

功能梯度三相复合材料圆柱壳固有振动特性分析*

段金秋¹ 刘涛¹ 郑岩^{2†}

(1. 北京工业大学 材料与制造学部, 北京 100124)

(2. 北京印刷学院 基础教育学院, 北京 102600)

摘要 本文以一种石墨烯与碳纤维协同增强三相复合材料圆柱壳为研究对象,研究了在任意边界条件下该新型功能梯度三相复合材料圆柱壳的自由振动特性. 首先,基于一阶剪切变形理论、Von-Karman 几何非线性关系和 Hamilton 原理,推导了三相复合材料圆柱壳结构运动控制方程. 然后,应用 Galerkin 法离散求解三相复合材料圆柱壳的固有频率和模态振型. 最后通过将本文方法与 Abaqus 仿真结果进行对比,验证了本文方法的准确性. 此外,本文进一步分析了石墨烯质量分数、功能梯度形式和边界条件等不同因素对新型三相复合材料圆柱壳固有振动特性的影响.

关键词 圆柱壳, 三相复合材料, 石墨烯, 固有振动特性

中图分类号:O321

文献标志码:A

Free Vibration Characteristics of Functionally Graded Three-Phase Composite Cylindrical Shells*

Duan Jinqiu¹ Liu Tao¹ Zheng Yan^{2†}

(1. Faculty of Materials and Manufacturing, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

(2. College of Basic Education, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing 102600, China)

Abstract The free vibration characteristics of a cylindrical shell of a functionally graded three-phase composite are investigated under arbitrary boundary conditions. The novel three-phase composite is composed of graphene platelets (GPLs) in the form of functional gradient, carbon fibers with different layup angles and epoxy resin matrix. Firstly, the governing equations of motion for the cylindrical shell structure of the three-phase composite are derived based on the first-order shear deformation theory (FSDT), the Von-Karman geometric nonlinear relationship and Hamilton's principle. Then, the natural frequencies and mode shapes of the three-phase composite cylindrical shell were discretely solved by applying the Galerkin method. Finally, the accuracy of this paper's method is verified by comparing it with Abaqus simulation results. In addition, the effects of GPLs mass fraction, functional gradient form and boundary conditions on the intrinsic vibration characteristics of three-phase composite cylindrical shells are analyzed.

Key words cylindrical shell, three phase composite, graphene platelets, free vibration characteristics

2023-09-08 收到第 1 稿,2023-10-02 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(12202018),中国博士后科学基金资助项目(2021TQ0021, 2022M710280),北京市与朝阳区博士后科研活动经费资助,北京印刷学院资助项目(20190123083, 27170123038), National Natural Science Foundation of China (12202018), China Postdoctoral Science Foundation (2021TQ0021, 2022M710280), the Funding Project for Postdoctoral Research from Beijing City and Chaoyang District, the Funding Project for Postdoctoral Research from Beijing City and Chaoyang District, Funding Projects of the Beijing Institute of Graphic Communication (20190123083, 27170123038).

† 通信作者 E-mail:yan_zh12@163.com

引言

为了减少碳排放、降低燃油成本,航空领域对飞机结构轻量化提出更高的要求.由于复合材料具有高比刚度、高比强度和良好的设计能力等特点,大量使用复合材料可有效减轻飞机结构重量、降低能耗并改善振动特性.复合材料圆柱壳结构是飞机制造的常用结构件,其振动问题受到广泛关注.

传统复合材料主要有复合层合材料和功能梯度复合材料等类型.层合复合材料大多由不同铺设角度的纤维作为增强材料,以层合形式分布在基体中.为了提高复合材料的综合力学特性,功能梯度的概念被提出.功能梯度复合材料的增强体在基体中的分布近似连续变化^[1,2],这一特性使得功能梯度复合材料大大减少了应力集中现象.此外,通过改变增强体的功能梯度形式,可以使复合材料具有不同的性能.

近年来,学者们对层合功能梯度复合材料结构做了较多报道.杨佳慧等^[3]研究了悬臂边界条件下复合材料层合板的非线性动力学特性.郭翔鹰等^[4]研究了一边固支三边自由边界条件下正交铺设的纤维层合复合材料壳结构的非线性动力学特性.Zhong等^[5]研究了层合复合材料截面薄壁圆柱壳的振动特性.Wang等^[6]基于一阶剪切变形壳理论,采用混响射线矩阵法研究了任意边界条件下层合复合材料圆柱壳结构的自由振动特性.Qin等^[7]采用一阶剪切变形理论和切比雪夫多项式逼近许用函数的方法,求解了碳纳米管功能梯度复合材料圆柱壳在任意边界条件下的自由振动问题.Thang等^[8]对一种同时考虑了中性面影响和空隙率的功能梯度薄壁圆柱壳进行了自由振动分析.

