文章编号:1672-6553-2024-22(3)-048-008
DOI:10.6052/1672-6553-2023-025

带裂纹石墨烯增强金属泡沫梁的振动特性研究*

石兴东[1]　程鹏[1]　张宇飞[1,2†]

(1.沈阳航空航天大学 航空宇航学院,沈阳 110136)

(2.广西大学 土木建筑工程学院,南宁 530004)

摘要　分析了带裂纹功能梯度石墨烯增强金属泡沫梁的自由振动.采用 Timoshenko 梁理论进行建模,裂纹由无质量扭转弹簧模拟,利用 Halpin-Tsai 微观力学模型预测材料的有效性能.通过哈密顿原理,得到了带裂纹功能梯度石墨烯增强金属泡沫(FG-GPLRMF)梁的运动方程及其边界条件.采用微分变换法分析带裂纹 FG-GPLRMF 梁的自由振动.结果表明,带裂纹 FG-GPLRMF 梁的振动特性受到石墨烯几何尺寸、孔隙类型和石墨烯分布的影响显著.

关键词　金属泡沫梁,　石墨烯增强,　自由振动,　裂纹,　微分变换法

中图分类号:V21;O39　　**文献标志码**:A

Study on Vibration Characteristics of Cracked Metal Foam Beams Reinforced with Graphene*

Shi Xingdong[1]　Cheng Peng[1]　Zhang Yufei[1,2†]

(1. College of Aerospace Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

(2. School of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract　The free vibration of a cracked functionally graded graphene reinforced metal foam beams is analyzed in this paper. Modeling was carried out with Timoshenko beam theory, cracks were simulated by mass-free elastic torsion springs, and material effectiveness was predicted with Halpin-Tsai micromechanical model. The motion equation and boundary conditions of a cracked functionally graded graphene reinforced metal foam (FG-GPLRMF) beams are obtained by Hamilton's principle. Free vibration of FG-GPLRMF beams is analyzed by differential transformation method. The results show that the vibration characteristics of FG-GPLRMF beams are influenced by the geometrical size of graphene, the pore type and the distribution of graphene platelet.

Key words　metal foam beam,　graphene reinforced,　free vibration,　crack,　differential transformation method

引言

金属泡沫材料由于内部孔隙的存在,具有轻质、隔热、减震的特性,通过定制内部孔隙的密度和尺度,可以获得所需的材料力学性能,因此,金属泡沫材料在能量吸收、轻质结构和热控制[1]等方面得到了广泛的应用.然而,多孔材料的内部孔隙降低了结构的强度和刚度,这限制了其在某些工程领域的应用.相关研究[2]表明,多孔材料可以填充低体积分数的碳材料,如石墨烯薄片(GPL)和碳纳米

2023-02-22 收到第 1 稿,2023-09-18 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(12072201),National Natural Science Foundation of China (12072201).

† 通信作者 E-mail:yufeizhang73@163.com

管,以弥补其强度和刚度的降低,特别是 GPL 增强复合材料[3,4]具有轻质、良好的导电和导热性能,因此,关于 GPL 增强复合材料结构的研究受到了广泛的关注.

Kitipornchai 等[5]研究了 GPL 增强多孔梁的自由振动特性. Ye 和 Wang[6]研究了 FG-GPL-RMF 薄壁圆柱壳的非线性强迫振动特性. Yang 等[7]基于切比雪夫－里兹方法分析了 GPL 增强多孔纳米复合板的屈曲和自由振动. Dong 等[8,9]研究了 GPL 增强多孔纳米复合圆柱壳的屈曲和线性振动行为. Wang 等[10]分析了 GPLRMF 圆柱壳的非线性自由振动特性. Yang 和 Chen[11]分析了裂纹对不同边界条件下功能梯度材料 Euler-Bernoulli 梁振动和屈曲的影响. 刘涛等[12]分析了轴向运动功能梯度梁的横向振动频率特性. 周磊[13]以含裂纹石墨烯增强功能梯度层合梁为研究对象,进行了动力稳定性行为分析. 刘金建等[14]基于欧拉梁理论,研究了轴向运动功能梯度粘弹性梁横向振动的稳定性问题.

虽然一些学者已经对石墨烯增强多孔结构开展了研究,但关于带裂纹石墨烯增强金属泡沫梁振动问题的研究尚未开展. 本论文基于 Timoshenko 梁理论,研究带裂纹功能梯度石墨烯增强金属泡沫梁(FG-GPLRMF)的自由振动问题,包括控制方程推导和微分变换法的应用,研究了裂纹深度、裂纹位置、GPL 几何尺寸、孔隙类型、GPL 分布和长细比对带裂纹 FG-GPLRMF 梁自由振动特性的影响.

