第 22 卷第 5 期
2024 年 5 月

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 22 No. 5
May 2024

文章编号:1672-6553-2024-22(5)-056-006

DOI:10.6052/1672-6553-2023-123

带柔性部件飞行器刚性耦合系数矩阵优化算法*

李枫[1†]　张凯[1]　孟爱华[2]　陈忠灿[1]　尹汉锋[3]

(1. 中国运载火箭技术研究院,北京　100076)(2. 北京计算机技术及应用研究所,北京　100854)

(3. 湖南大学 机械与运载工程学院,长沙　410082)

摘要　针对目前飞行器刚性耦合系数矩阵算法中按照单元节点规律排列的质量矩阵数据处理难度大,运算维度高的问题,本文提出一种非离散化方法的刚性耦合系数矩阵优化算法,利用在三维模型中可以直接获取的柔性部件质量特性,替代高维度的质量矩阵参与计算,避免了模型离散化误差,在简化刚性耦合系数计算流程的同时,具有提高计算结果准确度的效果,增强了工程设计中的便利性.

关键词　飞行器，　非离散化，　刚性耦合系数矩阵，　优化算法

中图分类号:V44　　**文献标志码:**A

Rigid Coupling Coefficient Matrix Optimizaition Algorithm for Aircraft with Flexible Components*

Li Feng[1†]　Zhang Kai[1]　Meng Aihua[2]　Chen Zhongcan[1]　Yin Hanfeng[3]

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing　100076, China)

(2. Beijing Research Institute of Computer Technology, Beijing　100854, China)

(3. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha　410082, China)

Abstract　The calculation of the rigid coupling coefficient matrix of the aircraft is complex and time-consuming as the finite element method requires operations of data in the high-dimensional mass matrix arranged with the element nodes. An optimization algorithm based on non-discrete method is proposed in this paper. The inertia characteristics of flexible components of the three-dimensional model could be directly obtained in this calculation, and replace the high-dimensional mass matrix. The error from model discretization could be also avoided. The calculation process is simplified and the accuracy of the calculation results is also improved, which brings convenience in engineering design for the aircraft.

Key words　aircraft,　non-discrete,　rigid-coupling-coefficient-matrix,　optimizaition algorithm

引言

由中心刚体和柔性部件组成的飞行器刚柔耦合系统,需要考虑中心刚体和柔性部件间的耦合运动[1-3],在动力学模型的建立过程中不能忽略结构刚柔特性的影响,模型中的耦合系数矩阵的准确性决定了飞行器控制系统的有效性[4,5]. 王巧等[6]采用混合坐标法的欧拉－拉格朗日动力学方程描述飞行器刚柔耦合动力学系统,飞行器本体采用姿态坐标系,采用固连于部件的模态坐标描述柔性部件

2023-08-21 收到第 1 稿,2023-12-02 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(52276169),National Natural Science Foundation of China(52276169).

† 通信作者 E-mail:15210164875@163.com

的弹性变形.钱航等[7]采用混合坐标法推导了柔性太阳帆的柔性振动方程,分析了帆板受光压力引起的帆板振动问题,进一步研究了振动方程中的耦合系数矩阵对姿态控制的影响.蒋建平等[8]针对航天器在高速旋转的情况,考虑了航天器的挠性部件变形位移场的耦合作用,根据拉格朗日方程推导了系统的刚柔耦合动力学一次近似模型,并采用 Wilson 方法进行了仿真.葛东明等[9]通过拉格朗日方程给出了基于刚柔耦合系数矩阵的面向控制的解析动力学表达式,用于设计双回路控制结构,实现航天器俯仰轴和偏航轴的控制,对执行机构的设计具有重要的工程价值.