本文的研究对象是一种特殊的功能梯度三相复合材料,该材料由一种基体材料和两种增强体材料共三种不同类型的物质复合而成.三种材料协同作用,取长补短,使三相复合材料比传统两相复合材料具有更丰富的力学性能且综合性能更加优异,该材料在航空航天部件中具有广阔的应用前景.

学者们对三相复合材料结构振动方面报道较少,且大多集中在梁和板方面.Ebrahimi等^[9]采用Halpin-Tsai模型和细观力学方法计算了聚合物、碳纤维和碳纳米管三相复合材料的有效材料性能,对三相复合材料板振动特性进行了分析.Ghorbanpour

Arani等^[10]利用Halpin-Tsai模型计算了由环氧树脂基体、碳纳米管和碳纤维组成的三相复合材料有效性能,研究了三相复合材料夹层梁在外磁场作用下的振动行为.姜盼等^[11]基于一阶剪切变形理论,研究了简支边界条件下,石墨烯和压电纤维构成的三相复合材料板的非线性动力学特性.郭翔鹰等^[12]基于一阶剪切板理论,研究了压电纤维复合材料(MFC)悬臂板的非线性动力学特性.Al-Furjan等^[13]基于三阶剪切变形理论和Von-Karman非线性关系,以碳纳米管和碳纤维作为增强体构成三相复合材料,研究了湿热环境下三相复合材料环形圆盘的非线性振动特性.然而,关于石墨烯碳纤维协同增强三相复合圆柱壳自由振动特性的研究报道很少.

基于以上概况,本文以石墨烯纳米材料与碳纤维协同增强的功能梯度三相复合材料圆柱壳为研究对象,分析了功能梯度三相复合圆柱壳的自由振动特性,并研究了石墨烯纳米片的质量分数、石墨烯功能梯度分布形式等因素对三相复合材料圆柱壳固有频率和模态振型的影响.研究结果可为工程中的功能梯度三相复合圆柱壳结构设计 with 优化提供理论指导.

1 几何模型和动力学建模

1.1 三相复合材料参数

本文中的三相复合材料由环氧树脂基体、石墨烯纳米增强体和碳纤维宏观增强体构成,基体和增强体材料属性见文献[14].石墨烯纳米片以功能

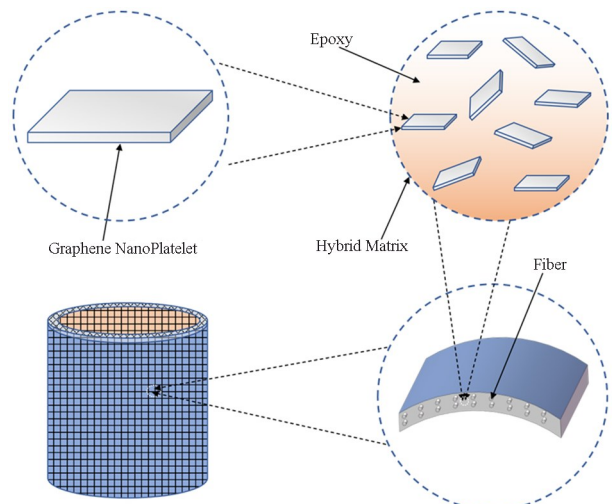


图1 三相复合材料圆柱壳示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a three-phase composite cylindrical shell

梯度形式分布在环氧树脂基体中形成杂化基体,碳纤维以层合的形式分布在石墨烯增强环氧树脂杂化基体中.三相复合材料圆柱壳示意图如图1所示.通过 Halpin-Tsai 方法^[14]计算杂化基体力学特性,通过 Mori-Tanaka 方法^[15]求碳纤维增强杂化基体构成的三相复合材料的力学特性.

1.2 圆柱壳几何模型

本文所研究的功能梯度三相复合材料圆柱壳的几何模型如图2所示.其中,圆柱壳的轴长、半径和厚度分别为: $L=2\text{m}$ 、 $R=1\text{m}$ 、 $h=0.05\text{m}$.柱坐标系建立在圆柱壳的中面.其中圆柱壳的轴向、周向和径向的坐标分别用 x 、 θ 、 z 表示. u 、 v 和 w 分别表示圆柱壳沿轴向、周向和径向的变形.在弹性约束下的圆柱壳,由 k_u 、 k_v 和 k_w 三个线弹簧分别限制圆柱壳沿 x 轴、 θ 轴和 z 轴方向的位移,由 k_{φ_x} 和 k_{φ_θ} 两个扭转弹簧分别限制圆柱壳沿 θ 轴和 x 轴方向的扭转.

