文章编号:1672-6553-2023-21(9)-033-008

DOI:10.6052/1672-6553-2022-046

土壤碰撞问题的刚一散耦合动力学分析*

孙昊 刘铸永*

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院,上海 200240)

摘要 本文以探测器着陆行星土壤为背景,对土壤碰撞问题进行刚一散耦合动力学建模与仿真分析研究.结 合离散元方法和多体动力学方法,对半球壳装置土壤跌落问题进行耦合动力学仿真.通过与实验结果及有限 元仿真结果对比,验证所采用离散元方法的有效性.分析了颗粒场中颗粒尺寸、恢复系数、静摩擦系数等参 数,对碰撞中物体和颗粒场的碰撞加速度、碰撞持续时间、振动波形等动力学响应的影响.本研究将拓展对刚 一散耦合动力学问题的理论认识,为探测器着陆系统的设计提供技术支持.

关键词 刚一散耦合, 离散元法, 多体动力学, 碰撞, 数值仿真
 中图分类号:O313.4
 文献标志码:A

Rigid-Discrete Coupling Dynamic Analysis of Soil Contact/Impact Problem*

Sun Hao Liu Zhuyong[†]

(School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract In this paper, based on the background of the landing soil of the probe, the coupling dynamics modeling and simulation analysis of the soil contact problem are carried out. Combined with the discrete element method and the multibody dynamics method, the coupling dynamics simulation of the soil drop problem of the hemispherical shell device is carried out. By comparing with the experimental results and finite element simulation results, the validity of the discrete element method is verified. The effects of particle size, recovery coefficient, static friction coefficient and other parameters on the collision acceleration, collision duration, vibration waveform and other dynamic responses of the object and particle field in the collision are analyzed. This study will expand the theoretical understanding of the rigid-discrete coupling dynamics and provide technical support for the design of the landing system of the problem.

Key words rigid-discrete coupling, discrete element method, multibody dynamics, contact/impact, numerical simulation

引言

近年来,机械结构与干沙类颗粒材料间的接触

和动力学响应受到越来越多的关注和研究,如航天 领域"探月计划"中,探测器在星球表面上的着陆、 钻采机构在钻采取壤行为等等.为了这些样品的采

†通信作者 E-mail:zhuyongliu@sjtu.edu.cn

²⁰²²⁻⁰⁸⁻²² 收到第1稿,2022-09-27 收到修改稿.

^{*}国家自然科学基金资助项目(12072298,11772273,12172311), National Natural Science Foundation of China (12072298,11772273, 12172311).

样和返回任务可以顺利开展,需要设计可靠的可以 和土壤碰撞的车辆.目前,此类车辆的设计要求是 在不借助降落伞的情况下,能够承受与地面选定区 域的引导撞击.为了加深对探测器碰撞土壤环境的 研究,利用离散元方法设计虚拟试验、仿真分析其 动力学响应具有重大意义.

经典散体理论较为复杂,直接使用不利于大 规模仿真计算,为此诞生了基于简化颗粒间接触模 型的离散元(Discrete element method, DEM)仿 真方法.在对大数量级的颗粒场进行颗粒间接触检 测、对不同形状的散体颗粒简化接触模型、根据不 同实际工况引入颗粒间黏性力、柔性颗粒等更多样 的微观模型[1,2]等方面,都持续有新的进展,在进行 离散元建模时,首先要保证机械结构在颗粒环境中 的动力学响应与工程实际或相关实验结果尽可能 一致,仿真的颗粒流动要在需求的机械约束下[3,4]. 为此,需要对颗粒场的物性参数进行标定,包括颗 粒的粒径尺寸分布、颗粒的本征参数(土壤密度、弹 性模量、泊松比等)、颗粒间的接触参数(动静摩擦 因数、恢复系数,以及依赖于所用接触模型的表面 能量等),这些参数的标定选择要权衡真实土壤的 物理性质和计算效率.由于土壤较复杂的力学特性 没有足够明显适用的规律,传统的标定方法大多依 赖于土壤堆积实验,通过给定颗粒流来源的准静态 堆积测试来获得颗粒的本征参数和堆积角^[5].

