

采用基础激励下力反作用的大挠性 结构动力学建模研究*

李威[†] 杜冬 周徐斌 冯彦军

(上海卫星工程研究所, 上海 201109)

摘要 以中心刚体和挠性梁为例, 针对缺乏占质量和惯量强势成分中心刚体的刚柔耦合系统进行动力学建模研究. 建立了基于基础激励输入和力反作用输出的离散动力学模型, 以仿真计算对本文提出的模型进行验证. 仿真结果表明, 建立的模型解释了动力学刚化现象产生的原因并计算出不同转速下的系统频率, 能够准确地解释刚柔耦合系统的动力刚化现象. 同时考虑了中心刚体的运动, 发现刚体质量和惯量对系统机动后姿态角振动频率有影响.

关键词 挠性航天器, 动力刚化, 中心刚体, 挠性梁, 刚体运动

中图分类号: V412.4+2

文献标志码: A

Dynamic Modeling of Large Flexible Structures with Force Feedback under Basic Excitation*

Li Wei[†] Du Dong Zhou Xubin Feng Yanjun

(Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China)

Abstract Taking the central rigid body and flexible beam as examples, the dynamic modeling of the rigid-flexible coupling system lacking a strong component of mass and inertia is studied in this paper. The simulation results show that the established model can explain the cause of the dynamic stiffening phenomenon and calculate the system frequency at different rotating speeds, which can accurately explain the dynamic stiffening phenomenon of the rigid-flexible coupling system. At the same time, considering the translational motion of the central rigid body, the influence of the mass and inertia of the rigid body on the attitude angular vibration frequency of the system after maneuvering is obtained.

Key words flexible spacecraft, dynamic stiffening, central rigid body, flexible beam, central rigid body translation

引言

随着航天事业的快速发展, 功能集成度、功耗、寿命等指标大幅提升, 大型航天器如空间站实验室, 大型/超大型卫星平台, 空间探测器被各个国家

所重视. 与之相匹配的大挠性航天结构包括大型太阳能电池阵, 一维或二维挠性天线、太阳帆、空间机械臂等, 作为一类特殊的结构在航天领域中正在得到广泛的应用. 另外, 对地以及对空间高精度遥感探测的需要对载荷的口径和焦距也提出了更高的

要求.例如,按照静止轨道 1m~2m 精度需求,光学相机口径须达到 13m 以上,焦距应达到 115m 以上.从缩小重量尺寸规模、简化系统配置的角度出发,一些高精度光学卫星采用了载荷平台一体化设计理念,即取消单独平台模块,将主载荷 1m~2m 精度微纳结构光学相机与卫星服务单机模块进行融合设计.与上文中提到的空间站实验室,大型卫星平台有所不同,载荷平台一体化大口径光学卫星不再有明确的中心刚体,整体呈现完全挠性,基频低至 0.1Hz 以下^[1].

从满足空间任务的角度上分析,它们具有良好的工作性能,便于制造和空间展开/装配,具有广泛的应用前途.但由于其尺寸大、重量轻、挠性大、阻尼弱,在太空工作时将不可避免地受到各种外界因素的干扰而激起低频、非线性、大幅度的振动.且一旦激起将很难自行衰减,并与航天器主体的姿态运动高度耦合;此外,大挠性部件的变形将导致航天器载荷实际指向与星载姿态敏感装置测定姿态指向出现较大差异,两者都会干扰姿态控制系统的正常工作,也会给航天器的指向精度和稳定度带来了严重的影响(如美国的哈勃望远镜),有时甚至会造成系统发散,从而导致毁灭性的灾难.为了满足任务需求,一方面,航天器结构跨度增大,使得挠性干扰特征更加突出;另一方面,对这些航天器的精度提出了比以往更高的要求,这些都给动力学控制系统的设计带来了非常严峻的挑战.特别需要重视的问题是,挠性结构动力学与姿态动力学之间存在强耦合,即姿态控制输出的动态执行力矩以及残余振荡会激起结构挠性振动,而挠性振动又会导致姿态振荡反过来诱发姿控系统动作.要指出,因为全挠性航天器缺乏占质量和惯量强势成分的中心刚体,这些强耦合特征表现将更为严重.

结构/姿态耦合动力学仿真是解决挠性结构振荡的重要基础.中心刚体—挠性梁结构系统的刚柔耦合问题就是一个最典型的刚柔耦合问题.在中心刚体—挠性梁系统中,中心刚体的大范围姿态机动的刚性运动与挠性梁横向振动的小位移变形运动之间的耦合问题受到了众多学者的关注.近些年来,国内外的众多学者为了寻找真正的刚柔耦合动力学产生机理,对中心刚体—挠性梁系统进行了更加深入的研究.其中,Shabana^[2-4]提出了一种适合处理挠性大变形问题的绝对节点坐标法,使用贝塞