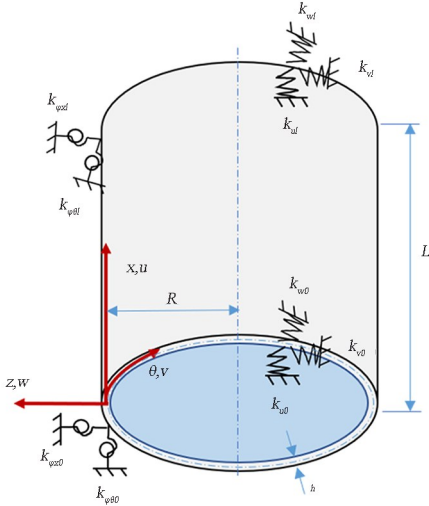


图2 圆柱壳的几何模型

Fig. 2 Geometric model of cylindrical shell

1.3 动力学建模

根据一剪切变形理论,计算圆柱壳上任意一点的位移场:

$$u(x, \theta, z) = u_0(x, \theta) + z\varphi_x(x, \theta) \quad (1a)$$

$$v(x, \theta, z) = v_0(x, \theta) + z\varphi_\theta(x, \theta) \quad (1b)$$

$$w(x, \theta, z) = w_0(x, \theta) \quad (1c)$$

圆柱壳中面上沿轴 x 、 θ 和轴 z 的位移分别用 u_0 、 v_0 、 w_0 表示. φ_x 和 φ_θ 分别表示绕轴和轴的转角.

随后通过 von-Karman 几何非线性关系得到应变分量,如下所示:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{\theta\theta}^1 \\ \gamma_{x\theta}^1 \\ \gamma_{xz}^1 \\ \gamma_{\theta z}^1 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{R\partial\theta} + \frac{w_0}{R} \\ \frac{\partial u_0}{R\partial\theta} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \varphi_\theta + \frac{\partial w_0}{R\partial\theta} - \frac{v_0}{R} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{\theta\theta}^1 \\ \gamma_{x\theta}^1 \\ \gamma_{xz}^1 \\ \gamma_{\theta z}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_\theta}{R\partial\theta} \\ \frac{\partial \varphi_x}{R\partial\theta} + \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

上式中, ϵ_{xx} 和 $\epsilon_{\theta\theta}$ 表示主应变, $\gamma_{x\theta}$ 、 γ_{xz} 和 $\gamma_{\theta z}$ 表示切应变. 本构关系为:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{x\theta} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \\ & & Q_{66} \\ & & & Q_{44} \\ & & & & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

虚动能 δT 、虚势能 δU 和虚功 δW 分别表示为:

$$\delta T = \int_V \rho (\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{v}\delta\dot{v} + \dot{w}\delta\dot{w}) dV \quad (5)$$

$$\delta U = \int_V (\sigma_{xx}\delta\epsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta}\delta\epsilon_{\theta\theta} + \sigma_{x\theta}\delta\epsilon_{x\theta} + \sigma_{xz}\delta\epsilon_{xz} + \sigma_{\theta z}\delta\epsilon_{\theta z}) dV \quad (6)$$

$$\delta W = 0 \quad (7)$$

将式(5)~式(7)代入式(4)得到运动控制微分方程,如下所示:

$$\delta u_0: N_{xx,x} + \frac{N_{x\theta,\theta}}{R} = I_0 \ddot{u}_0 + I_1 \ddot{\varphi}_x \quad (8a)$$

$$\delta v_0: N_{x\theta,x} + \frac{N_{\theta\theta,\theta}}{R} + \frac{Q_\theta}{R} = I_0 \ddot{v}_0 + I_1 \ddot{\varphi}_\theta \quad (8b)$$

$$\delta w_0: -\frac{N_{\theta\theta}}{R} + Q_{x,x} + \frac{Q_{\theta,\theta}}{R} = I_0 \ddot{w}_0 \quad (8c)$$

$$\delta \varphi_x: M_{xx,x} + \frac{M_{x\theta,\theta}}{R} - Q_x = I_1 \ddot{u}_0 + I_2 \ddot{\varphi}_x \quad (8d)$$

$$\delta\varphi_\theta : M_{x\theta,x} + \frac{M_{\theta\theta,\theta}}{R} - Q_\theta = I_1 \ddot{\nu}_0 + I_2 \ddot{\varphi}_\theta \quad (8e)$$