然而基于准静态堆积实验得到的颗粒场标定 结果还是无法满足动力学响应剧烈的机械颗粒场 间的刚一散耦合效应,需要基于动力学的实验和仿 真标定.美国 NASA 团队已经开发了先进的技术 测试程序来挑战探测器冲击土壤的模拟,对半球壳 渗透计进行了一系列跌落测试,并采用有限元进行 了建模分析^[6,7].后续也有团队对该实验采用有限 元和离散节点法进行了研究^[8].但他们的仿真结果 与真实的实验数据还存在一定的差异,无法准确描 述半球壳碰撞土壤的动力学响应.

为了更准确快捷地反映探测器与土壤间的动 力学效应,推动离散元仿真在工程实际中的应用, 本文结合离散元方法和多体动力学方法,对土壤碰 撞问题进行刚一散耦合动力学建模与仿真,并分析 了颗粒场参数对动力学响应的影响.

1 刚一散耦合动力学模型

对于多刚体系统,其动力学建模的方法相对比

较成熟,近年来对于积分求解器的研究得得到较多 的关注^[9].对于颗粒场,可以采用离散元方法进行 仿真计算.首先需要对颗粒场物性参数进行标定, 对工况进行一定的预判断,选择合适的散体颗粒接 触模型.在完成颗粒场的建模之后,在对刚一散耦 合系统的动力学研究中,需要基于实物实验和仿真 分析进一步得到适合快速计算的简化力学模型,来 表征物体在渗透颗粒场时的阻力效应,对此国内外 有非常多的研究,包括颗粒场的阻力形式研究^[10]、 基于准静态渗透土壤研究阻力的类流体静压效 果^[11]、基于传统土力学连续土体破坏分层受力分 析^[12,13].

随着离散元方法的出现和不断发展,以往土力 学研究宏观的限制终于被突破,对颗粒接触的更细 观的研究得以进行.颗粒的接触理论主要分为有黏 与无黏两种,无黏接触的表达较为简洁,计算效率 高.而有黏接触理论下的离散元仿真可以更好地还 原土壤受到碰撞冲击后的变形破坏情况.

Hertz-Mindlin(no slip)接触模型和 Hertz-Mindlin with JKR Cohesion 接触模型来分别针对 无黏接触和有黏接触^[14],后者在前者的基础上加 入的表面凝聚力来反映颗粒间的范德华力.

Hertz-Mindlin(no slip)接触模型由于计算的 高效可靠而得到广泛的应用^[15].颗粒间的接触力分 为法向接弹性力 F_a^* 、切向弹性力 F_a^* 、法向阻尼力 F_a^* 、切向阻尼力 F_a^* 、表达式如下,

$$\begin{cases} F_{s}^{n} = \frac{4}{3}E^{*} \sqrt{R^{*}} \delta_{n}^{\frac{3}{2}} \\ F_{s}^{\tau} = -S_{\tau}\delta_{r} \\ F_{d}^{n} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_{n}m^{*}}v_{n}^{rel} \\ F_{d}^{\tau} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_{\tau}m^{*}}v_{\tau}^{rel} \end{cases}$$
(1)

其中, E^* 为当量弹性模量, R^* 为当量半径, m^* 为当量质量, 都是由相互接触的两个颗粒的对应物 性参数折合生成。 δ_n 为法向重叠量, δ_r 为切向重叠 量, v_n^{rel} 为相对速度的法向分量, v_n^{rel} 为相对速度的 切向分量, β 为阻尼比, S_n 为法向刚度, S_n 为切向 刚度.

Hertz-Mindlin with JKR Cohesion 接触模型 在 Hertz-Mindlin(no slip)理论上添加了凝聚力的 接触模型,适用于有湿度的泥土颗粒.由于接触面 在黏性效应下发生变化[见图 1(b)],法向相应的 修改如下.