有限元方法的引入,能够处理一些复杂结构与机构的动力学问题,极大地推动了飞行器刚柔耦合动力学与飞行器控制系统设计的结合,使控制系统设计更加贴近实际的工程问题.史纪鑫等[10]采用混合坐标法和子结构模态综合法,建立了可变构型复合柔性结构航天器低阶动力学模型,结合有限元法获取部件系统模态并计算了耦合系数矩阵,用于控制系统设计与仿真.杜超凡[11]基于浮动坐标系推导了中心刚体—柔性梁结构的动力学方程,结合有限元法获取了耦合系数矩阵,并对离散化方法的仿真结果进行计算效率和计算精度的分析.张志平[12]针对中心刚体加柔性部件的飞行器,基于拉格朗日原理推导了其动力学方程,通过有限元法对柔性部件进行了模态分析和耦合系数矩阵的计算.罗文[13]使用混合坐标方法建立了带太阳翼飞行器的欧拉—拉格朗日动力学方程,基于动力学方程,采用有限元方法分析了不同铰链刚度下的耦合系数矩阵.梁月华[14]结合有限元法和混合坐标法,建立了飞行器与大型柔性索网天线刚柔耦合动力学模型,结合天线的模态矩阵、质量矩阵及天线与飞行器本体的坐标转换关系,计算了飞行器的耦合系数矩阵.

基于有限元法计算飞行器刚性耦合系数矩阵,随着计算模型复杂程度的增大,有限元模型节点数量巨大,现有的刚性耦合系数矩阵算法需要质量矩阵参与运算,将极大消耗计算资源,计算效率低下[15].本文提出一种非离散化方法的刚性耦合系数矩阵算法,降低刚性耦合系数矩阵的计算维度,提高其计算的准确度,增强了工程设计中的便利性.

1　带柔性部件飞行器动力学模型

本文以卫星的太阳帆板为例构建带柔性部件飞行器动力学模型,如图 1 所示. B 为飞行器本体,A_i 为飞行器的第 i 个柔性部件.坐标系 $Ox_iy_iz_i$ 为惯性坐标系,记作$\{i\}$系,原点 O 为飞行器质心的标称位置,坐标轴是飞行器在轨飞行的标称姿态轴.坐标系 $O_{bi}x_iy_iz_i$ 是飞行器本体坐标系,记作$\{b\}$系,坐标原点 O_b 位于飞行器质心位置,坐标轴为飞行器在轨飞行的姿态轴.坐标系 $P_{ai}x_iy_iz_i$ 是柔性部件坐标系,记作$\{ai\}$系,原点 P_{ai} 点是柔性部件与飞行器本体的连接点.

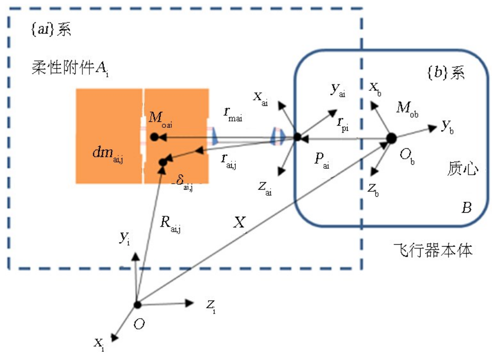


图 1　带柔性部件飞行器动力学模型示意图
Fig. 1　The diagram of dynamic model of aircraft with flexible components

用模态坐标描述柔性部件在$\{ai\}$系的弹性变形 η_{ai},可得到带柔性部件飞行器的动力学方程:

$$\left\{\begin{aligned}
&\boldsymbol{M}_s\ddot{X}+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{R}_{tai}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ai}+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{F}_{tai}\ddot{\eta}_{ai}=\bar{\boldsymbol{P}}_s\\
&\boldsymbol{I}_{ai}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ai}+\boldsymbol{R}_{tai}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{R}_{sai}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_s+\boldsymbol{F}_{ai}\ddot{\eta}_{ai}=\boldsymbol{M}_{ai},\\
&\qquad i=1,2,\cdots,N\\
&\boldsymbol{I}_s\dot{\boldsymbol{\omega}}_s+\tilde{\boldsymbol{\omega}}_s\boldsymbol{I}_s\boldsymbol{\omega}_s+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{R}_{sai}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ai}+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{F}_{sai}\ddot{\eta}_{ai}=\bar{\boldsymbol{M}}_s\\
&\ddot{\eta}_{ai}+2\xi_{ai}\boldsymbol{\Omega}_{ai}\dot{\eta}_{ai}+\boldsymbol{\Lambda}_{ai}\eta_{ai}+\boldsymbol{F}_{tai}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{F}_{sai}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_s+\\
&\quad\boldsymbol{F}_{ai}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ai}=\boldsymbol{P}_{mai},\qquad i=1,2,\cdots,N
\end{aligned}\right. \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{M}_s$ 为飞行器的总质量,$\bar{\boldsymbol{P}}_s$ 为作用在飞行器上的外力,$\bar{\boldsymbol{M}}_s$ 为作用在飞行器上的外力矩;$\boldsymbol{M}_{ai}$ 为作用在柔性部件 i 上的外力矩;$\boldsymbol{P}_{mai}$ 为作用在柔性部件 i 上的模态力;$\boldsymbol{\Omega}_{ai}$ 是柔性部件 i 的模态频率对角阵,且 $\boldsymbol{\Omega}_{ai}^2=\boldsymbol{\Lambda}_{ai}$;$\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{R}_{tai}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ai}$、$\boldsymbol{F}_{ai}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ai}$ 为柔性部件的转动相关量;$\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{F}_{tai}\ddot{\eta}_{ai\,s}$ 为柔性部件弹性变

形相关量；$\boldsymbol{R}_{tai}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{X}}$ 、$\boldsymbol{F}_{tai}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{X}}$ 为飞行器质心摄动运动相关量；$\boldsymbol{R}_{sai}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_s$ 、$\boldsymbol{F}_{sai}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_s$ 为飞行器姿态运动相关量；其中的 $\boldsymbol{R}_{tai}$ 为中心刚体平动与部件转动的刚性耦合系数矩阵；$\boldsymbol{R}_{sai}$ 为中心刚体转动与部件转动的刚性耦合系数矩阵. $\boldsymbol{R}_{tai}$ 、$\boldsymbol{R}_{sai}$ 的传统计算公式如下：

$$\boldsymbol{R}_{tai} \approx -\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\int_{A_i}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai}\,\mathrm{d}m = \boldsymbol{T}_{tai}\boldsymbol{m}_{rai}\boldsymbol{T}_{ai}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{sai} &\approx \boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\int_{A_i}\left[\boldsymbol{C}_b^{ai}\tilde{\boldsymbol{r}}_{pi}\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}+\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai}\right]\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{d}m \\ &= \boldsymbol{T}_{sai}\boldsymbol{m}_{rai}\boldsymbol{T}_{ai}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{3}$$

式中，$\boldsymbol{T}_{tai}$ ，$\boldsymbol{T}_{sai}$ ，$\boldsymbol{T}_{ai}$ 分别为相应的转换矩阵，$\boldsymbol{m}_{rai}$ 为部件 A_i 的刚体模态质量阵，其中 $\boldsymbol{m}_{rai}$ 表达式为：

$$\boldsymbol{m}_{rai} = \begin{bmatrix} \sum_j \boldsymbol{m}_{ai,j} & \sum_j \boldsymbol{m}_{ai,j}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j}^{\mathrm{T}} \\ \sum_j \boldsymbol{m}_{ai,j}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j} & \sum_j \boldsymbol{m}_{ai,j}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$

质量矩阵 $\boldsymbol{m}_{ai}$ 的维度是 $6n\times 6n$（n 为柔性部件有限元模型的单元节点数），而在获取刚体模态质量阵 $\boldsymbol{m}_{rai}$ 的过程中需要对质量矩阵 $\boldsymbol{m}_{ai}$ 的数据进行二次操作，当单元节点较多时，按照单元节点规律编程处理质量矩阵的运算维度十分庞大，需要消耗大量的计算资源，并容易引入人为的操作错误，对刚性耦合系数矩阵计算结果的准确性造成风险.