膜应力表示为 N_{xx} 、 $N_{\theta\theta}$ 、 Q_θ 和 Q_x , 膜矩表示为 M_{xx} 和 $M_{\theta\theta}$, I_i ($i=0,1,2$) 表示质量惯性矩.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{\theta\theta} \\ N_{x\theta} \\ Q_x \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & & & \\ & A_{12} & A_{22} & & \\ & & & A_{66} & \\ & & & & A_{44} \\ & & & & & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{\theta z}^0 \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \\ & & B_{66} \\ & & & B_{44} \\ & & & & B_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{\theta\theta}^1 \\ \gamma_{x\theta}^1 \\ \gamma_{xz}^1 \\ \gamma_{\theta z}^1 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{\theta\theta} \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \\ & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \\ & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{\theta\theta}^1 \\ \gamma_{x\theta}^1 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$I_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^i \rho_{eff} dz \quad (I=0,1,2) \quad (11)$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (12)$$

三相复合材料圆柱壳的位移函数假设为以傅里叶余弦级数和增补函数叠加的形式,如下所示:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= U(x, \theta) e^{i\omega t} \\ &= \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N U_{mn} \cos \lambda_m x \cos(n\theta) + \sum_{l=1}^2 \sum_{n=0}^N a_{ln} \zeta_l(x) \cos(n\theta) \right] e^{i\omega t} \quad (13a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu(x, \theta, t) &= V(x, \theta) e^{i\omega t} \\ &= \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N V_{mn} \cos \lambda_m x \sin(n\theta) + \sum_{l=1}^2 \sum_{n=0}^N b_{ln} \zeta_l(x) \sin(n\theta) \right] e^{i\omega t} \quad (13b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w(x, \theta, t) &= W(x, \theta) e^{i\omega t} \\ &= \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} \cos \lambda_m x \cos(n\theta) + \sum_{l=1}^2 \sum_{n=0}^N c_{ln} \zeta_l(x) \cos(n\theta) \right] e^{i\omega t} \quad (13c) \end{aligned}$$

$$\varphi_x(x, \theta, t) = \varphi_x(x, \theta) e^{i\omega t}$$

$$\begin{aligned} &= \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \psi_{xmn} \cos \lambda_m x \cos(n\theta) + \sum_{l=1}^2 \sum_{n=0}^N d_{ln} \zeta_l(x) \cos(n\theta) \right] e^{i\omega t} \quad (13d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_\theta(x, \theta, t) &= \varphi_\theta(x, \theta) e^{i\omega t} \\ &= \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \psi_{\theta mn} \cos \lambda_m x \sin(n\theta) + \sum_{l=1}^2 \sum_{n=0}^N e_{ln} \zeta_l(x) \sin(n\theta) \right] e^{i\omega t} \quad (13e) \end{aligned}$$

其中, m 和 n 分别表示模态振型对应的轴向波数和周向波数, ω 表示三相复合材料圆柱壳的固有角频率. $\zeta_l(x)$ ($l=1,2$) 为增补函数,有:

$$\lambda_m = m\pi/L \quad (14)$$

$$\zeta_1(x) = x \left(\frac{x}{L} - 1 \right)^2, \zeta_2(x) = \frac{x^2}{L} \left(\frac{x}{L} - 1 \right) \quad (15)$$

弹性约束中三相复合材料圆柱壳的边界条件的数学表达式如下所示:

当 $x=0$ 时:

$$\begin{aligned} k_{u_0} u_0 &= N_{xx}, k_{v_0} v_0 = N_{x\theta}, k_{w_0} w_0 = Q_x \\ k_{\varphi_{x_0}} \varphi_x &= -M_{xx}, k_{\varphi_{\theta_0}} \varphi_\theta = -M_{x\theta} \quad (16) \end{aligned}$$

当 $x=L$ 时:

$$\begin{aligned} k_{u_l} u_0 &= -N_{xx}, k_{v_l} v_0 = -N_{x\theta}, k_{w_l} w_0 = -Q_x \\ k_{\varphi_{x_l}} \varphi_x &= M_{xx}, k_{\varphi_{\theta_l}} \varphi_\theta = M_{x\theta} \quad (17) \end{aligned}$$

通过调节弹簧刚度的值,可以变换任意边界条件.对于固支边界条件,可以通过调节所有边界弹簧的刚度值为无穷大得到.相反,对于自由边界条件,可以通过调节所有边界弹簧的刚度值为零得到.对于简支边界条件,可以通过调节弹簧 k_{φ_x} 的刚度值为零,而其余弹簧刚度值调节为无穷大得到.