颗粒间引入黏粘能,有

$$\Delta \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12} \tag{2}$$

其中, γ_1 、 γ_2 分别为两颗粒的表面自由能, γ_{12} 为界面能.



 图 1 颗粒间法向接触形式:(a)无黏接触,颗粒接触区域受挤压变形;
 (b)有黏接触,颗粒接触区域受挤压产生一定粘结,接触面积增大 Fig.1 The normal contact forms between particles:
 (a) non viscous contact: the particle contact area is extruded;
 (b) viscous contact: the particle contact area is extruded to produce a certain bond, and the contact area increases

假定此时颗粒受到的外部载荷为 F",新的接触面半径 a,则由于黏性接触导致的接触面半径 a 的修改形式为^[15]

$$a^{3} = \frac{3R^{*}}{4E^{*}} \left[F^{n} + 3\pi R^{*} \Delta \gamma + \sqrt{(3\pi R^{*} \Delta \gamma)^{2} + 6\pi R^{*} \Delta \gamma F^{n}} \right]$$
(3)

由于黏性导致的接触面发生变化,相应的两颗 粒间的法向重叠量 δ_n^{JKR} 也需要进行修正

$$\delta_n^{JKR} = \frac{a^2}{R^*} - \left(\frac{2\pi a\Delta \gamma}{E^*}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

基于新的法向重叠量更新了法向外载荷后,表 面黏性力导致的等效法向载荷 *F*^{n-JKR} 为

$$F^{n,JKR} = F^n + 3\pi R^* \Delta \gamma +$$

$$\sqrt{(3\pi R^* \Delta \gamma)^2 + 6\pi R^* \Delta \gamma F^n} \tag{5}$$

由于黏性效应,两颗粒在分开时,促使颗粒表 面分开的最大分离力的计算公式为^[15]

$$F_c^{n,JKR} = \frac{3\pi R^* \Delta \gamma}{2} \tag{6}$$

散体与刚体的动力学耦合问题,根据刚体的运 动设计可以分为两类:刚体运动已知的单向耦合动 力学问题、以及刚体运动未知的全耦合动力学问 题.当刚体为运动未知时,除了刚体间存在的约束 力、力元力、外载荷外,还有和散体系统之间的接触 力.在离散元计算中,通过接触理论计算得到散体 和刚体之间的作用力后,加入各自所受的合力与合 力矩中,再同时更新刚体和散体的速度和加速度信息,而后更新位置并进行下一步迭代.



Fig.2 Force analysis diagram of particle and rigid body

如图 2(a)所示,在 DEM 计算大尺度物体与大数量级散体颗粒间的接触作用力时,为了提高计算效率,会将复杂的颗粒间接触模型简化为弹簧阻尼系统,而将接触理论归并到切向与法向的刚度系数和阻尼系数的计算中去.

根据牛顿一欧拉方程,对于单个颗粒,有: $\begin{cases}
\boldsymbol{m}_{i} \ddot{\boldsymbol{r}}_{i} = \sum (\boldsymbol{F}_{nij} + \boldsymbol{F}_{tij}) - (\boldsymbol{F}_{bni} + \boldsymbol{F}_{bti}) + \boldsymbol{m}_{i}g \\
\boldsymbol{J}_{i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i} = \boldsymbol{M}_{i} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{i} \boldsymbol{J}_{i} \boldsymbol{\omega}_{i}
\end{cases}$

(7)

其中, m_i 、 J_i 为单个颗粒的质量阵、转动惯量阵; r_i 、 ω_i 为位置坐标阵和角速度阵; i、j 为发生接 触的颗粒编号, F_{nij} 、 F_{iij} 为该颗粒周围发生接触 的颗粒对其的法向和切向接触力, F_{bni} 、 F_{bii} 为颗 粒对刚体的法向和切向作用力, M_i 为外力矩阵.