尔插值曲线和 B 样条曲线方法代替了传统的有限元方法,从而能成功处理任意形状挠性体的动力学问题,但计算缺乏高效性,需要多次生成积分环节需要的质量阵刚度阵. Yoo^[5,6] 等对旋转挠性梁的动力学模型、固有频率特性和模态特性进行了研究,同时考虑了梁上任意位置带有附加载荷体的情形. Al-Qaisia 和 Al-Bedoor^[7] 认为刚柔耦合系统中无法解释动力刚化现象来源于对挠性梁变形的不精确描述,比较了四种不同的建模方法,主要为是否在弹性势能项和动能项中考虑横向弯曲引起的纵向缩短.与此同时,国内的许多学者也就此问题提出了许多具有颇高理论水准的动力学建模方案.洪嘉振、刘锦阳、蔡国平等人^[8-12]从连续介质力学原理出发,提出了基于轴线积分的一次近似耦合模型,且在此基础上考虑了空气阻尼和结构阻尼以及悬臂梁末端带有集中质量的情况.杨辉^[13]运用实验充分验证了一次近似耦合模型的正确性.李崔春^[14]、张恒浩^[15]关注了中心刚体和挠性梁耦合干扰振荡的因素,建立了较为完善的动力学模型,但未考虑中心刚体的质量和惯量不占系统绝大部分时的情况,忽略了挠性梁与刚体运动的耦合关系.孔嘉祥^[16]对 Stewart 平台运用分析力学法进行刚柔耦合建模,认为帆板柔性与星体下平台刚体运动对有效载荷上平台的微幅振动具有较大影响,建模时必须予以考虑,但对轴向变形的考虑仅以补偿刚度阵的醒狮提线,较为依赖建模时主观构建.

1 结构/姿态耦合动力学理论建模

结构/姿态耦合动力学仿真本质上是一个刚柔耦合动力学数值分析问题.先研究由一个中心刚体 G_c 和若干个挠性部件 N_i ($i=1,2,\dots$) 构成的挠性航天器.姿控执行部件安装在中心刚体上.设 $oxyz$ 坐标系为惯性参考系,每个挠性部件与中心刚体都是固连的.中心刚体质心为 c 点. J_i 为中心刚体与第 i 个挠性部件连接点, $cXYZ$ 是中心刚体固连坐标系(原点在中心刚体质心),随中心刚体移动和旋转.如图 1 所示.

分析系统内耦合关系,可以知道挠性附件 N_i 在点 J_i 受中心刚体运动的位移激励,其结构动力学响应向中心刚体输出反作用力矢(偶),同时也引起姿态敏感部件指向信息变化.中心刚体在挠性附件和姿控执行部件输出的力(偶)作用下产生运动,其刚体动力学响应引起姿态敏感部件指向信息变

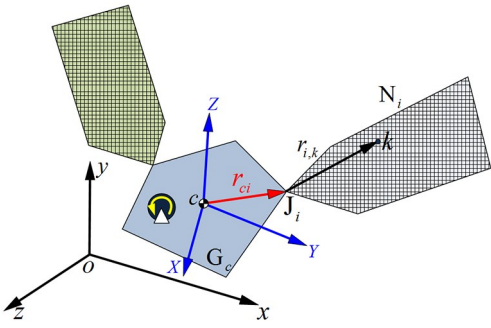


图 1 中心刚体航天器模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the central rigid body spacecraft model

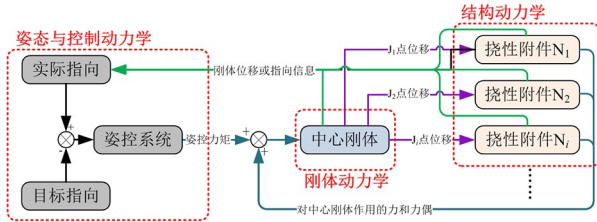


图 2 三个系统耦合关系图

Fig. 2 Diagram of the coupling relationship of the three systems

化. 姿控系统根据目标指向和实际指向之间的偏差输出姿控力矩. 姿控力矩和挠性附件产生的反作用力(偶)引起中心刚体动力学响应. 结构动力学系统在非惯性下计算, 姿控动力学系统与刚体动力学系统在惯性系下计算, 三个系统之间耦合关系见图 2. 下面以简单梁模型描述大挠性航天器的刚柔耦合特性.

1.1 简单梁模型

航天器上的挠性附件主要是可以简化为梁模型的天线部件,或是面内刚度远大于弯曲刚度太阳能帆板部件,为了分析主要问题,将挠性部件简化为平面梁,而忽略在空间其他方向的振动. 因此,本文的挠性航天器物理模型采用挠性梁作为主要的挠性附件,研究其在航天器刚性本体姿态机动过程中发生的横向弯曲振动.

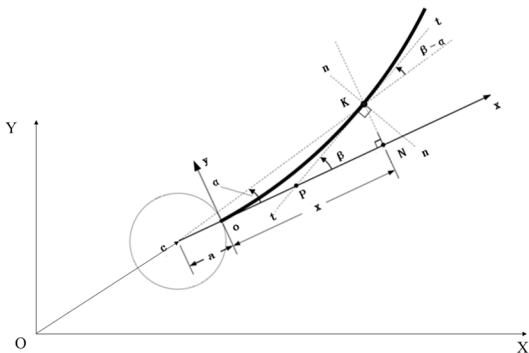


图 3 简单梁刚柔耦合动力学模型

Fig. 3 Dynamic model of rigid-flexible coupling of a simple beam

刚体做平面运动, 柔性梁固支在刚体上. 惯性坐标系为 OXY , 柔性梁上的固连坐标系为 oxy , x 轴与 X 轴夹角为 Θ_c , 刚体质量 m_0 , 刚体绕质心 c 的转动惯量为 J_c , 半径为 a , 梁长度为 L , 密度为 ρ , 横截面积为 A , 抗弯刚度为 EI , 抗拉刚度为 EA . 梁上任一质点 k 的弹性运动既包含垂直梁轴线方向的位移, 也包含沿梁轴线方向的位移.