2 优化计算方法

通过引入虚拟单位加速度阵 $\boldsymbol{AE}$ ，将式(2)中 $\boldsymbol{R}_{tai}$ 的积分式 $\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\int_{A_i}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{d}m$ 转化为求和形式[16]，即：

$$\boldsymbol{R}_{tai}\cdot\boldsymbol{AE} \approx -\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\sum_{j=1}^{N}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j}\,\mathrm{d}f_{ai,j} \tag{4}$$

式中，$\mathrm{d}f_{ai,j}$ 为柔性部件 i 上任意一点 $\mathrm{d}m_{ai,j}$ 的惯性力，$\sum_{j=1}^{N}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j}\,\mathrm{d}f_{ai,j}$ 为柔性部件所有点的惯性力对 $\{ai\}$ 系原点即 P_{ai} 点的合力矩，根据合力矩定理，存在作用在柔性部件质心 $\boldsymbol{M}_{oai}$ 的合力 f_{mai} ，使得 $\sum_{j=1}^{N}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai,j}\,\mathrm{d}f_{ai,j} = f_{mai}\cdot\tilde{\boldsymbol{r}}_{mai}$ ，则 $\boldsymbol{R}_{tai}$ 可写作：

$$\boldsymbol{R}_{tai} \approx -\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{mai}\cdot\tilde{\boldsymbol{r}}_{mai} \tag{5}$$

式中，$\boldsymbol{M}_{mai}$ 为柔性附件总质量，$\tilde{\boldsymbol{r}}_{mai}$ 为柔性部件质心 $\boldsymbol{M}_{oai}$ 坐标向量在 $\{ai\}$ 系中的坐标方阵. 式(5)中的 $\boldsymbol{M}_{mai}$ 、$\tilde{\boldsymbol{r}}_{mai}$ 均可在三维模型软件中直接读取，计算 $\boldsymbol{R}_{tai}$ 过程中不需要将模型进行离散化处理，避免了质量矩阵参与计算，大大降低计算维度.

在 $\boldsymbol{R}_{tai}$ 的基础上，进而计算 $\boldsymbol{R}_{sai}$. 当 P_{ai} 点位置确定后，式(3)中的 $\boldsymbol{C}_b^{ai}\tilde{\boldsymbol{r}}_{pi}\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}$ 为一常数矩阵，其中 $\tilde{\boldsymbol{r}}_{pi}$ 为连接点 P_{ai} 点在坐标系 $\{b\}$ 下的坐标方阵. $\int_{A_i}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ai}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{d}m$ 表示柔性部件相对 P_{ai} 点的转动惯量，用 $\boldsymbol{I}_{mai}$ 表示，$\boldsymbol{I}_{mai}$ 可以在三维模型中直接读取，结合式(2)，$\boldsymbol{R}_{sai}$ 可写作：

$$\boldsymbol{R}_{sai} \approx \boldsymbol{C}_b^{ai}\tilde{\boldsymbol{r}}_{pi}\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{tai} + \boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}\boldsymbol{I}_{mai} \tag{6}$$

式(5)、式(6)分别为刚性耦合系数矩阵 $\boldsymbol{R}_{tai}$ 、$\boldsymbol{R}_{sai}$ 的优化计算方法，从表达式中可以看出，优化后的刚性耦合系数矩阵计算方法并不涉及质量矩阵的计算，计算维度由传统方法的 $6n\times 6n$ 降至 3×3，计算效率明显提升，同时避免了对三维模型离散化以及计算质量矩阵过程中操作误差，计算精度得到了提高.

3 计算实例

3.1 结构参数

图 2 是飞行器太阳帆板的展开状态，$\{ai\}$ 系在 A 轴初始状态下与 $\{b\}$ 系指向相同，在 A 轴的最右端 P 点与飞行器本体固连，可以看做是刚性连接，约束该位置的 6 个自由度. 帆板厚度为 0.02m，