对于单个刚体,有:

$$\begin{cases} \boldsymbol{m}_{rigid} \, \boldsymbol{\ddot{r}}_{rigid} = \boldsymbol{F}_{k} + \boldsymbol{F}_{c} + \boldsymbol{F}_{b} + \boldsymbol{F}_{t} \\ = -K\boldsymbol{r}_{rigid} - C\boldsymbol{\dot{r}}_{rigid} + \\ \sum (\boldsymbol{F}_{bni} + \boldsymbol{F}_{bti}) + \boldsymbol{F}_{t} \end{cases}$$
(8)

其中,rigid 表示刚体. **F**_{bni}、**F**_{bti}为刚体受到的接触 颗粒的法向和切向作用力, K、**F**_k为刚体所受刚 度阵和弹性力, C、**F**_c为刚体所受阻尼阵和阻尼 力, **F**_t为刚体所受其余外界约束力和载荷, **M**为 外力矩阵.m、J为质量阵和转动惯量阵,r、 ω 为位置坐标阵和角速度阵.

在实际计算中,刚体系统和散体颗粒场在每个 时间步分别计算速度、位移,再更新信息后重新计 算接触力.当考虑多体系统问题时,多刚体系统动 力学方程有

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{rigid} \boldsymbol{\ddot{q}} + \boldsymbol{\Phi}_{q}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{Q} = 0 \\ \boldsymbol{\Phi} = 0 \end{cases}$$
(9)

其中,q、q 、q 为多体系统的位移和加速度阵; M_{rigid} 为多体系统的质量阵; Φ 为约束力阵; λ 为拉格朗 日乘子阵;外力阵 Q 包含重力阵、力元阵以及含颗 粒接触力的外载荷阵.

对于散体颗粒场的大规模计算,目前常用的方 法为将颗粒场做网格划分和接触检测,创建每个颗 粒的邻接关系列表,而后计算接触力并更新位移、 速度信息,由于离散元天然的并行特性,GPU加速 算法被提出和不断改进^[16,17].

刚一散耦合系统的动力学仿真可以通过多体 系统动力学软件 ADAMS 和离散元软件 EDEM 联 合仿真来实现,EDEM 将散体和刚体间的接触力 反馈给 ADAMS,ADAMS 又传递回更新的刚体位 移、速度信息.信息的交互如图 3.



2 土壤碰撞问题的离散元建模与仿真

本节采用离散元法对半球壳装置跌落土壤进 行耦合动力学建模与仿真,探究离散元理论在处理 半球壳碰撞工况中的准确性.

下面介绍美国 NASA 团队的半球壳装置跌落 土壤实验.1998年11月,美国团队在犹他州测试与 训练场(UTTR)上进行了低速渗透计跌落测试,将 半球壳渗透计从空中坠入软粘土中.此外,在 2000 年9月,他们又在 UTTR上通过直升飞机以45m/s 的冲击速度对半球壳渗透计进行了一系列跌落测 试,跌落了不同直径的半球形渗透仪,以提供一系 列设计参数的选定数据,以支持样品返回任务^[6].



图 4 半球壳装置跌落土壤实验^[6] Fig.4 Falling soil experiment of hemispherical shell device

图 4 中的半球壳渗透计半径 0.408m,以一定 初速度撞击土壤后,在地面形成撞坑对土壤结构产 生了明显的破坏.虽然这种破坏形式与连续介质模 型有了一定出入,但不能借此说明连续介质模型的 计算结果就不能达到要求,尤其是如果只考虑半球 壳渗透计的动力学响应,而将土壤层看作是一个黑 箱子,只提供力的反馈而不考虑真实形变,故而在 NASA 团队进行了有限元仿真分析后,北大刘才山 教授团队通过 Ducker-Prager 强度准侧建立了散 体场的有限元模型,并进行了仿真分析^[7].