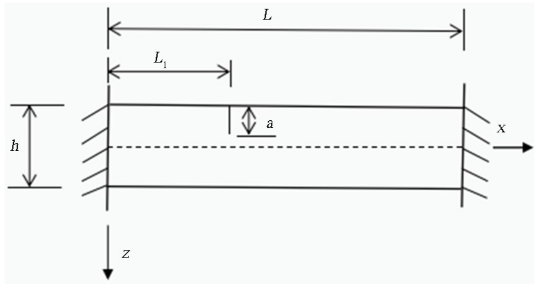
1　材料特性与旋转弹簧模型

1.1　材料特性

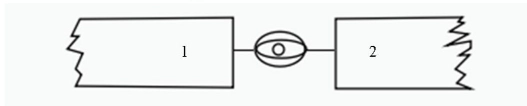
图 1(a)是长度为 L、厚度为 h 的两端固定的 Timoshenko 梁模型,在距左端 L_1 处包含一个深度为 a 的边缘裂纹.

沿梁高度方向考虑了三种孔隙分布类型[10],即孔隙-a、孔隙-b 和孔隙-c. 孔隙-a 和孔隙-b 在梁高方向上呈对称分布. 孔隙-a 和孔隙-b 的差异在于前者的中平面孔隙最大,后者的中平面孔隙最小. 孔隙-c 的孔隙大小均匀分布.

考虑了三种不同 GPL 分布方式[10],对于 GPL-Ⅰ和 GPL-Ⅱ,GPL 相对梁中平面对称分布. 对于 GPL-I,最大的体积分数发生在梁的上表面和下表面;对于 GPL-Ⅱ,最大体积分数发生在中面. 对于 GPL-Ⅲ,GPL 均匀分布.



(a) 带裂纹 FG-GPLRMF 梁
(a) FG-GPLRMF beam with crack



(b) 裂纹模型
(b) crack model

图 1　裂纹梁结构
Fig. 1　Configuration of cracked beam

FG-GPLRMF 梁的杨氏模量 $E_{GM}(z)$ 和质量密度 $\rho_{GM}(z)$ 分别为[7,15]

$$E_{GM}(z)=\begin{cases}E_g[1-P_1\cos(z\pi/h)] & 孔隙\text{-a}\\ E_g\{1-P_2[1-\cos(z\pi/h)]\} & 孔隙\text{-b}\\ E_gP_3 & 孔隙\text{-c}\end{cases} \tag{1}$$

$$\rho_{GM}(z)=\begin{cases}\rho_g[1-P_{m1}\cos(z\pi/h)] & 孔隙\text{-a}\\ \rho_g\{1-P_{m2}[1-\cos(z\pi/h)]\} & 孔隙\text{-b}\\ \rho_gP_{m3} & 孔隙\text{-c}\end{cases} \tag{2}$$

其中 E_g 和 ρ_g 表示无孔 GPL 增强金属的杨氏模量和质量密度;P_1、P_2 和 P_3 表示孔隙系数;P_{m1}、P_{m2} 和 P_{m3} 表示质量密度系数.

1.2　旋转弹簧模型

假定裂纹垂直于梁表面,且始终保持开放状态. Timoshenko 梁的边缘裂纹造成了弯曲斜率的不连续以及开裂截面的横向位移. 已有研究[16,17]表明,与弯曲斜率中的不连续性(I 型断裂)相比,横向位移中的不连续性(Ⅱ型断裂)对系统总应变能的贡献要小得多,因此本分析中忽略Ⅱ型断裂的影响. 将裂纹截面建模为如图 1b 所示的无质量弹性弹簧,可将开裂梁视为在开裂截面上由转动弹簧连接的两个子梁,其弯曲刚度为:

$$K_T=1/G \tag{3}$$

其中 G 是裂纹引起的柔度,并且[18]

$$\frac{(1-\nu^2)K_1^2}{E(a)}=\frac{M^2}{2}\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}a} \tag{4}$$

其中 M 为裂纹截面弯矩，K_1 为 I 型弯曲荷载作用下的应力强度因子，$E(a)$ 为裂纹尖端的杨氏模量，ν 为泊松比.

通过拉格朗日插值技术，可以从 Erdogan 和 Wu[19] 给出的数据中得到应力强度因子的大小，即

$$K_1=\frac{6M\sqrt{\pi h\zeta}}{h^2}F(\zeta),\zeta=\frac{a}{h}\quad(\zeta\leqslant 0.7) \tag{5}$$

其中 $\zeta\leqslant 0.7$ 意味着仅考虑 0 至 0.7 的裂纹深度比. 根据式(3)～式(5)，可以确定裂纹部分的弯曲刚度.

2 运动方程与微分变换法

2.1 运动方程

基于 Timoshenko 梁理论，梁任意点沿 x 轴和 z 轴的位移，用 $\tilde{U}(x,z,t)$ 和 $\tilde{V}(x,z,t)$ 表示，分别为

$$\tilde{U}(x,z,t)=U(x,t)+z\Theta(x,t)$$
$$\tilde{V}(x,z,t)=V(x,t) \tag{6}$$

其中 $U(x,t)$ 和 $V(x,t)$ 是中平面($z=0$)上的位移分量，Θ 是梁截面的转动角位移，t 是时间. von Kármán 型非线性应变－位移关系由下式给出[20]：

$$\varepsilon_x=\frac{\partial U}{\partial x}+z\frac{\partial\Theta}{\partial x},\gamma_{xz}=\frac{\partial V}{\partial x}+\Theta \tag{7}$$