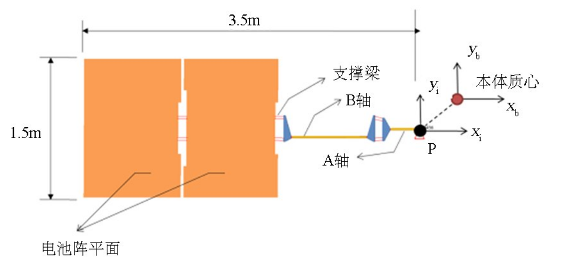


图 2 帆板结构示意图

Fig. 2 The diagram of sailboard structure

表 1 帆板材料力学性能参数

Table 1 The mechanical performance parameters of sailboard materials

参数	蜂窝芯材料参数	碳纤维材料参数
密度/kg·m^{-3}	44	1.3
泊松比	0.3	0.3
模量 E_{11}/MPa	0.0001	20000
模量 E_{22}/MPa	0.0001	7000
模量 G_{12}/MPa	10	4300
模量 G_{13}/MPa	90	4300
模量 G_{23}/MPa	63	4300

上下表面为 0.5mm 的碳纤维材料,中间层为蜂窝板,帆板材料属性见表 1. A 轴与 B 轴为铝合金圆柱形长筒,内径为 0.008m,外径为 0.01m,泊松比为 $\lambda=0.3$,杨氏模量 $E=7.1\times10^{10}$ Pa,材料密度为 $\mu=2.7\times10^{3}$ kg/m^{3},支撑梁均为刚性杆.

为了方便计算,在三维模型中将连接点 P 设为原点,读取飞行器本体质心坐标为(0.063,0.48,0.03)(单位:mm),太阳帆板的质量特性(参考系)见表 2.

表 2　帆板惯性特性参数

Table 2　The inertia characteristic parameters of sailboard

参数	数值
总质量/kg	15.0
质心 X,Y,Z/m	$-2.32, 3.72\times10^{-3}, -8.57\times10^{-3}$
主轴转动惯量 I_{xx}/kg·m^2	2.23
主轴转动惯量 I_{yy}/kg·m^2	97.79
主轴转动惯量 I_{zz}/kg·m^2	100.00

3.2　刚性耦合系数矩阵

由于 A 轴初始状态下 $\{ai\}$ 系与 $\{b\}$ 系指向相同,因此坐标变换方阵 $\boldsymbol{C}_b^{ai\mathrm{T}}$ 等于单位矩阵,从表 2 中可以确定太阳帆板的总质量 M_{mai} 和坐标方阵 $\tilde{\boldsymbol{r}}_{mai}$:

$$M_{mai}=15\mathrm{kg}$$

$$\tilde{\boldsymbol{r}}_{mai}=\begin{bmatrix}0 & 8.57e-3 & 3.72e-3\\ -8.57e-3 & 0 & 2.32\\ -3.72e-3 & -2.32 & 0\end{bmatrix}\ \mathrm{m}$$

根据式(5)计算系数矩阵:

$$\boldsymbol{R}_{tai}=\begin{bmatrix}0 & 0.13 & 0.06\\ -0.13 & 0 & 34.80\\ -0.06 & -34.80 & 0\end{bmatrix}\ \mathrm{kg\cdot m}$$

根据所求得的系数矩阵 $\boldsymbol{R}_{tai}$,进一步计算出系数矩阵 $\boldsymbol{R}_{sai}$. 飞行器本体质心坐标方阵 $\tilde{\boldsymbol{r}}_{pi}$ 为:

$$\tilde{\boldsymbol{r}}_{pi}=\begin{bmatrix}0 & -0.03 & 0.48\\ 0.03 & 0 & -0.063\\ -0.48 & 0.063 & 0\end{bmatrix}\ \mathrm{m}$$

从表 2 中可以确定太阳帆板在 $\{ai\}$ 系中的惯量矩阵 $\boldsymbol{I}_{mai}$:

$$\boldsymbol{I}_{mai}=\begin{bmatrix}2.33 & 0 & 0\\ 0 & 97.78 & 0\\ 0 & 0 & 100.00\end{bmatrix}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

根据式(6)计算系数矩阵 $\boldsymbol{R}_{sai}$:

$$\boldsymbol{R}_{sai}=\begin{bmatrix}2.23 & -0.0039 & 0.027\\ -0.0039 & 97.78 & -2.19\\ 0.027 & -2.19 & 100.00\end{bmatrix}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

3.3　对比分析

对比优化算法与传统算法在耦合系数计算结果中的差异,采用有限元法对 A 轴初始状态下的太阳帆板进行模态分析,采用 Quad4 单元对太阳翼结构进行网格划分,并赋予表 1 中的材料参数. 支撑梁采用刚性单元,A、B 轴采用 Bar2 单元,P 点添加固定边界条件. 模型包含 33500 的节点,共 32890 个单元,总质量 15.0kg. 太阳帆板有限元模型如图 3 所示.