在建立离散元模型时,采用 NASA 团队一系 列实验中的一个工况:半球壳质量 12.05kg,半球壳 外半径 0.408m,与土壤碰撞前初速度为 34.97m/s. 刚体和散体的仿真计算步长均为 0.001s.进行碰撞 的半球壳模型与 NASA 实物实验模型参数一 致^[6].同时对于颗粒粒径大小的设置应该适当,当 颗粒粒径设计过大,会提高仿真耗时;当颗粒粒径 设计过小时,会极大增加仿真耗时,同时会令固壁 边界对内部颗粒运动的影响增大,导致结果出现一 定的失真.关于颗粒场计算域大小,需要在保证碰 撞效果影响不显著的情况下尽可能减小计算域,从 而减少颗粒数量、提高计算效率.通过测试布置了 约 105 的颗粒,采用 GPU 加速后一个工况计算耗 时约 15 分钟.关于颗粒的大小和摩擦等参数,将颗 粒场建模视作保证物体碰撞动力学响应的黑盒子, 确保物体碰撞后的重要动力学指标与实物实验基本一致,则可以对颗粒的尺寸和物理参数进行适当的修改和简化,从而降低仿真的实施难度.

如图 5(a)即为离散元模型的正视图.针对湿润 土壤引入 Hertz-Mindlin with JKR Cohesion 接触 模型.表1给出了颗粒场建模参数包括恢复系数、 静摩擦系数、滚动摩擦系数、表面能量密度以及土 壤颗粒尺寸等.



(a) 函数加强空水息图 (a) Schematic diagram of discrete element model



(b)碰撞示意图(颗粒以速度矢量替代) (b) Collision diagram (particles are replaced by velocity vectors)

图 5 半球壳跌落土壤离散元建模 Fig.5 DEM modeling of hemispherical shell falling soil

表 1 EDEM 建模参数 Table 1 EDEM modeling parameters

Particles	Value	Hemispherical shell V	alue
Radius(mm)	20	Radius(mm)	408
$Density(kg/m^3)$	2203	Weight 12	2.05
Poisson's ratio	0.3	Poisson's ratio	0.3
Shear modulus(kPa)	1538	Shear modulus(GPa)	45
Restitution coefficient	0.66	Recovery coefficient	0.5
Static friction coefficier	nt 0.6	Static friction coefficient	0.6
Rolling friction coefficier	nt 0.25	Rolling friction coefficient	0.01
Surface energy density (J/m^2)	0.8		

采用刚体模型和离散元模型进行联合仿真,半 球壳跌落土壤时的冲击加速度曲线如图 6.将 NASA有限元仿真、北大有限元仿真、本文离散元 仿真的结果和实验结果进行对比,可见离散元计算 的最大碰撞加速度与实验基本一致.实验中半球壳的最大加速度为 1195g,而离散元仿真结果为 1182g,验证了所采用离散元法的有效性.



对比离散元和有限元的仿真结果,可以发现在 加速度曲线的初始上升段与实物实验吻合更加良 好;尽管发生最大加速度的时刻略有偏差,但是最 大加速度值准确;在加速度曲线的下降段,离散元 的结果更加光滑,没有明显的振动现象,与实验更 加贴近.

3 颗粒场参数对动力学响应的影响

为了进一步分析刚体和散体碰撞时动力响应 对于颗粒场参数的敏感性,对半球壳土壤跌落离散 元模型中颗粒尺寸、颗粒间恢复系数、颗粒间静摩 擦系数进行仿真分析.

主要选取以下指标对动力学响应进行评价: (1)半球壳碰撞土壤的最大加速度.由最大加速度 可以计算结构受力,而该实验的目的就在于为设计 可以直接高空降落地面的采样车提供机构外载荷 极限的分析;(2)半球壳碰撞土壤的加速度变化波 形.这可以反映结构受冲击时的振动特性;(3)脱离 地面初速度.在确定碰撞前初速度的情况下,这在 一定程度上表征了土壤层的整体恢复系数,对联系 细观模型和宏观现象有一定指导意义;(4)碰撞持 续时间.由冲量定理可知,由于实验得到的碰后脱 离地面速度为小量,所以半球壳所受的总冲量基本 不变,当碰撞持续时间越短时,半球壳所受的平均 碰撞力就越大,结构受到损伤就越大,所以需要分