定义刚体质心 c 的位置矢量为 \vec{r}_c , 姿态角为 Θ_c . 柔性梁上任意质点 k 质量为 m_k , 其位置矢量为

$$\vec{r}_k = \vec{r}_c + \vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E} \quad (1)$$

其中 $\vec{r}_{k,R}$ 表示在未变形情况下质点 k 对质心 c 的矢径, $\vec{r}_{k,E}$ 表示弹性变形后质点 k 对变形前质点 k 的矢径. 那么, 质点 k 的速度为

$$\vec{v}_k = \dot{\vec{r}}_c + \dot{\Theta}_c \times (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}) + \dot{\vec{r}}_{k,E} \quad (2)$$

式中 $\dot{\vec{r}}_c$ 和 $\dot{\Theta}_c$ 表示质心 c 的速度矢量和刚体角速度矢量, 是位置矢量和姿态对惯性系 OXY 求时间导数. $^{\circ}$ 和 $^{\circ\circ}$ 分别表示对固连系求 oxy 一阶和二阶时间导数.

质点 k 的加速度为

$$\vec{a}_k = \ddot{\vec{r}}_c + \ddot{\Theta}_c \times (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}) - |\ddot{\Theta}_c|^2 (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}) + 2\dot{\Theta}_c \times \dot{\vec{r}}_{k,E} + \ddot{\vec{r}}_{k,E} \quad (3)$$

1.2 中心刚体对梁结构的激励

中心刚体的运动是对梁结构的基础加速度激励, 在不考虑阻尼的情况下即

$$m_k \vec{a}_k + k_{k,p} \vec{r}_{k,E} = 0 \quad (4)$$

代入式(3)可得

$$m_k \ddot{\vec{r}}_{k,E} + k_{k,p} \vec{r}_{k,E} = -m_k [\ddot{\vec{r}}_c + \ddot{\Theta}_c \times (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}) - |\ddot{\Theta}_c|^2 (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E})] - 2m_k \dot{\Theta}_c \times \dot{\vec{r}}_{k,E} \quad (5)$$

式中 $k_{k,p}$ 表示端点固支状态下的梁结构刚度张量, 均为二阶张量. 式(5)右端显示刚体质心 c 的线加速度 $\ddot{\vec{r}}_c$ 、角加速度 $\ddot{\Theta}_c$ 、角速度 $\dot{\Theta}_c$ 都会对梁上的质点产生激励作用, 同时激励作用的大小还会取决于质点的瞬时位置 $\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}$ 和相对速度 $\dot{\vec{r}}_{k,E}$. 还要注意, 激励力既有(近似)沿梁轴向的成分如 $-|\ddot{\Theta}_c|^2 (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E})$, 也有(近似)沿梁横向的成分如 $\ddot{\Theta}_c \times (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E})$.

1.3 梁结构对中心刚体的反作用

简单梁对中心刚体的反作用力为

$$\begin{aligned} \vec{f}_B = & -\sum_k m_k \vec{a}_k = -m_L \vec{\ddot{r}}_c - \vec{\Theta}_c \times \sum_k m_k \vec{r}_{k,E} + \\ & |\vec{\Theta}_c|^2 \sum_k m_k \vec{r}_{k,E} - 2 \sum_k m_k \vec{\Theta}_c \times \dot{\vec{r}}_{k,E} - \\ & \sum_k m_k \ddot{\vec{r}}_{k,E} - \vec{\Theta}_c \times m_L \vec{r}_{LR} + |\vec{\Theta}_c|^2 m_L \vec{r}_{LR} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 m_L 表示简单梁的总质量, \vec{r}_{LR} 表示简单梁未变形状态质心对质心 c 的矢径, 式(6)利用了关系

$$\sum_k m_k \vec{r}_{k,R} = m_L \vec{r}_{LR} \quad (7)$$

简单梁对中心刚体的反作用力偶为

$$\begin{aligned} \vec{t}_B = & -\sum_k (\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}) \times m_k \vec{a}_k = -m_L \vec{r}_{LR} \times \\ & \vec{\ddot{r}}_c - (\sum_k \vec{r}_{k,E} m_k) \times \vec{\ddot{r}}_c - \\ & \sum_k m_k |\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}|^2 \vec{\Theta}_c - 2 \vec{\Theta}_c \sum_k m_k [(\vec{r}_{k,R} + \\ & \vec{r}_{k,E}) \times \dot{\vec{r}}_{k,E}] - \sum_k m_k [(\vec{r}_{k,R} + \vec{r}_{k,E}) \times \ddot{\vec{r}}_{k,E}] \end{aligned} \quad (8)$$

1.4 有限元动力学模型建模

式(5)右端可以理解为在非惯性系下的惯性力, 梁上作用的惯性力可以分为4种, 分别是由中心刚体转动引起的离心惯性力 q_n 和切向惯性力 q_t ; 由中心刚体质心运动带来的惯性力 q_r ; 由科里奥利效应引起的科氏惯性力 q_c .