正应力和剪切应力分别为

$$\sigma_{xx}=Q_{11}(z)\left(\frac{\partial U}{\partial x}+z\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right)$$
$$\sigma_{xz}=Q_{55}(z)\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\Theta\right) \tag{8}$$

这里

$$Q_{11}(z)=\frac{E_{\mathrm{GM}}(z)}{1-\nu^2},\quad Q_{55}(z)=\frac{E_{\mathrm{GM}}(z)}{2(1+\nu)} \tag{9}$$

裂纹 FG-GPLRMF 梁的动能 T 和势能 W 为[20]

$$T=\frac{1}{2}\int_0^{L_1}\int_{-h/2}^{h/2}\rho_{\mathrm{GM}}\left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial t}+z\frac{\partial\Theta_1}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial V_1}{\partial t}\right)^2\right]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_{L_1}^{L}\int_{-h/2}^{h/2}\rho_{\mathrm{GM}}\left[\left(\frac{\partial U_2}{\partial t}+z\frac{\partial\Theta_2}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial V_2}{\partial t}\right)^2\right]\mathrm{d}z\mathrm{d}x \tag{10}$$

$$W=\frac{1}{2}\int_0^{L_1}\int_{-h/2}^{h/2}\left[Q_{11}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x}+z\frac{\partial\Theta_1}{\partial x}\right)^2+Q_{55}\left(\frac{\partial V_1}{\partial x}+\Theta_1\right)^2\right]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+$$
$$\frac{1}{2}\int_{L_1}^{L}\int_{-h/2}^{h/2}\left[Q_{11}\left(\frac{\partial U_2}{\partial x}+z\frac{\partial\Theta_2}{\partial x}\right)^2+Q_{55}\left(\frac{\partial V_2}{\partial x}+\Theta_2\right)^2\right]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+\frac{1}{2}K_{\mathrm{T}}(\Delta\Theta)2 \tag{11}$$

其中 $\Delta\Theta$ 为 $\Theta_2(L_1)-\Theta_1(L_1)$；$U_i$、$\Theta_i$、$V_i$ 中的下标 i 等于 1,2，表示被裂纹分割的左子梁和右子梁. 最后一项表示旋转弹簧产生的势能.

将式(10)、式(11)中含 Q_{11}、Q_{55} 和 $\rho_{\mathrm{GM}}(z)$ 项定义为：

$$(A_{11},B_{11},D_{11})=\int_{-h/2}^{h/2}Q_{11}(z)\{1,z,z^2\}\mathrm{d}z,$$
$$A_{55}=\int_{-h/2}^{h/2}\kappa Q_{55}(z)\mathrm{d}z,$$
$$\{I_1,I_2,I_3\}=\int_{-h/2}^{h/2}\rho_{\mathrm{GM}}(z)\{1,z,z^2\}\mathrm{d}z \tag{12}$$

其中 $\kappa=5/6$ 是剪切修正系数.

哈密顿原理由下式给出

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T-W)\mathrm{d}t=0 \tag{13}$$

其中 t_1 和 t_2 分别表示初始时间和最终时间.

引入如下无量纲变量

$$\bar{x}=\frac{x}{L},\alpha_1=\frac{L_1}{L},(u,v)=\frac{(U,V)}{h},$$
$$(I_{11},I_{22},I_{33})=\left(\frac{I_1}{I_{10}},\frac{I_2}{I_{10}h},\frac{I_3}{I_{10}h^2}\right),$$
$$\Theta=\Theta,\alpha_2=\frac{L}{h},(a_{11},a_{55},b_{11},d_{11})$$
$$=\left(\frac{A_{11}}{A_{110}},\frac{A_{55}}{A_{110}},\frac{B_{11}}{A_{110}h},\frac{D_{11}}{A_{110}h^2}\right) \tag{14}$$

其中 A_{110} 和 I_{10} 是无孔梁的 A_{11} 和 I_1 的值.

梁连续性条件

$$u_1=u_2,v_1=v_2,\frac{\partial u_1}{\partial x}=\frac{\partial u_2}{\partial x},$$
$$\frac{\partial v_1}{\partial x}-\Theta_1=\frac{\partial v_2}{\partial x}-\Theta_2,$$
$$K_{\mathrm{T}}(\Theta_2-\Theta_1)=D_{11}\frac{\partial\Theta_1}{\partial x}=D_{11}\frac{\partial\Theta_2}{\partial x} \tag{15}$$

梁的位移函数设为[21]：

$$V(\bar{x},t)=\bar{V}(\bar{x})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda t},U(\bar{x},t)=\bar{U}(\bar{x})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma t},$$
$$\Theta(\bar{x},t)=\bar{\Theta}(\bar{x})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma t} \tag{16}$$

这里 λ 是径向固有频率，γ 是弦向固有频率.