 (b) 反弹速度与颗粒恢复系数关系
 (b) Relationship between rebound velocity and particle recovery coefficient
 图 8 不同恢复系数下半球壳动力学响应变化
 Fig.8 Dynamic response of hemispherical shell under different recovery coefficients

0.4

0.5

Restitution coefficient

0.6

0.7

0.8

0.0 L 0.1

0.2

0.3

首先接触模型中的选取不同的颗粒尺寸,对不 同质量的探测器碰撞颗粒场进行一系列仿真,探究 颗粒尺寸和动力学响应之间的定性关系.由图 7 可 见,土壤颗粒所设计的尺寸大小和半球壳跌落土壤 受到的最大冲击加速度呈现了良好的线性特征,最 大加速度随着土壤颗粒尺寸单调递减.因为最大冲 击加速度是评价碰撞极为重要的指标,可见颗粒尺 寸对半球壳的加速度曲线形状影响最大.

如图 8 所示,随着恢复系数的增大,在半球壳 跌落土壤的动力学过程中,其最大碰撞加速度存在 波动性递增,在碰撞结束时脱离地面速度基本单挑 递增,碰撞持续时间基本保持稳定.



由图 9 可见,静摩擦系数对于碰撞持续时间和 脱离地面初速度的定性影响最为显著.而半球壳脱 离地面的初速度如果与碰撞前初速度作比较,则可 以表征地面整体和半球壳在碰撞时表现出的宏观 恢复系数,有进一步研究模型参数和宏观动力学碰 撞特性的价值.

由图 7~图 9 可知,土壤颗粒尺寸、恢复系数、

静摩擦系数等对于选定的动力学指标具有一定的 定性关系,这些指标可以有助于快速选定模型参 数,但还需要进一步判断半球壳加速度的整体变化 和振动特性与颗粒参数间的关系.如图 10 所示,可 以发现颗粒尺寸对半球壳的加速度曲线形状影响 最大.当颗粒尺寸较小时,冲击效应明显,加速度快 速增加至最大值,而后快速降低趋于稳定,可以认 为土壤材料一定程度上呈现了一种刚性特征;当颗 粒尺寸较大时,初始碰撞时刻存在柔性过度,加速 度有从0开始光滑变化的过程,且加速度从最大值 进入下降段后逐渐产生振动.



Fig.10 Acceleration change curve of hemispherical shell



ig.11 Influence relationship between particle calibratic parameters and dynamic response

图 11 给出了离散元颗粒参数与半球壳跌落土 壤的动力学响应之间的定性影响关系.对于探测器 本身的动力学响应进行分析,可以发现颗粒尺寸明 显影响了碰撞的加速度整体波形以及加速度最大 值;恢复系数对碰撞颗粒场弹起地面的速度产生明 显影响;静摩擦系数则更多地影响碰撞的持续时 间.而表面能量密度更多的是影响土壤受冲击后的 破坏形态,滚动摩擦系数则更多的影响了计算效 率,在大冲击下两者对于半球壳各指标的影响较 小.这一系列定性关系有助于利用碰撞仿真实验结 果来快速标定颗粒场的参数,使得仿真结果能更好 地符合工程实际,具有一定的指导价值.

4 结论

探月计划等外太空登陆问题大量涉及探测器 降落、碰撞土壤的动力学问题,随着探测器机构设 计制造发展的日新月异,对于探测器碰撞土壤的快 速建模策略和动力学特性准确仿真都提出了更高 要求.

本文以探测器着陆土壤为背景,对土壤碰撞问 题进行刚一散耦合动力学建模与仿真分析研究.结 合离散元方法和多体动力学方法,对半球壳装置土 壤跌落问题进行耦合动力学仿真.通过与实验结果 及有限元仿真结果对比,验证所采用离散元方法的 有效性,分析了颗粒场中颗粒尺寸、恢复系数、静摩 擦系数等参数,对碰撞中物体和颗粒场的碰撞加速 度、碰撞持续时间、振动波形等动力学响应的影响. 仿真结果表明,颗粒尺寸可以以确定土壤阻力的峰 值大致区间以及整体振动波形;恢复系数则影响碰 撞的最大加速度以及物体小幅度反弹的速度;静摩 擦系数通过影响颗粒间能量传递和运动,在宏观上 一定程度地影响碰撞的持续时间.而 Hertz-Mindlin with JKR Cohesion 接触模型的表面能量密度 参数更多的是影响土壤受冲击后的破坏形态.颗粒 间的滚动摩擦系数对计算效率影响更大.本研究将 拓展对刚一散耦合动力学问题的理论认识,为探测 器着陆系统的设计提供技术支持.