将假设的位移函数代入弹性边界条件的数学表达式中,得到增补函数系数与广义坐标之间的关系.再将位移函数代入运动控制偏微分方程,通过 Galerkin 法离散得到常微分方程^[16],求解特征方程得到圆柱壳自由振动的固有频率和模态振型.

2 计算结果验证

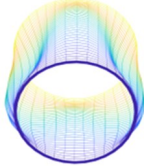
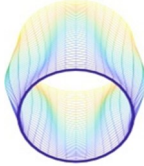
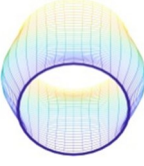
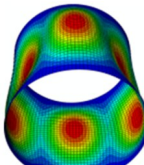
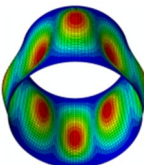
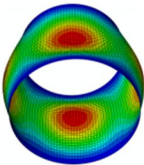
我们需要验证计算方法的可靠性.被选取用于验证计算的三相复合材料圆柱壳,边界条件为两端固支.石墨烯纳米片(GPLs)的质量分数为1%.石墨烯纳米片以X型的功能梯度形式分布在环氧树脂基体中形成杂化基体(HM).碳纤维以层合的形

式铺设分布在石墨烯增强环氧树脂杂化基体中. 碳纤维的体积分数为 10%, 碳纤维铺层角度为 $[0_4^{\circ}/90_4^{\circ}/0^{\circ}/90_4^{\circ}]$. 本文计算了该圆柱壳的固有频率, 并与有限元结果做比较, 如表 1 所示.

由表 1 可以看出, 基于本文方法求得的三相复合材料圆柱壳固有振动频率的理论结果与有限元结果的误差不超过 0.36%, 且模态振型与有限元结果完全一致. 因此可以认为本文方法具有良好的准确性和较高的可靠性.

表 1 三相复合材料圆柱壳固有频率(Hz)和模态振型与有限元的对比

Table 1 Comparison of the natural frequencies (Hz) and mode shapes of three-phase composite cylindrical shells with finite elements

C-C	Mode No. 1	Mode No. 2	Mode No. 3
Present			
Abaqus			
Present	212.30	239.63	253.98
Abaqus	211.71	238.76	253.71
Error	0.28%	0.36%	0.11%

3 结果分析

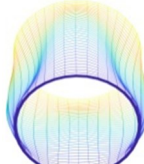
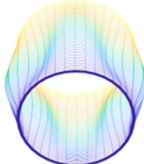
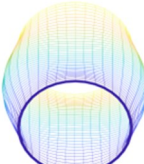
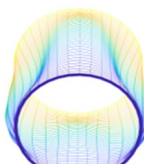
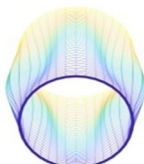
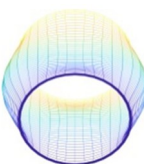
3.1 三相复合材料与纳米复合材料圆柱壳固有振动比较

复合材料圆柱壳的轴长、半径和厚度分别为: $L=2\text{m}$, $R=1\text{m}$, $h=0.05\text{m}$. 边界条件选为两端固支. 选取两种复合材料的圆柱壳做固有频率和模态振型比较. 第一种是石墨烯增强环氧树脂构成的功能梯度复合材料, 其中石墨烯质量分数为 1%, 以 X 型功能梯度分布在环氧树脂基体中. 第二种是在第一种功能梯度纳米增强复合材料的基础上, 通过碳纤维增强, 构成的三相复合材料, 其中碳纤维的体积分数为 10%. 这两种复合材料圆柱壳结构在固有频率、振型方面的对比结果如表 2 所示. 可以看出, 三相复合材料圆柱壳与功能梯度纳米增强体复合材料圆柱壳相比, 模态振型虽然并无变化, 但

固有频率有了较大的提高. 其中前三阶的圆柱壳固有频率分别增加了 13.25%、16.98% 和 10.81%.