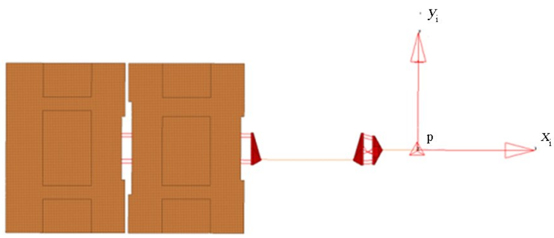
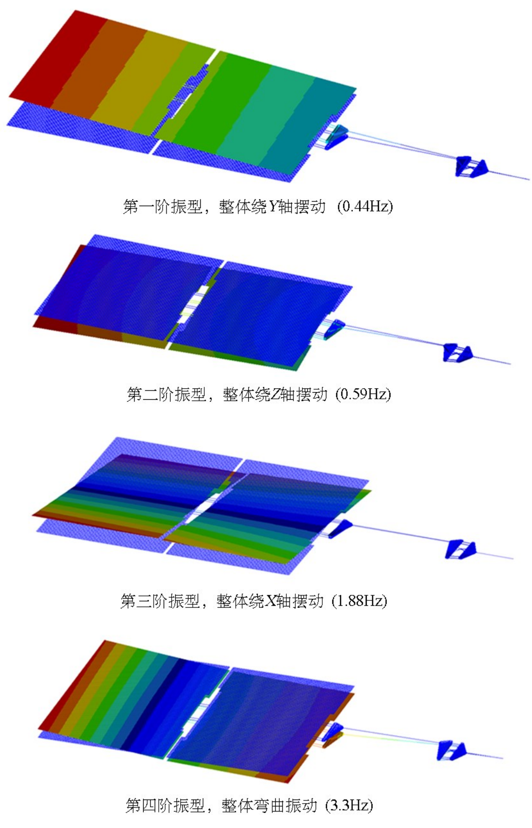
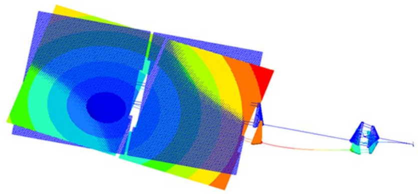


图 3　太阳帆板离散化网格模型

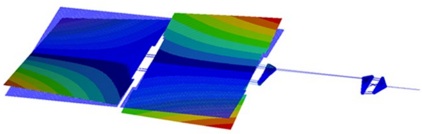
Fig. 3　The discretization grid model of sailboard

提取太阳帆板前 6 阶模态振型,如图 4 所示.





第五阶振型，整体面内弯曲振动 (6.53Hz)



第六阶振型，前、后帆板反向转运 (7.11Hz)

图 4 太阳帆板前六阶模态振型图

Fig. 4 The diagram of first six order modal shape for sailboard

经过有限元求解后提取模型的质量矩阵 $\boldsymbol{m}_{ai}$ ，经过数据整理后按照式(2)计算 A 轴初始状态系数矩阵 $\boldsymbol{R}_{tai}$ ：

$$\boldsymbol{R}_{tai}=\begin{bmatrix} 0 & 0.13 & 0.06 \\ -0.13 & 0 & 35.19 \\ -0.06 & -35.19 & 0 \end{bmatrix}\ \mathrm{kg\cdot m}$$

按照式(3)计算 A 轴初始状态系数矩阵 $\boldsymbol{R}_{sai}$ ：

$$\boldsymbol{R}_{sai}=\begin{bmatrix} 2.25 & -0.43 & 0.72 \\ -0.26 & 95.56 & 0 \\ 0.330 & -0.063 & 97.83 \end{bmatrix}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

优化算法与传统算法的计算结果对比见表 3. 从表中可以看出，采用两种方法分别计算的结果接近，最大差异值出现在 $\boldsymbol{R}_{sai}(2,2)$ 项，差值为 2.22，与传统算法计算结果相差 2.32%. 最小差异值出现在 $\boldsymbol{R}_{sai}(1,1)$ 项，差值为 0.02，与传统算法计算结果相差 0.89%.