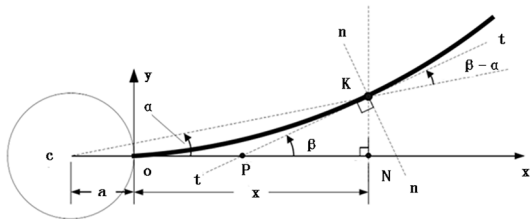


图4 中心刚体姿态机动时挠性梁的动态弯曲变形
Fig.4 Dynamic bending deformation of a flexible beam

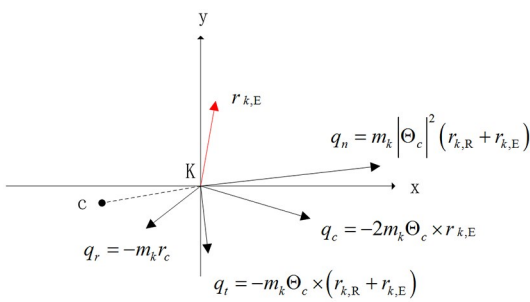


图5 任意点K所受惯性力
Fig.5 Force at any point K

此时惯性力在 x 、 y 方向的代数分量, 即将4种惯性力向非惯性系 oxy 中的 x 、 y 轴投影后求代

数和, 此时任一点 K 所受的惯性力可以描述为

$$\begin{aligned} q_x = & m_k \dot{\Theta}_c^2 r \cos \alpha + m_k \ddot{\Theta}_c r \sin \alpha + \\ & 2m_k \dot{\Theta}_c |\dot{r}_{k,E,y}| - m_k |\ddot{r}_{c-x}| \\ q_y = & m_k \dot{\Theta}_c^2 r \sin \alpha - m_k \ddot{\Theta}_c r \cos \alpha - \\ & 2m_k \dot{\Theta}_c |\dot{r}_{k,E,x}| - m_k |\ddot{r}_{c-y}| \end{aligned} \quad (9)$$

至此, 问题转化为了两个耦合的问题, 一个是—端固支的欧拉梁在受到式(9)所描述的力的情况下的动力学问题, 另一个是中心刚体在受到如式(6)和式(8)所描述的力和力偶的情况下的刚体运动和旋转问题。

为了求解坐标系 oxy 下的 m_k 和 $k_{k,p}$ 矩阵表达, 将 $\vec{r}_{k,E}$ 分解为质点 k 沿梁轴线方向位移 X_k 和横向位移 Y_k . 即

$$\vec{r}_{k,E} = X_k \vec{j}_X + Y_k \vec{j}_Y \quad (10)$$

$$\dot{\vec{r}}_{k,E} = \dot{X}_k \vec{j}_X + \dot{Y}_k \vec{j}_Y \quad (11)$$

$$\ddot{\vec{r}}_{k,E} = \ddot{X}_k \vec{j}_X + \ddot{Y}_k \vec{j}_Y \quad (12)$$

式中 \vec{j}_X 和 \vec{j}_Y 分别表示固连坐标系 oxy 的两个坐标轴的单位基矢量。

将连续梁等分离散为 n 个梁单元, 得到 $n+1$ 质点. 对单个梁单元横向位移采用三次多项式插值, 轴向位移采用一次线性插值. 取节点 I 横向位移、转角和轴向位移分别为 $Y_{E,I}$ 、 $\theta_{E,I}$ 、 $X_{E,I}$, 同样的取节点 II 位移分别为 $Y_{E,II}$ 、 $\theta_{E,II}$ 、 $X_{E,II}$. 单个梁单元的长度为 L_E . 定义位移单个梁单元位移矩阵为

$$\Psi_E = \{Y_{E,I} \quad \theta_{E,I} \quad X_{E,I} \quad Y_{E,II} \quad \theta_{E,II} \quad X_{E,II}\}^T \quad (13)$$

对应的刚度阵为

$$\mathbf{K}_E = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{L_E^3} & \frac{6EI}{L_E^2} & 0 & -\frac{12EI}{L_E^3} & \frac{6EI}{L_E^2} & 0 \\ \frac{6EI}{L_E^2} & \frac{4EI}{L_E} & 0 & -\frac{6EI}{L_E^2} & \frac{2EI}{L_E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L_E} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L_E} \\ -\frac{12EI}{L_E^3} & -\frac{6EI}{L_E^2} & 0 & \frac{12EI}{L_E^3} & -\frac{6EI}{L_E^2} & 0 \\ \frac{6EI}{L_E^2} & \frac{2EI}{L_E} & 0 & -\frac{6EI}{L_E^2} & \frac{4EI}{L_E} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{EA}{L_E} & 0 & 0 & \frac{EA}{L_E} \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{E,I,I} & \mathbf{K}_{E,I,II} \\ \mathbf{K}_{E,II,I} & \mathbf{K}_{E,II,II} \end{pmatrix} \quad (14)$$

\mathbf{K}_E 即为单个梁单元的刚度阵. $\mathbf{K}_{E,I,I}$ 、 $\mathbf{K}_{E,I,II}$ 、 $\mathbf{K}_{E,II,I}$ 和 $\mathbf{K}_{E,II,II}$ 是分块阵, 且有

$$K_{E,II,I} = K_{E,II,II}^T \quad (15)$$

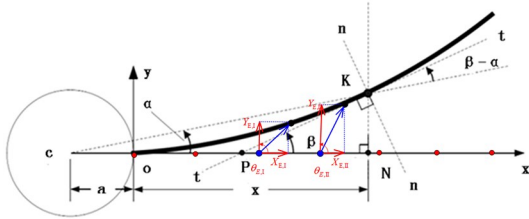


图 6 简单梁有限元模型
Fig. 6 Finite element model of a beam

$$M_E = \frac{A\rho L E}{2} \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & \frac{L_E^2}{12} & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & \frac{L_E^2}{12} & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} K_{E,I,I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{E,II,II} \end{pmatrix} \quad (16)$$

在动力学分析中,在精度有保证的前提下,为了提升非线性分析计算速度,往往采用集中质量矩阵,如下所示,耦合项被忽略,质量矩阵为对角阵.