表 2 功能梯度纳米复合材料圆柱壳与功能梯度三相复合材料圆柱壳的固有频率(Hz)及模态振型比较

Table 2 Comparison of natural frequencies (Hz) and mode shapes of functional gradient nanocomposite cylindrical shells with functional gradient three-phase composite cylindrical shells

C-C	Mode No. 1	Mode No. 2	Mode No. 3
Nano			
Three-phase			
Nano	187.46	204.85	229.20
Three-phase	212.30	239.63	253.98
Increment	13.25%	16.98%	10.81%

3.2 石墨烯含量对三相复合材料圆柱壳固有频率影响

选取三相复合材料圆柱壳的边界条件为两端固支, 三相复合材料中采用碳纤维增强环氧树脂作为混杂基体, 其中碳纤维含量为 10%, 碳纤维铺层角度为 $[0_4^{\circ}/90_4^{\circ}/0_4^{\circ}/90_4^{\circ}]$. 石墨烯增强材料均匀分布在杂化基体中, 计算不同石墨烯质量分数 (WGpl) 下三相复合材料圆柱壳的固有频率, 如图 3 所示.

随着石墨烯质量分数的增加, 三相复合材料圆柱壳前 6 阶的固有频率都显著增加. 石墨烯含量从

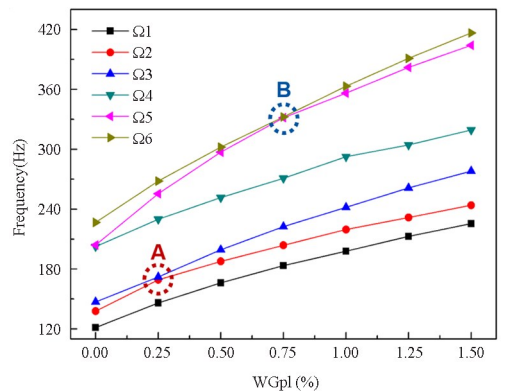


图 3 石墨烯 (GPLs) 含量对三相复合材料圆柱壳固有频率的影响
Fig. 3 The effect of graphene platelets (GPLs) content on natural frequencies of three-phase composite cylindrical shells

0%增加到 1.5%的过程中,第 1 阶固有频率总体增加了 85.75%,第 2 阶固有频率整体增加了 76.94%,第 3 阶固有频率增加了 89.15%。第 3 阶固有频率的增长梯度明显高于 1 阶和 2 阶固有频率。此外,后三阶固有频率显著高于前三阶固有频率,并且石墨烯含量的增加对第 5 阶固有频率的影响最大。

值得注意的是,三相复合材料圆柱壳的第 2 阶和第 3 阶固有频率当石墨烯质量分数在 0%~0.25%

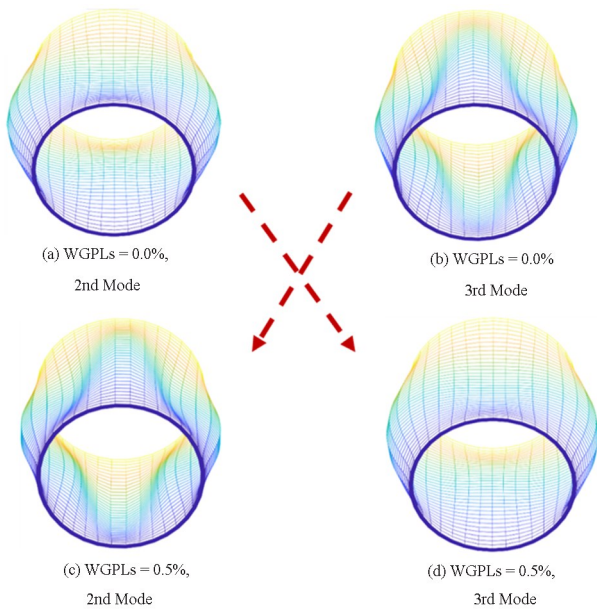


图 4 三相复合材料圆柱壳 2 阶和 3 阶之间的模态振型转换
Fig. 4 Transition of modal shapes between 2nd and 3rd order for three-phase composite cylindrical shells

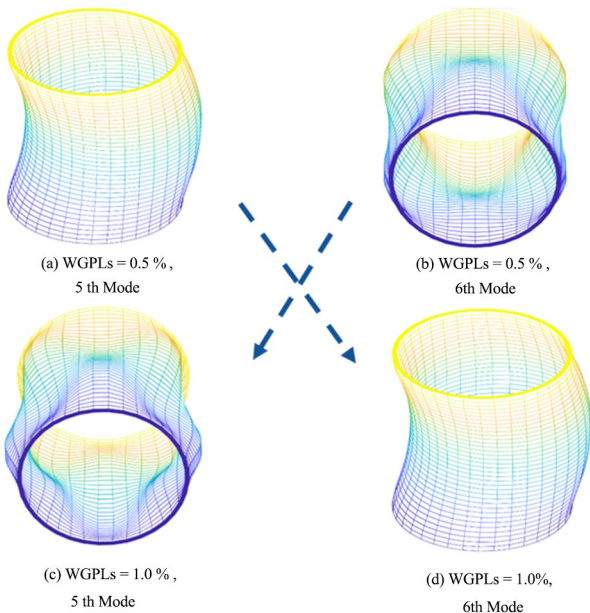


图 5 三相复合材料圆柱壳 5 阶和 6 阶之间的模态振型转换
Fig. 5 Transition of modal shapes between 5th and 6th order for three-phase composite cylindrical shells