将式(10)～式(12)，式(14)～式(16)代入式

(13)，即可得到简化后的运动方程：

$$I_{11}\alpha_1^2(\gamma^2+\lambda^2)\bar{U}_1+a_{11}\frac{\partial^2\bar{U}_1}{\partial\bar{x}^2}=0$$

$$I_{11}\alpha_1^2\lambda^2\bar{V}_1-\frac{1}{2}I_{11}\alpha_1^2\gamma^2\frac{\partial\bar{V}_1}{\partial\bar{x}}-\frac{1}{2}(2a_{55}+I_{11}\gamma^2)\frac{\partial^2\bar{V}_1}{\partial\bar{x}^2}-a_{55}\alpha_1\alpha_2\frac{\partial\bar{\Theta}_1}{\partial\bar{x}}=0$$

$$a_{55}\alpha_1\alpha_2\frac{\partial\bar{V}_1}{\partial\bar{x}}-\alpha_1^2[a_{55}\alpha_2^2-I_{33}(\gamma^2+\lambda^2)]\bar{\Theta}_1-d_{11}\frac{\partial^2\bar{\Theta}_1}{\partial\bar{x}^2}=0$$

$$I_{11}(1-\alpha_1)^2(\gamma^2+\lambda^2)\bar{U}_2+a_{11}\frac{\partial^2\bar{U}_2}{\partial\bar{x}^2}=0$$

$$I_{11}(1-\alpha_1)^2\lambda^2\bar{V}_2-\frac{1}{2}I_{11}(1-\alpha_1)^2\gamma^2\frac{\partial\bar{V}_2}{\partial\bar{x}}-\frac{1}{2}[2a_{55}+I_{11}(1-\alpha_1^2)\gamma^2]\frac{\partial^2\bar{V}_2}{\partial\bar{x}^2}-a_{55}(1-\alpha_1)\alpha_2\frac{\partial\bar{\Theta}_2}{\partial\bar{x}}=0$$

$$a_{55}\alpha_2(1-\alpha_1)\frac{\partial\bar{V}_2}{\partial\bar{x}}-(1-\alpha_1)^2[a_{55}\alpha_2^2-I_{33}(\gamma^2+\lambda^2)]\bar{\Theta}_2-d_{11}\frac{\partial^2\bar{\Theta}_2}{\partial\bar{x}^2}=0 \tag{17}$$

2.2　微分变换法

本文将变换函数用大写字母表示，将原函数用小写字母表示. 在定义域 D 中定义一个解析函数 $g(x)$，设 $x=x_0$ 表示 D 中的任意点. 函数 $g(x)$ 的微分变换定义为[15]

$$g(x)=\sum_{k=0}^{m}(x-x_0)^kG(k) \tag{18}$$

其中，m 是截断数.

将 Xu[15] 中的表 1 和表 2 公式代入方程(17)以及两端固定边界条件，可以得到变换函数和对应边界条件.

相容方程：

$$\begin{aligned}&U_2(0)=\sum_{k=0}^{\infty}U_1(k)\\&U_2(1)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}kU_1(k)\\&V_2(0)=\sum_{k=0}^{\infty}V_1(k)\\&V_2(1)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}kV_1(k)+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{d_{11}(1-\alpha_1)}{\alpha_1k_T}k\Theta_1(k)\end{aligned} \tag{19, 20}$$

$$\Theta_2(0)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{d_{11}k}{\alpha_1k_c}+1\right)\Theta_1(k)$$

$$\Theta_2(1)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}k\Theta_1(k) \tag{21}$$

在变换函数、边界条件和相容方程中：$U_i(k)$，$V_i(k)$ 和 $\Theta_i(k)$ 分别是 $\bar{u}_i$，$\bar{v}_i$ 和 $\bar{\theta}_i$ 的微分变换.

设 $U_1(0)=C_1$，$V_1(0)=C_2$，$\Theta_1(0)=C_3$，代入变换函数方程和对应边界条件，可以计算 $U_i(k)$，$V_i(k)$ 和 $\Theta_i(k)$ 的值.

将 $U_i(k)$，$V_i(k)$ 和 $\Theta_i(k)$ 代入对应边界条件方程，可以解出 λ.

3　结果和讨论

下面对图 1 中所示的 FG-GPLRMF 梁进行研究，参数如表 1 所示.

FG-GPLRMF 梁弯曲振动的固有频率收敛结果见表 2，其中以 $P_1=0.5$、$W_{GPL}=1.0\%$、GPL-I 和孔隙-a 为例. 结果表明，在 $m=16$ 时，固有频率趋于收敛，但考虑到精确性，在下面的计算中采用了 $m=60$.