表 3 算例中耦合系数矩阵的差异

Table 3 The difference of coupling coefficient matrix in the example

主要差异项	优化算法数值	传统算法数值	差异值
$\boldsymbol{R}_{tai}(2,3)/\mathrm{kg\cdot m}$	34.80	35.19	0.39
$\boldsymbol{R}_{tai}(1,1)/\mathrm{kg\cdot m^2}$	2.23	2.25	0.02
$\boldsymbol{R}_{tai}(2,2)/\mathrm{kg\cdot m^2}$	97.78	95.56	2.22
$\boldsymbol{R}_{tai}(3,3)/\mathrm{kg\cdot m^2}$	100.00	97.83	2.17

表 4 耦合系数矩阵计算中的差异

Table 4 The differences of coupling coefficient matrix in the calculation

主要差异	优化算法数值	传统算法数值
是否离散化	否	是
矩阵运算维度	3×3	201000×201000
求解时间	<1s	约 25min

本文所采用的计算机配置为 Intel(R) Core(TM) i7-10700 CPU@2.9Ghz 2.9Ghz，内存 16GB，16 位操作系统. 从表 4 中可以看出，优化算法较传统算法优势明显：避免了对结构模型进行离散化处理，其矩阵运算维度较传统算法明显降低，求解时间缩短至 1s 以内.

通过以上分析，两种计算方法得到了一致的系数矩阵计算结果，证明了本文提出的优化算法的正确性. 优化算法避免了结构模型网格划分过程中的离散化误差问题，计算结果更精确，并且在求解耦合系数矩阵的过程中未引用质量矩阵，求解效率较传统算法具有明显优势.

4 结论

本文提出一种非离散化方法的刚性耦合系数矩阵计算方法，推导出了刚性耦合系数 $\boldsymbol{R}_{tai}$、$\boldsymbol{R}_{sai}$ 的一般表达式，采用三维模型中可以直接获取的质量特性参数代替质量矩阵，解决了传统的基于有限元方法中对高维质量矩阵进行数据操作复杂、易出错的问题. 以飞行器太阳帆板为算例，与传统计算方法进行对比分析，结果表明本文提出的优化方法在保证刚性耦合系数矩阵精度的同时，极大提高求解效率，可以在刚性耦合系数矩阵的工程计算中推广应用.

参考文献

[1] 曲广吉，程道生. 复合柔性结构航天器动力学建模研究[J]. 中国工程科学，1999，1(2)：52－56.
QU G J，CHENG D S. Dynamics modeling of spacecraft with composite flexible structures [J]. Engineering Science，1999，1(2)：52－56. (in Chinese)

[2] 魏乙，邓子辰，李庆军，等. 空间太阳能电站的轨道、姿态和结构振动的耦合动力学建模及辛求解[J]. 动力学与控制学报，2016，14(6)：513－519.
WEI Y，DENG Z C，LI Q J，et al. Coupling dynamic modeling among orbital motion，attitude motion and structural vibration and symplectic solution of SPS [J]. Journal of Dynamics and Control，2016，14(6)：513－519. (in Chinese)

[3] 张炜华，刘锦阳. 考虑刚－柔－热耦合的板结构多体系统的动力学建模[J]. 动力学与控制学报，

2016，14(5)：438－447.
ZHANG W H，LIU J Y. Rigid-flexible-thermal coupling dynamic formulation for hub-plate multi-body system [J]. Journal of Dynamics and Control，2016，14(5)：438－447.(in Chinese)

[4] 王博洋，刘铸永，郑鹏飞. 哑铃型航天器刚－柔耦合动力学建模与仿真分析[J]. 动力学与控制学报，2021，19(6)：25－32.
WANG B Y，LIU Z Y，ZHENG P F. Rigid-flexible dynamic modeling and simulation of dumbbell spacecraft [J]. Journal of Dynamics and Control，2021，19(6)：25－32.(in Chinese)

