric nanogenerators [J]. *Energy & Environmental Science*, 2014, 7(7): 2339—2349.
- [11] NIU S M, LIU Y, WANG S H, et al. Theoretical investigation and structural optimization of single-electrode triboelectric nanogenerators [J]. *Advanced Functional Materials*, 2014, 24(22): 3332—3340.
- [12] NIU S M, LIU Y, CHEN X Y, et al. Theory of free-standing triboelectric-layer-based nanogenerators [J]. *Nano Energy*, 2015, 12: 760—774.
- [13] BI M Z, WANG S W, WANG X F, et al. Freestanding-electret rotary generator at an average conversion efficiency of 56%: theoretical and experimental studies [J]. *Nano Energy*, 2017, 41: 434—442.
- [14] NIU S M, ZHOU Y S, WANG S H, et al. Simulation method for optimizing the performance of an integrated triboelectric nanogenerator energy harvesting system [J]. *Nano Energy*, 2014, 8: 150—156.
- [15] NIU S M, LIU Y, ZHOU Y S, et al. Optimization of triboelectric nanogenerator charging systems for efficient energy harvesting and storage [J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2015, 62(2): 641—647.
- [16] ZI Y L, NIU S M, WANG J, et al. Standards and figure-of-merits for quantifying the performance of triboelectric nanogenerators [J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 8376.
- [17] KIM S, HA J, KIM J B. Theoretical study of contact-mode triboelectric nanogenerators [J]. *Integrated Ferroelectrics*, 2017, 183(1): 54—59.
- [18] BI M Z, WU Z B, WANG S W, et al. Optimization of structural parameters for rotary freestanding-electret generators and wind energy harvesting [J]. *Nano Energy*, 2020, 75: 104968.
- [19] ZHOU Y S, LI S M, NIU S M, et al. Effect of contact and sliding-mode electrification on nanoscale charge transfer for energy harvesting [J]. *Nano Research*, 2016, 9(12): 3705—3713.
- [20] XU C, ZI Y L, WANG A C, et al. On the electron-transfer mechanism in the contact-electrification effect [J]. *Advanced Materials*, 2018, 30(15): e1706790.
- [21] DAI K R, WANG X F, NIU S M, et al. Simulation and structure optimization of triboelectric nanogenerators considering the effects of parasitic capacitance [J]. *Nano Research*, 2017, 10(1): 157—171.
- [22] DHARMASENA R D I G, JAYAWARDENA K D G I, MILLS C A, et al. Triboelectric nanogenerators: providing a fundamental framework [J]. *Energy & Environmental Science*, 2017, 10(8): 1801—1811.
- [23] GHAFARINEJAD A, YAVAND HASANI J. Modeling of triboelectric charge accumulation dynamics at the metal-insulator interface for variable capacitive structures: application to triboelectric nanogenerators [J]. *Applied Physics A*, 2019, 125(4): 259.
- [24] HU Y F, YANG J, JING Q S, et al. Triboelectric nanogenerator built on suspended 3D spiral structure as vibration and positioning sensor and wave energy harvester [J]. *ACS Nano*, 2013, 7(11): 10424—10432.
- [25] WANG X F, NIU S M, YI F, et al. Harvesting ambient vibration energy over a wide frequency range for self-powered electronics [J]. *ACS Nano*, 2017, 11(2): 1728—1735.
- [26] 田强, 刘铖, 李培, 等. 多柔体系统动力学研究进展与挑战 [J]. *动力学与控制学报*, 2017, 15(5): 385—405.
- TIAN Q, LIU C, LI P, et al. Advances and challenges in dynamics of flexible multibody systems [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(5): 385—405. (in Chinese)
- [27] JIA Y. Review of nonlinear vibration energy harvesting: Duffing, bistability, parametric, stochastic and others [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2020, 31(7): 921—944.
- [28] SUN W P, JIANG Z Y, XU X P, et al. Electromechanical coupling modeling and analysis of contact-separation mode triboelectric nanogenerators [J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2021, 136: 103773.
- [29] SUN W P, JIANG Z Y, XU X P, et al. Harmonic balance analysis of output characteristics of free-standing mode triboelectric nanogenerators [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 207: 106668.
- [30] CAMERON T M, GRIFFIN J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1989, 56(1): 149.
- [31] VON GROLL G, EWINS D J. The harmonic balance method with arc-length continuation in rotor/stator contact problems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 241(2): 223—233.
- [32] FAFARD M, MASSICOTTE B. Geometrical interpretation of the arc-length method [J]. *Computers & Structures*, 1993, 46(4): 603—615.
- [33] POHRT R. Normal stiffness of multiscale rough surfaces in elastic contact [D]. Berlin: Technische Universität Berlin, 2013.