表 1　FG-GPLRMF 梁参数[20]

Table 1　Parameters of FG-GPLRMF beams[20]

基体		GPL	
E_g(GPa)	70	E_{GPL}(GPa)	1010
ρ_g(kg/m^3)	2780	ρ_{GPL}(kg/m^3)	1060
a(m)	0.02	l_{GPL}(m)	2.5×10^{-6}
h(m)	0.1	t_{GPL}(m)	1.5×10^{-9}
L(m)	0.6	w_{GPL}(m)	1.5×10^{-6}

表 2　FG-GPLRMF 梁弯曲振动固有频率(rad/s)的收敛性

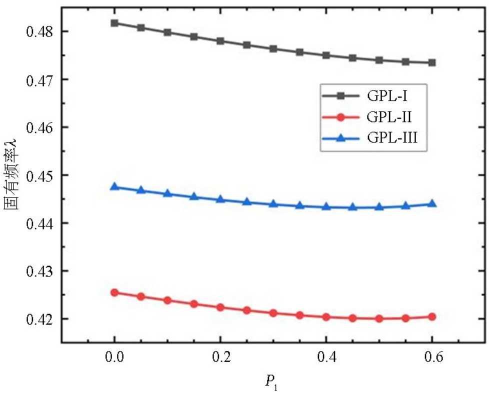
Table 2　Convergence of natural frequency of bending vibration (rad/s) of FG-GPLRMF beams

m	L/h(16)	L/h(6)
3	0.454779	0.986857
9	0.455185	1.01685
11	0.473782	1.01832
14	0.473962	1.01977
15	0.473978	1.01977
16	0.473978	1.01977

在图 2 中，研究了孔隙系数 P_1 对固有频率的作用，其中考虑了不同的 GPL 分布方式和孔隙分

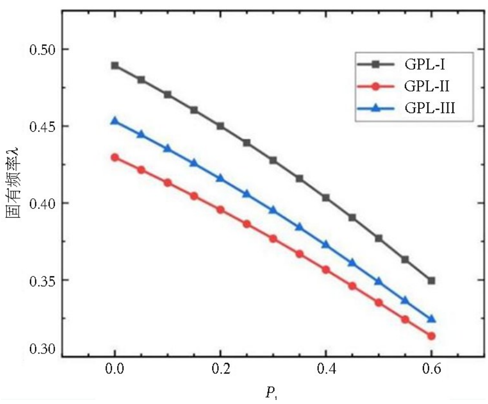
布.随着 P_1 的增加,孔隙-b 和孔隙-c 梁的固有频率减小.然而,对于孔隙-a 梁,其固有频率先减小后增加.造成这种现象的原因是,当梁的几何尺寸保持不变时,固有频率与弯曲刚度(E_{Iy})呈正相关,与单位长度的质量(ρT)呈负相关.进一步计算表明,当 P_1 大于 0.4 时,弯曲刚度的相对变化小于质量的相对变化.此外,这三种孔隙分布的固有频率中,GPL-Ⅰ分布的固有频率最高,而 GPL-Ⅱ分布的固有频率最低.因此,GPL-Ⅰ分布是提高结构刚度最有效的分布方式.以上结果表明,孔隙系数和 GPL 分布对 FG-GPLRMF 的自由振动有显著影响.

图 3 给出了 GPL 重量分数 W_{GPL} 对不同 GPL 分布方式和孔隙分布的 FG-GPLRMF 固有频率的影响.对于不同的 GPL 分布方式,固有频率随 W_{GPL} 的增加而增加,其原因就在于增加石墨烯含量可增强梁刚度.通过将极少量的 GPL 分散到基质



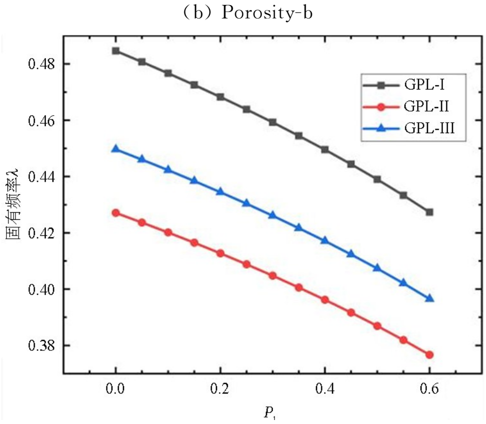
(a) 孔隙-a

(a) Porosity-a



(b) 孔隙-b

(b) Porosity-b

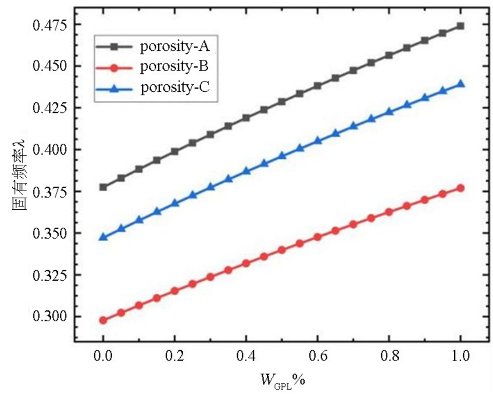


(c) 孔隙-c

(c) Porosity-c

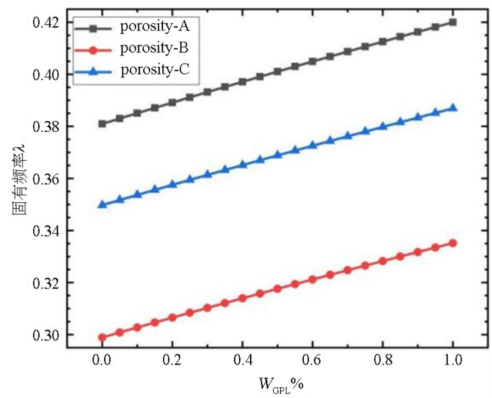
图 2 孔隙系数 P_1 对梁的固有频率的影响
($W_{GPL}=0.01$;$L/h=16$;$a/h=0.2$;$L_1/L=0.5$)