[5] 赵春明，焦胜海，王晓飞，等. 柔性充气空间飞行器姿态控制系统设计[J]. 兵工学报，2022，43(6)：1346－1354.
ZHAO C M，JIAO S H，WANG X F，et al. Design of attitude control system for flexible inflatable spacecraft [J]. Acta Armamentarii，2022，43(6)：1346－1354.(in Chinese)

[6] 王巧，洪嘉振，尤超蓝. 簇状飞行器姿态控制方程的通用建模方法[J]. 宇航学报，2004，25(4)：389－393.
WANG Q，HONG J Z，YOU C L. A universal modeling method of attitude control equation for clustered satellites [J]. Journal of Astronautics，2004，25(4)：389－393.

[7] 钱航. 太阳帆航天器轨道和姿态耦合设计与优化[D]. 北京：中国科学院空间科学与应用研究中心，2015.
QIAN H. Design and optimization of solar sail spacecraft coupled orbit-attitude [D]. BeiJing：University of Chinese Academy of Sciences，2015.(in Chinese)

[8] 蒋建平，李东旭. 航天器挠性附件刚柔耦合动力学建模与仿真[J]. 宇航学报，2005，26(3)：270－274.
JIANG J P，LI D X. Modeling and simulation for the rigid-flexible coupling dynamics of the spacecraft with flexible appendages [J]. Journal of Astronautics，2005，26(3)：270－274.(in Chinese)

[9] 葛东明，史纪鑫，邹元杰，等. 深空探测柔性太阳帆航天器动力学建模与姿态控制[J]. 控制理论与应用，2019，36(12)：2019－2027.
GE D M，SHI J X，ZOU Y J，et al. Dynamic modeling and attitude control of flexible solar sail spacecraft for deep space exploration [J]. Control Theory & Applications，2019，36(12)：2019－2027.(in Chinese)

[10] 史纪鑫，曲广吉. 可变构型复合柔性结构航天器动力学建模研究[J]. 宇航学报，2007，28(1)：130－135.
SHI J X，QU G J. Mathematical modeling of a class of variable structure spacecraft with flexible multi-body appendages [J]. Journal of Astronautics，2007，28(1)：130－135.(in Chinese)

[11] 杜超凡. 基于无网格法的刚—柔耦合系统的动力学建模与仿真[D]. 南京：南京理工大学，2017.
DU C F. A study on the dynamic modeling and simulation for the rigid-flexible coupled system based on meshless methods [D]. Nanjing：Nanjing University of Science and Technology，2017.(in Chinese)

[12] 张志平. 某挠性卫星姿态动力学建模与控制[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2015.
ZHANG Z P. Dynamic modeling and attitude control for the flexible satellite [D]. Harbin：Harbin Institute of Technology，2015.(in Chinese)

[13] 罗文. 太阳翼卫星的刚柔耦合动力学建模[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2015.
LUO W. Rigid flexible coupling dynamic modeling of satellite with solar wings [D]. Harbin：Harbin Institute of Technology，2015.(in Chinese)

[14] 梁月华. 飞行器姿轨控制对大型柔性索网天线在轨指向影响分析[J]. 空间电子技术，2018，4：89－94.
LIANG Y H. Influence analysis of satellite orbit control on beam pointing accuracy of large mesh antenna [J]. Space Electronic Technology，2018，4：89－94.

[15] 李莉，刘铸永，洪嘉振. 中心刚体－柔性梁刚柔耦合动力学模型降阶研究[J]. 动力学与控制学报，2015，13(1)：6－10.
LI L，LIU Z Y，HONG J Z. Model redution of rigid-flexible coupling dynamics of hub-beam system [J]. Journal of Dynamics and Control，2015，13(1)：6－10.(in Chinese)

[16] 李枫，刘良宝. 一种计算卫星刚性耦合系数的优化方法和计算机设备：202010983472.9[P]. 2022-04-19.