将质量阵和刚度阵组装可获得连续梁离散为 $n+1$ 个质点的质量阵 $\tilde{M}_{k,p}$ 和刚度阵 $\tilde{K}_{k,p}$,均为 $(3n+3)$ 阶方阵,如下:

$$\tilde{M}_{k,p} = \frac{A\rho L}{2n} \begin{pmatrix} M_{E,I,I} & & & & & \\ & M_{E,I,I} + M_{E,II,II} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & M_{E,I,I} + M_{E,II,II} & & \\ & & & & M_{E,II,II} & \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\tilde{K}_{k,p} = \frac{A\rho L}{2n} \begin{pmatrix} K_{E,I,I} & K_{E,I,II} & & & & \\ K_{E,II,I} & K_{E,I,I} + K_{E,II,II} & K_{E,I,II} & & & \\ & K_{E,II,I} & \ddots & & K_{E,I,II} & \\ & & K_{E,II,I} & K_{E,I,I} + K_{E,II,II} & K_{E,I,II} & \\ & & & K_{E,II,I} & K_{E,II,II} & \end{pmatrix} \quad (18)$$

对应的 $n+1$ 个节点位移列向量为

$$\tilde{\Psi}_{k,p} = \{Y_1 \quad \theta_1 \quad X_1 \quad Y_2 \quad \theta_2 \quad X_2 \quad \cdots \quad Y_{n+1} \quad \theta_{n+1} \quad X_{n+1}\}^T \quad (19)$$

又因为简单梁的一端固支,在固支处的节点所有自由度都被限制,实际计算中前 3 行 3 列都被划去,因此梁被分为 n 个梁单元,质量阵和刚度阵都为 $3n$ 阶方阵.

性. 设定中心刚体—挠性梁系统的结构参数如表 1. 挠性梁转动惯量为 $40\text{kg}\cdot\text{m}^2$, 此时中心刚体转动惯量 $300\text{kg}\cdot\text{m}^2$, 在 2.3 节中将大幅降低中心刚体转动惯量, 讨论当中心刚体不占整体惯量极大部分时的情况.

2 仿真结果

表 1 结构参数

Table 1 Structural parameters

Symbol	Value
L	8m
A	$7.2968 \times 10^{-5} \text{m}^2$
I	$8.2189 \times 10^{-9} \text{m}^4$
ρ	$2.7667 \times 10^3 \text{kg/m}^3$
E	$6.8952 \times 10^{10} \text{N/m}^2$
J	$300 \text{kg}\cdot\text{m}^2$
a	0.5m

2.1 中心刚体运动为已知时动力学响应研究

2.1.1 动力刚化的验证

刚柔耦合问题的研究都涉及了动力刚化问题, 本节将从梁横向振动的固有频率入手, 研究中心刚体进行大角度快速姿态机动时挠性梁的动力刚化现象以及对梁横向振动的影响, 本节给定中心刚体的姿态机动规律. 可视作在忽略挠性梁与中心刚体耦合的基础上验证挠性梁的变形. 根据文献[14]设中心刚体的姿态机动角速度按如下规律变化:

$$\dot{\theta}(t) = \begin{cases} \frac{\omega_m}{T_m} \left[t - \frac{T_m}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T_m} t\right) \right], & 0 \leq t \leq T_m \\ \omega_m, & t \geq T_m \end{cases} \quad (20)$$

以下将通过数值仿真, 验证建立模型的准确

这表示中心刚体由静止开始做大范围姿态机动,取加速时间 $T_m = 20\text{s}$,终态角速度 $\omega_m = 4\text{rad/s}$. 中心刚体的转速如图 7 所示.

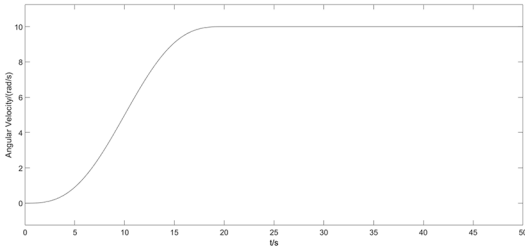


图 7 给定中心刚体转速

Fig. 7 The rotational speed of the central rigid body

梁末端的振动响应曲线如图 8 所示,在 20s 的姿态机动完成后,梁末端的响应回归至 0 左右,并在附近保持振荡,符合直观认知.此时终态角速度为 4rad/s (约为 0.5Hz),大于梁的一阶固有频率,按照传统零阶模型计算会出现负刚度,振动响应出现发散情况,而按照本模型计算的响应曲线并未出现发散,这验证了动力刚化现象.