Fig. 2 Natural frequencies of FG-GPLRMF beams for different porosity coefficient ($W_{GPL}=0.01$;$L/h=16$;$a/h=0.2$;$L_1/L=0.5$)



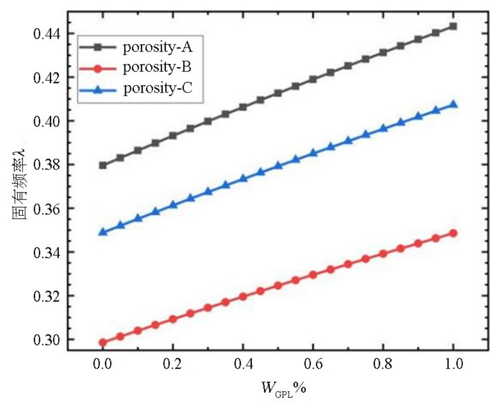
(a) 石墨烯-Ⅰ

(a) GPL-Ⅰ



(b) 石墨烯-Ⅱ

(b) GPL-Ⅱ



(c) 石墨烯-Ⅲ

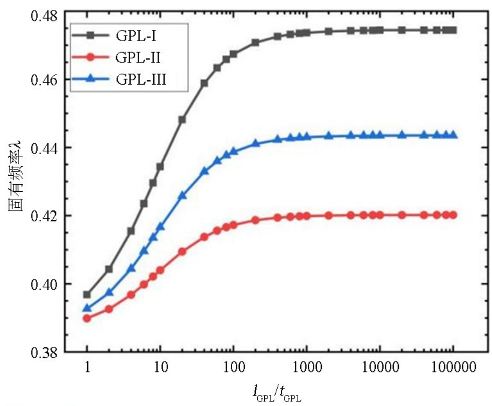
(c) GPL-Ⅲ

图 3 GPL 重量分数对 FG-GPLRMF 梁的固有频率的影响
($L/h=16$;$a/h=0.2$;$L_1/L=0.5$;$P_1=0.50$)

Fig. 3 Effect of GPL weight fraction on natural frequencies of FG-GPLRMF beams($L/h=16$;$a/h=0.2$;$L_1/L=0.5$;$P_1=0.50$)

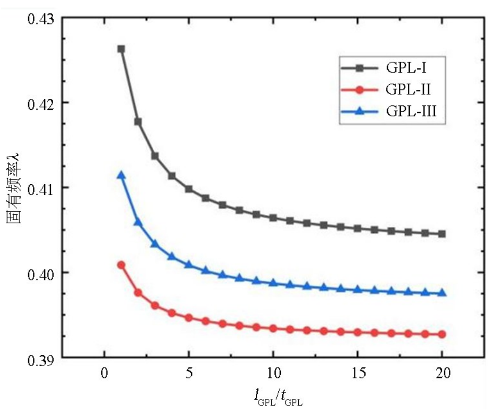
中,即可提高多孔梁的有效刚度.与其他分布模式相比,孔隙-a 和 GPL-Ⅰ分布方式的梁具有最大的固有频率.

图 4 给出了不同 GPL 尺寸对 FG-GPLRMF 梁固有频率的影响.图 4(a)为 FG-GPLRMF 梁的固有频率随 GPL 长厚比 l_{GPL}/t_{GPL} 的变化情况.随着 l_{GPL}/t_{GPL} 的增加,固有频率增加.结果表明,当 l_{GPL} 和 w_{GPL} 保持固定时,单个 GPL 越薄,其刚度强化效果越好.图 4(b)为固有频率随 GPL 长宽比 l_{GPL}/w_{GPL} 的变化规律.随着 l_{GPL}/w_{GPL} 的增加,固有频率减小.这表明,石墨烯的表面积越大,刚度增强效果越好.同时,由图 4 可以看出,当 $l_{GPL}/t_{GPL}\geqslant 10^2$ 或 $l_{GPL}/w_{GPL}\geqslant 10$ 时,强化效应随这些比值的变化不大.



(a) 长厚比($l_{GPL}=2.5\times10^{-6}$ m,$w_{GPL}=1.5\times10^{-6}$ m)

(a) l_{GPL}/t_{GPL}($l_{GPL}=2.5\times10^{-6}$ m, $w_{GPL}=1.5\times10^{-6}$ m)



(b) 长宽比($t_{GPL}=1.5\times10^{-9}$ m,$l_{GPL}=5t_{GPL}$)

(b) l_{GPL}/w_{GPL}($t_{GPL}=1.5\times10^{-9}$ m,$l_{GPL}=5t_{GPL}$)

图 4　GPL 尺寸对 FG-GPLRMF 梁固有频率的影响
(孔隙-a;$P_1=0.5$;$W_{GPL}=1\%$;$L/h=16$;$a/h=0.2$;$L_1/L=0.5$)