区间内逐渐接近.在石墨烯质量分数为 0.25%时,圆柱壳的第 2 阶和第 3 阶固有频率最为接近.此时,第 2 和第 3 阶的固有频率之间仅仅相差 1.65%,意味着系统可能出现 1:1 内共振.但石墨烯质量分数大于 0.25%之后,三相复合材料圆柱壳的第 2 阶和第 3 阶固有频率之间的差距就逐渐扩大.可以认为在石墨烯质量分数为 0.25%时(A 处),圆柱壳结构出现了频率转向,第 2 阶和第 3 阶模态发生了振型转换,如图 4 所示.同时,当石墨烯质量分数在 0.5%~1%区间内时,三相复合材料圆柱壳的第 5 阶和第 6 阶固有频率与石墨烯之间的关系曲线也出现了先逐渐接近再逐渐远离的现象.在石墨烯质量分数为 0.75%时(B 处),第 5 阶和第 6 阶固有频率最接近,二者仅相差 0.22%.第 5 阶、第 6 阶关系曲线在 B 点处出现了频率转向,且第 5 阶和第 6 阶的模态振型发生了转换,如图 5 所示。

3.3 梯度形式对三相复合材料圆柱壳固有频率影响

本节研究了石墨烯功能梯度形式对三相复合材料圆柱壳固有频率的影响.此时设定石墨烯质量分数为 1%,杂化基体的组成成分、边界条件与上文描述相同.分别计算出 X、V、A、O 四种不同石墨烯功能梯度形式下三相复合材料圆柱壳的固有频率,结果如图 6 所示。

从石墨烯功能梯度形式与圆柱壳固有频率关系柱状图可以看出,在 O 型功能梯度分布形式(FG-O)下,功能梯度三相复合材料圆柱壳的前六阶固有频率最小.其次是 FG-V 和 FG-A 功能梯度下圆柱壳的固有频率.然而,当石墨烯以 FG-X 形式分布时,三相复合材料圆柱壳的前六阶固有频率

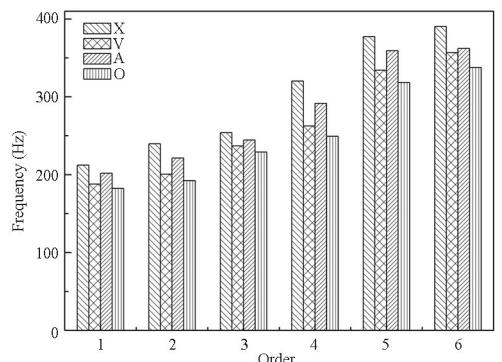


图 6 石墨烯功能梯度形式对三相复合材料圆柱壳固有频率的影响

Fig. 6 Effect of GPLs functional gradient form on the natural frequency of three-phase composite cylindrical shells

相对最大. 其中, FG-X 模式下功能梯度三相复合材料圆柱壳前三阶固有频率比 FG-O 模式下的分别高出 16.38%、24.51% 和 10.84%. 所以, 当石墨烯更多的分布在复合材料的上下表面时, 对圆柱壳结构固有频率的改善效果较好.

4 结论

本文以功能梯度三相复合材料圆柱壳为研究对象, 采用一阶剪切变形理论和 Hamilton 原理, 建立并推导了三相复合材料圆柱壳自由振动理论模型, 应用 Galerkin 法离散求解了三相复合材料圆柱壳的固有频率和模态振型. 通过计算与分析, 得出以下结论:

(1) 少量石墨烯的加入使功能梯度三相复合材料圆柱壳的固有频率显著增大, 且圆柱壳的固有频率随着石墨烯增强体质量分数的增加而增大.

(2) 功能梯度三相复合材料圆柱壳的固有频率随石墨烯含量的增加出现了频率转向, 在频率转向的前后发生模态振型的转换现象.

(3) 功能梯度形式对三相复合材料圆柱壳固有频率有较大影响. 石墨烯增强体以 X 型功能梯度形式分布时, 功能梯度三相复合材料圆柱壳的固有频率最大, 而以 O 型功能梯度形式分布时, 功能梯度三相复合材料圆柱壳的固有频率最小.