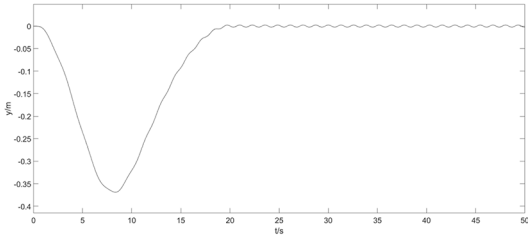


图 8 $\omega_m = 4\text{rad/s}$ 时梁末端振动响应

Fig. 8 The response of the beams transverse vibration when $\omega_m = 4\text{rad/s}$

同时为了方便分析刚柔耦合系统中挠性梁横向振动的固有频率,本节中引入无量纲角速度比率 γ ,定义如下:

$$\gamma = \dot{\theta}_c / \left(\frac{EI}{\rho A l^4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

表 2 不同 γ 下挠性梁(FDM)横向振动的一阶固有频率
Table 2 First-order frequencies of lateral vibrations of flexible beams (FDM) at different γ

γ	Frequency/Hz
0	0.4633
1	0.4701
2	0.5219
3	0.5982
4	0.6910

如果按照研究初期的零阶模型计算挠性梁横向振动的固有频率结果如表 3 所示.

表 3 不同 γ 下挠性梁(ZDM)横向振动的一阶固有频率
Table 3 First-order frequencies of lateral vibrations of flexible beams (ZDM) at different γ

γ	Frequency/Hz
0	0.4633
1	0.4441
2	0.3810
3	0.2416
4	0.2513 i

随着无量纲化角速度比率 γ 的增加,ZDM 的一阶固有频率迅速下降,高速旋转时,零次模型甚至出现了虚数,而固有频率是不可能为纯虚数的.本文建立的一次模型梁频率与梁旋转速度成正比,符合实际认知.

2.1.2 科氏力的影响

本节给出有无科氏力项对梁响应结果的影响.通过理论计算可知,由于科氏作用力的方向在垂直于挠性梁施加作用力的方向上分量为零,因此 y 方向变形量不会引起梁的横向振动,但是 x 方向变形量会引起梁的横向振动.此时仍然采用表 1 的刚柔耦合系统的结构参数和式(20)的中心刚体姿态机动的规律,就难以明显观察出这样的规律,因此调整结构参数使得梁横向刚度与轴向刚度接近.

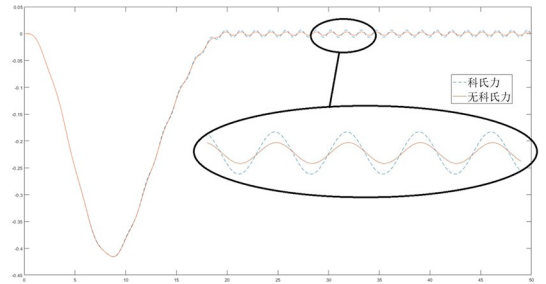


图 9 $\omega_m = 4\text{rad/s}$ 时梁横向振动的响应对比

Fig. 9 Comparison of the response of the beam's transverse vibration when $\omega_m = 4\text{rad/s}$

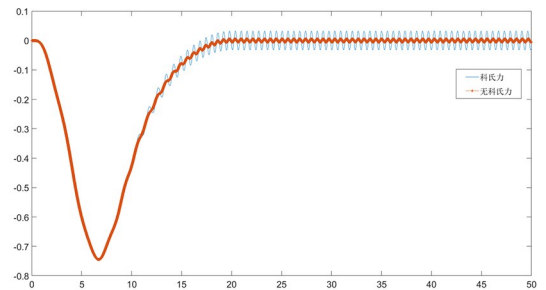


图 10 $\omega_m = 10\text{rad/s}$ 时梁横向振动的响应对比

Fig. 10 Comparison of the response of the beam's transverse vibration when $\omega_m = 10\text{rad/s}$

观察图 9 和图 10 的仿真结果,发现在 20s 之前,也就是中心刚体完成机动之前,是否考虑科氏力对结果的影响较小,当梁的振动进入稳态后,模型差异逐步增大,这一差异就是轴向振动对横向振动的影响,并且终态角速度越大,差值越显著。

正如科氏力项 $-2m_k \vec{\Theta}_c \times \vec{r}_{k,E}^*$ 所表示的,它体现了刚柔耦合系统中分系统之间运动的耦合关系。

2.2 中心刚体运动为未知时动力学响应研究

在一般的挠性航天器控制系统中,通常都是给定外部执行机构的作用,而中心刚体的姿态运动是未知的,整个刚柔耦合系统都是控制的对象.因此,本节中给出中心刚体—挠性梁系统的外加力矩作用规律,研究在已知外部驱动力矩的情况下刚柔耦合系统的动力学响应.根据文献[14]设作用在中心刚体的力矩为:

$$T_h(t) = \begin{cases} T_{hm} \sin\left(\frac{2\pi}{T_m}t\right), & 0 \leq t \leq T_m \\ 0, & t \geq T_m \end{cases} \quad (22)$$

其中 T_m 为力矩作用时间, T_{hm} 为最大力矩.取 $T_m = 2s, T_{hm} = 10N \cdot m$.