Fig. 4　Effect of geometrical size of GPL on natural frequency of FG-GPLRMF beams (Porosity-a;$P_1=0.5$;$W_{GPL}=1\%$;$L/h=16$;$a/h=0.2$;$L_1/L=0.5$;)

图 5 研究了裂纹位置对 FG-GPLRMF 梁的固有频率的影响.结果表明,固有频率对位于梁中心的

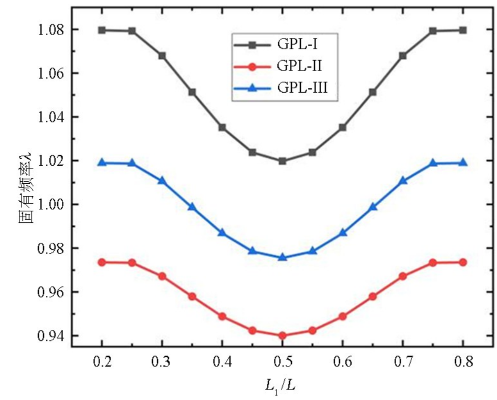
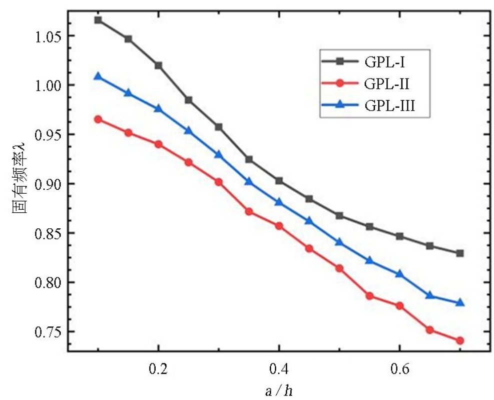


图 5　裂纹位置对 FG-GPLRMF 梁固有频率的影响
(孔隙-a;$W_{GPL}=0.01$;$L/h=6$;$h=0.1$;$P_1=0.5$;$L_1/L=0.5$)

Fig. 5　Effect of crack location on natural frequency of FG-GPLRMF beam (Porosity-a;$W_{GPL}=0.01$;$L/h=6$;$h=0.1$;$P_1=0.5$;$L_1/L=0.5$)

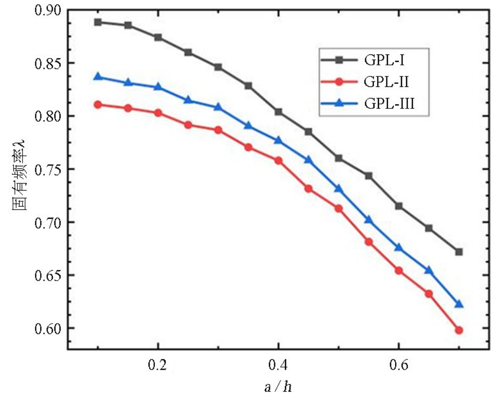
裂纹最为敏感.当裂纹靠近梁端时,裂纹的影响较小,裂纹位置由梁中心向梁端变化时,固有频率逐渐增加.

图 6 研究了裂纹深度对 FG-GPLRMF 梁固有频率的影响.结果表明,随着裂纹深度增加,梁的固有频率降低,对于不同 GPL 分布方式,固有频率降低的速度大致相同,不同孔隙下裂纹梁固有频率都逐渐变小,这说明裂纹位置对频率的影响远超其他因素.



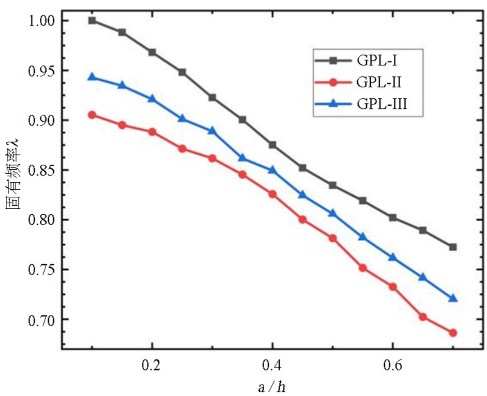
(a) 孔隙-a

(a) Porosity-a



(b) 孔隙-b

(b) Porosity-b



(c) 孔隙-c

(c) Porosity-c

图6 裂纹深度对梁固有频率的影响

($W_{GPL}=0.01$;$L/h=6$;$P_1=0.5$;$L_1/L=0.5$;$h=0.1$m)

Fig. 6 Effect of crack depth on natural frequency of beam

($W_{GPL}=0.01$; $L/h=6$; $P_1=0.5$; $L_1/L=0.5$; $h=0.1$m)

4 结论

本文研究了带裂纹FG-GPLRMF梁的自由振动特性.利用哈密顿原理,得到了带裂纹FG-GPL-RMF梁的运动方程,采用微分变换法分析了梁的固有频率.研究了裂纹深度、裂纹位置、GPL几何尺寸、孔隙类型、GPL分布和长细比对裂纹FG-GPLRMF梁自由振动特性的影响.主要结论如下:

对于孔隙-b和孔隙-c梁,弯曲振动的固有频率随孔隙系数P_1的增加而减小,对于孔隙-a梁,其固有频率先减小后增大.GPL-Ⅰ分布是提高结构刚度的最有效的分散方法.GPL的增强效应受到GPL分布和孔隙分布的影响.