从上述结论可以看出, 本文研究对减轻圆柱壳结构的比重以及改善圆柱壳结构自由振动特性有着重要的意义.

参考文献

- [1] WANG Q S, PANG F Z, QIN B, et al. A unified formulation for free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite spherical panels and shells of revolution with general elastic restraints by means of the Rayleigh-Ritz method [J]. *Polymer Composites*, 2018, 39(2): 924–944.
- [2] REDDY J N. Analysis of functionally graded plates [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, 47(1): 663–684.
- [3] 杨佳慧, 张伟, 袭安. 压电复合材料悬臂板 1: 3 内共振的非线性动力学分析[J]. *动力学与控制学报*, 2018, 16(5): 440–447.
YANG J H, ZHANG W, XI A. Nonlinear dynamic analysis of a composite cantilever piezoelectric plate with one-to-three internal resonance [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2018, 16(5): 440–447. (in Chinese)
- [4] 郭翔鹰, 刘大猛, 张伟. 压电纤维复合材料层壳的非线性动力学研究[J]. *动力学与控制学报*, 2017, 15(5): 430–438.
GUO X Y, LIU D M, ZHANG W. Nonlinear dynamic analysis of piezoelectric macro-fiber composite laminated shells [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(5): 430–438. (in Chinese)
- [5] ZHONG B F, LI C F, LI P Y. Modeling and vibration analysis of sectional-laminated cylindrical thin shells with arbitrary boundary conditions [J]. *Applied Acoustics*, 2020, 162: 107184.
- [6] WANG Q S, SHAO D, QIN B. A simple first-order shear deformation shell theory for vibration analysis of composite laminated open cylindrical shells with general boundary conditions [J]. *Composite Structures*, 2018, 184: 211–232.
- [7] QIN Z Y, PANG X J, SAFAEI B, et al. Free vibration analysis of rotating functionally graded CNT reinforced composite cylindrical shells with arbitrary boundary conditions [J]. *Composite Structures*, 2019, 220: 847–860.
- [8] THANG P T, DO D T T, NGUYEN T T, et al. Free vibration characteristic analysis of functionally graded shells with porosity and neutral surface effects [J]. *Ocean Engineering*, 2022, 255: 111377.
- [9] EBRAHIMI F, HABIBI S. Nonlinear eccentric low-velocity impact response of a polymer-carbon nanotube-fiber multiscale nanocomposite plate resting on elastic foundations in hygrothermal environments [J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2018, 25(5): 425–438.
- [10] GHORBANPOUR ARANI A, BABAAKBAR ZAREI H, ESKANDARI M, et al. Vibration behavior of visco-elastically coupled sandwich beams with magnetorheological core and three-phase carbon nanotubes/fiber/polymer composite facesheets subjected to external magnetic field [J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2019, 21(7): 2194–2218.
- [11] 姜盼, 郭翔鹰, 张伟. 石墨烯三相复合材料板的非线性动力学研究[J]. *动力学与控制学报*, 2019, 17(3): 270–280.
JIANG P, GUO X Y, ZHANG W. Nonlinear dy-

- namics of a three-phase composite materials plate with graphene [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2019, 17(3): 270—280. (in Chinese)
- [12] 郭翔鹰, 段梦焯. 不同阶外激励下压电纤维复合材料悬臂板的内共振特性分析[J]. *动力学与控制学报*, 2021, 19(5): 23—32.
- GUO X Y, DUAN M Y. The influence of different order excitations on responses of piezoelectric fibre composite plates with multi inner resonance [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2021, 19(5): 23—32. (in Chinese)
- [13] AL-FURJAN M S H, ALZHRANI B, SHAN L J, et al. Nonlinear forced vibrations of nanocomposite-reinforced viscoelastic thick annular system under hygrothermal environment [J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2022, 50(11): 4021—4047.
- [14] SOBHANI E, MASOODI A R. Natural frequency responses of hybrid polymer/carbon fiber/FG-GNP nanocomposites paraboloidal and hyperboloidal shells based on multiscale approaches [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 119: 107111.
- [15] ABAIMOV S G, KHUDYAKOVA A A, LOMOV S V. On the closed form expression of the Mori-Tanaka theory prediction for the engineering constants of a unidirectional fiber-reinforced ply [J]. *Composite Structures*, 2016, 142: 1—6.
- [16] ZHANG W, FANG Z, YANG X D, et al. A series solution for free vibration of moderately thick cylindrical shell with general boundary conditions [J]. *Engineering Structures*, 2018, 165: 422—440.