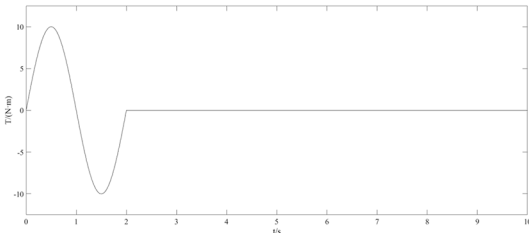


图 11 中心刚体外加力矩曲线

Fig. 11 The applied moment on the central rigid body

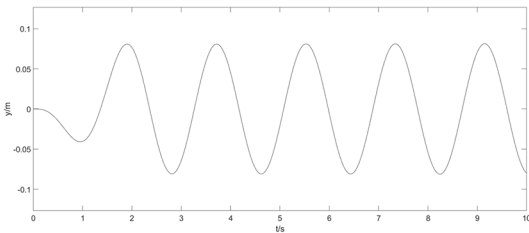


图 12 $T_{hm} = 10N \cdot m$ 时挠性梁的横向振动动力学响应
Fig. 12 Transverse vibration dynamic response of the flexible beam when $T_{hm} = 10N \cdot m$

外力矩相当于作用在系统上一个完整周期的正弦信号.相应的,在外力矩作用期间,梁末端横向振动的位移和速度都经历了大幅值的振动,梁末端横向振动响应如图 12 所示。

仿真结果可以看出,由于在建模过程中对材料和环境阻力的忽略,当外力矩归零后,中心刚体的姿

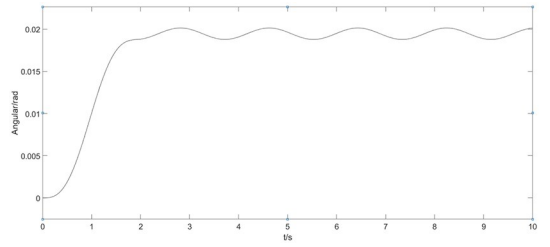


图 13 $T_{hm} = 10N \cdot m$ 时中心刚体的姿态角响应
Fig. 13 Attitude angular of the central rigid bod when $T_{hm} = 10N \cdot m$

态运动与挠性梁的振动相互耦合,相互激励,造成二者稳态的振荡运动。

2.3 中心刚体的质量特性对动力学响应的影响

值得注意的是之前的研究往往认为中心刚体的质量和惯量在整个刚柔耦合系统的占比极大,所以往往忽略挠性梁变形对刚体运动的影响,只考虑中心刚体的转动.但在全挠性航天器缺乏占质量和惯量强势成分的中心刚体,刚体的质量和惯量会带来更多影响,本节将通过仿真说明这一点.其余结构参数不变,调整中心刚体质量由 270kg 改为 2kg,惯量由 $300kg \cdot m^2$ 改为 $150kg \cdot m^2$.中心刚体姿态角的前后动力学响应如图 14、图 15 所示。

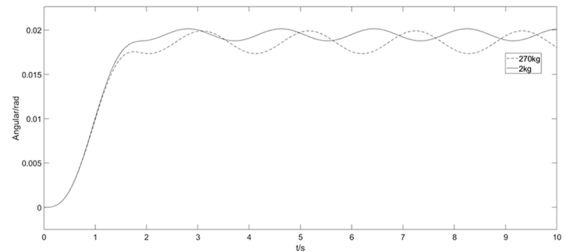


图 14 不同质量中心刚体姿态角响应

Fig. 14 Rigid body attitude angle response at different mass

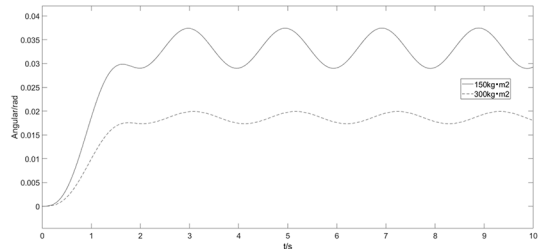


图 15 不同惯量中心刚体姿态角响应

Fig. 15 Rigid body attitude angle response at different inertia

观察发现,中心刚体质量和惯量与姿态角稳态下的振动频率呈负相关.中心刚体的质量和惯量对姿态角振动频率的影响可视作刚体对自由梁结构频率的修正,将刚体的质量和惯量附加在梁与刚体连接处的节点上,对修正后的梁结构有限元阵求特

征值即可得到整个刚柔耦合系统的频率. 通过仿真计算得到的姿态角振动频率与修正梁结构后求解得到的系统频率对比如表4所示. 值得注意的是, 由于不同方法计算得出的系统基频不一致, 在设计控制系统时, 系统带宽的选取将有不同的考虑. 在极端情况下, 控制频率如果恰好与系统基频一致, 存在引起共振的可能性, 因此, 精确描述此类刚柔耦合系统的频率极有必要.

表4 中心刚体质量、惯量对姿态角振动频率的影响
Table 4 The influence of the mass and inertia of the central rigid body on the attitude angular vibration frequency

m_0/kg	$I/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	Simulation Frequency/Hz	Theory Frequency/Hz
270	300	0.4808	0.4773
200	300	0.4811	0.4775
135	300	0.4816	0.4780
80	300	0.4824	0.4790
20	300	0.4897	0.4861
2	300	0.5523	0.5462
270	150	0.4998	0.5008
270	100	0.5215	0.5231
270	30	0.6483	0.6545

中心刚体的质量特性除了对振动频率有影响, 中心刚体质量与姿态角稳态下的振动幅值呈正相关, 中心刚体惯量与姿态角稳态下的振动幅值呈负相关, 惯量的影响尤其剧烈.