参考文献

- [1] GUO Y, CURITIS J S. Discrete element method simulations for complex granular flows [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2015, 47(1): 21-46.
- HOU Q F, DONG K J, YU A B. DEM study of the flow of cohesive particles in a screw feeder [J].
 Powder Technology, 2014, 256: 529-539.
- [3] ZHAO D, TANG D, HOU X, et al. Soil chip convey of lunar subsurface auger drill [J]. Advances in Space Research, 2016, 57 (10): 2196-2203.

- [4] OWEN P J, CLEARY P W. Screw conveyor performance: comparison of discrete element modelling with laboratory experiments [J]. Progress in Computational Fluid Dynamics, 2010, 10 (5): 327 – 333.
- [5] 张锐,韩佃雷,吉巧丽,等. 离散元模拟中沙土参数
 标定方法研究 [J]. 农业机械学报,2017,48(3):
 49-56.

ZHANG R, HAN D L, JI Q L, et al. Calibration methods of sandy soil parameters in simulation of discrete element method [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(3): 49-56. (in Chinese)

- [6] FASANELLA E L, JONES Y, KNIGHT N F, et al. Low-velocity earth-penetration test and analysis
 [C]. 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Anaheim, American, 2001.
- [7] 杨雷,马炜,闫军,等.土壤碰撞接触问题的离散节 点方法 [J].北京大学学报:自然科学版,2009,45 (6):919-924.

YANG L, MA W, LIU C S, et al. A numerical method for the contact/impact problems of soil [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2009,45(6): 919-924. (in Chinese)

[8] 彭政.颗粒介质的阻力形式研究[D].北京:中国科 学院物理研究所,2006.

> PENG Z. Study on the form of drag force in granular medium[D]. Beijing: Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, 2006. (in Chinese)

[9] 任辉,周平.多体系统动力学的常用积分器算法
 [J].动力学与控制学报,2021,19(1):1-28.
 REN H, ZHOU P. Implementation details of dae integrators for multibody system dynamics [J].

Journal of Dynamics and Control, 2021,19(1):1-28. (in Chinese)

- [10] KANG W T, FENG Y, LIU C S. Archimedes' law explains penetration of solids into granular media [J]. Nature Communications, 2018, 9:1101.
- [11] 杨传潇,丁亮,唐德威,等.机器人单足系统一沙土 塑性接触力学建模及验证[J].机器人,2019,41 (4):473-482.
 YANG C X, DING L, TANG D W, et al. Modeling and verification of plastic Interaction mechanics between robotic single-legged system and sand [J]. Robot, 2019,41(4):473-482. (in Chinese)
- [12] KRIZOU N, CLARK A H. Power law scaling of early-stage forces during granular impact [J]. Physical Review Letters, 2019, 124:178002.
- [13] 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 15-30.
 SUN Q C, WANG G Q. Introduction to granular matter mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2009: 15-30. (in Chinese)
- [14] HAN D L, ZHANG R, ZHANG H, et al. Mechanical performances of typical robot feet intruding into sands [J]. Energies , 2020, 13 (8): 1867.
- [15] MINDLIN R D. Compliance of elastic bodies in contact [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1949,16: 259-268.
- GAN J Q, EVANS T, YU A B. Application of GPU-DEM simulation on large-scale granular handling and processing in ironmaking related industries
 [J]. Powder Technology, 2020,361: 258-273.
- [17] LU L Q. GPU accelerated MFiX-DEM simulations of granular and multiphase flows [J]. Particuology, 2022, 62:14-24.