弯曲振动的固有频率随W_{GPL}值的增加而增加,孔隙-a和GPL-Ⅰ分布方式的FG-GPLRMF梁具有最大固有频率.裂纹位置对于梁固有频率的影响是呈现对称性的,距离梁中心位置越近,固有频率受到影响越大.随着裂纹深度的增加,FG-GPL-RMF梁的固有频率降低.

参考文献

[1] WANG Y Q, ZHAO H L. Free vibration analysis of metal foam core sandwich beams on elastic foundation using Chebyshev collocation method [J]. Archive of Applied Mechanics, 2019, 89(11): 2335-2349.

[2] ZHANG Z, DING J, XIA X C, et al. Fabrication and characterization of closed-cell aluminum foams with different contents of multi-walled carbon nanotubes [J]. Materials & Design, 2015, 88: 359-365.

[3] GARCIA-MACIAS E, RODRIGUEZ-TEMBLEQUE L, SAEZ A. Bending and free vibration analysis of functionally graded graphene vs. carbon nanotube reinforced composite plates [J]. Composite Structures, 2018, 186: 123-138.

[4] RAFIEE M A, RAFIEE J, WANG Z, et al. Enhanced mechanical properties of nanocomposites at low graphene content [J]. ACS Nano, 2009, 3(12): 3884-3890.

[5] KITIPORNCHAI S, CHEN D, YANG J. Free vibration and elastic buckling of functionally graded porous beams reinforced by graphene platelets [J]. Materials & Design, 2017, 116: 656-665.

[6] YE C, WANG Y Q. Nonlinear forced vibration of functionally graded graphene platelet-reinforced metal foam cylindrical shells: internal resonances [J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 104(3): 2051-2069.

[7] YANG J, CHEN D, KITIPORNCHAI S. Buckling and free vibration analyses of functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite plates based on Chebyshev-Ritz method [J]. Composite Structures, 2018, 193: 281-294.

[8] DONG Y H, HE L W, WANG L, et al. Buckling of spinning functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite cylindrical shells: an analytical study [J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 82/83: 466-478.

[9] DONG Y H, LI Y H, CHEN D, et al. Vibration characteristics of functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite cylindrical shells with spinning motion [J]. Composites Part B: Engineering, 2018, 145: 1-13.

[10] WANG Y Q, YE C, ZU J W. Nonlinear vibration of metal foam cylindrical shells reinforced with graphene platelets [J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 85: 359-370.

[11] YANG J, CHEN Y. Free vibration and buckling analyses of functionally graded beams with edge cracks [J]. Composite Structures, 2008, 83(1): 48-60.

[12] 刘涛,周洋忻,胡伟鹏.轴向运动功能梯度梁横向振动问题的保结构分析[J].动力学与控制学报, 2022, 20(6): 101-105.

LIU T, ZHOU Y X, HU W P. Structure-preserving analysis on transverse vibration of functionally graded beam with an axial velocity [J]. Journal of

Dynamics and Control, 2022, 20(6): 101－105. (in Chinese)

[13] 周磊. 含裂纹石墨烯增强功能梯度结构的动力学行为分析[D]. 镇江: 江苏大学, 2022.
ZHOU L. Dynamic analysis of cracked functionally graded graphene nanoplatelet-reinforced structures [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2022. (in Chinese)

[14] 刘金建, 蔡改改, 谢锋, 等. 轴向运动功能梯度粘弹性梁横向振动的稳定性分析[J]. 动力学与控制学报, 2016, 14(6): 533－541.
LIU J J, CAI G G, XIE F, et al. Stability analysis on transverse vibration of axially moving functionally graded viscoelastic beams [J]. Journal of Dynamics and Control, 2016, 14(6): 533－541. (in Chinese)

[15] XU H, WANG Y Q, ZHANG Y F. Free vibration of functionally graded graphene platelet-reinforced porous beams with spinning movement via differential transformation method [J]. Archive of Applied Mechanics, 2021, 91(12): 4817－4834.

[16] DIMAROGONAS A D. Vibration of cracked structures: a state of the art review [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1996, 55(5): 831－857.

[17] CHONDROS T G, DIMAROGONAS A D, YAO J. A continuous cracked beam vibration theory [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 215(1): 17－34.

[18] BROEK D. Elementary engineering fracture mechanics [M]. Dordrecht, Netherland: Martinus Nijhoff Publishers, 1986.

[19] ERDOGAN F, WU B H. The surface crack problem for a plate with functionally graded properties [J]. Journal of Applied Mechanics, 1997, 64(3): 449.

[20] KITIPORNCHAI S, KE L L, YANG J, et al. Nonlinear vibration of edge cracked functionally graded Timoshenko beams [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 324(3/4/5): 962－982.

[21] GORMAN D J. Free Vibration Analysis of Beams and Shafts [M]. Research Supported by the National Research Council of Canada. New York: Wiley-Interscience, 1975.