表5 中心刚体质量、惯量对姿态角振动幅值的影响
Table 5 The influence of the mass and inertia of the central rigid body on the attitude angular vibration amplitude

m_0/kg	$I/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	Amplitude/rad
270	300	0.00125
135	300	0.00124
80	300	0.00123
2	300	0.00065
270	150	0.00409
270	100	0.00763
270	30	0.02661

3 结论

本文研究并建立了一种大挠性结构的刚柔耦合动力学模型. 本方法将系统整体拆分成两个子系

统, 把基础理论力学内容应用在其中一个子系统对应的非惯性系中, 通过两个子系统间基础激励输入和力反作用输出的形式解释刚柔耦合系统中姿态与结构互相干扰耦合的现象, 最后在考虑动力刚化的前提下计算系统动力学特征和进行仿真验证. 在模型的建立和仿真分析中得到了如下研究成果:

(1)建立了基础激励下挠性梁的结构动力学模型和力反作用输出下的中心刚体受力模型, 使其能够准确表现挠性结构动力学与姿态动力学之间存在的强耦合.

(2)在非惯性系下研究结构动力学问题, 复现了动力刚化现象并通过仿真确定了不同归一化转速下的结构频率.

(3)确认了科氏力在刚柔耦合系统中的影响大小. 在系统横向与轴向刚度相差较小的情况下, 是否考虑科氏力会对结果产生较大影响, 需要将科氏力纳入模型计算; 在常规梁模型下或是轴向刚度远大于横向刚度时, 不计算科氏力不会对结果产生显著影响.

(4)在考虑刚体运动的情况下, 分析了中心刚体质量和惯量对完成机动后系统姿态角稳态振动频率的影响.

参考文献

- [1] 杜冬, 李威, 闫蕾, 等. 大挠性航天器刚柔耦合动力学建模方法理论研究 [C]//中国航天科技集团有限公司科学技术委员会航天器总体技术专业组学术研讨会. [S.l.: s.n.], 2023.
- [2] BERZERI M, SHABANA A. Development of simple models for the elastic forces in the absolute nodal co-ordinate formulation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 235(4): 539–565.
- [3] SHABANA A A, HUSSIEN H A, ESCALONA J L. Application of the absolute nodal coordinate formulation to large rotation and large deformation problems [J]. Journal of Mechanical Design, 1998, 120(2): 188–195.
- [4] SUGIYAMA H, GERSTMAYR J, SHABANA A A. Deformation modes in the finite element absolute nodal coordinate formulation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 298(4): 1129–1149.
- [5] Yoo H H, Shin S H. Vibration analysis of rotating cantilever beams [J]. Journal of Sound and Vibra-

- tion, 1998, 212(5): 807—828.
- [5] YOO H H, SHIN S H. Vibration analysis of rotating cantilever beams [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 212(5): 807—828.
- [6] YOO H, RYAN R, SCOTT R. Dynamics of flexible beams undergoing overall motions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 181(2): 261—278.
- [7] AL-QAISIA A A, AL-BEDDOOR B O. Evaluation of different methods for the consideration of the effect of rotation on the stiffening of rotating beams [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 280(3/4/5): 531—553.
- [8] 刘锦阳, 洪嘉振. 刚—柔耦合动力学系统的建模理论研究 [J]. *力学学报*, 2002, 34(3): 408—415.
LIU J Y, HONG J Z. Study on dynamic modeling theory of rigid-flexible coupling systems [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2002, 34(3): 408—415. (in Chinese)
- [9] CAI G P, LIM C W. Dynamics studies of a flexible hub-beam system with significant damping effect [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318(1/2): 1—17.
- [10] CAI G P, HONG J Z, YANG S X. Dynamic analysis of a flexible hub-beam system with tip mass [J]. *Mechanics Research Communications*, 2005, 32(2): 173—190.
- [11] 刘锦阳, 洪嘉振. 柔性体的刚—柔耦合动力学分析 [J]. *固体力学学报*, 2002, 23(2): 159—166.
LIU J Y, HONG J Z. Rigid-flexible coupling dynamic analysis of flexible body [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2002, 23(2): 159—166. (in Chinese)
- [12] 蔡国平, 洪嘉振. 中心刚体—柔性悬臂梁系统的动力特性研究 [J]. *航空学报*, 2004, 25(3): 248—253.
- CAI G P, HONG J Z. Dynamic analysis of a flexible hub-beam system [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2004, 25(3): 248—253. (in Chinese)
- [13] 杨辉, 洪嘉振, 余征跃. 刚—柔耦合多体系统动力学建模与数值仿真 [J]. *计算力学学报*, 2003, 20(4): 402—408.
- YANG H, HONG J Z, YU Z Y. Dynamics modeling and numerical simulation for a rigid-flexible coupling multibody system [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2003, 20(4): 402—408. (in Chinese)
- [14] 李崔春. 挠性航天器刚柔耦合动力学建模与姿态控制技术的研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2014.
LI C C. Research on rigid-flexible coupling dynamic modeling and attitude control technology for flexible spacecraft [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2014. (in Chinese)
- [15] 张恒浩, 刘涛, 刘焱, 等. 挠性航天器刚性—柔性耦合系统动力学建模研究 [J]. *导弹与航天运载技术*, 2020(5): 1—6.
ZHANG H H, LIU T, LIU Y, et al. Research of flexible spacecraft dynamic modeling with rigid and flexible coupling system [J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2020(5): 1—6. (in Chinese)
- [16] 孔嘉祥, 王博洋, 刘铸永, 等. 带 Stewart 平台的航天器刚柔耦合动力学建模与仿真分析 [J]. *动力学与控制学报*, 2022, 20(6): 76—84.
KONG J X, WANG B Y, LIU Z Y, et al. Rigid-flexible dynamic modeling and simulation of Stewart platform spacecraft [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2022, 20(6): 76—84. (in Chinese)