

# 基于 Kriging 模型的航空发动机 管道系统有限元模型修正\*

陈奕丰<sup>1</sup> 范鑫<sup>2</sup> 魏莎<sup>1,3†</sup> 郑冰月<sup>1</sup> 丁虎<sup>1,3</sup> 陈立群<sup>1,3</sup>

(1. 上海大学 力学与工程科学学院, 上海 200444)

(2. 中国科学技术大学 工程科学学院, 合肥 230026)

(3. 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

**摘要** 为获得精确可靠的航空发动机外部管道结构动力学模型,采用将 Kriging 模型与多目标遗传算法(MOGA)相结合的模型修正方法进行有限元模型修正.首先进行管道模型的模态试验和有限元建模,分别获得模态参数的试验值和有限元分析值;然后在合理的参数选取和试验设计(DOE)的基础上,拟合得到 Kriging 模型;最后基于 Kriging 模型采用多目标遗传算法进行有限元模型修正,并对比了不同修正方法的精度和修正效果.结果表明:采用 Kriging 模型进行有限元模型修正可以有效提升修正效果,获得更为准确的有限元模型;对于航空发动机管道系统,基于 Kriging 模型的模型修正方法相较于基于灵敏度分析的模型修正方法具有更高的修正效率和修正精度.

**关键词** 管道, 有限元模型修正, 模态分析, Kriging 模型, 灵敏度分析

**中图分类号**:V233;TH113.1

**文献标志码**:A

## Finite Element Model Updating of an Aeroengine Pipe System Based on Kriging Model\*

Chen Yifeng<sup>1</sup> Fan Xin<sup>2</sup> Wei Sha<sup>1,3†</sup> Zheng Bingyue<sup>1</sup> Ding Hu<sup>1,3</sup> Chen Liqun<sup>1,3</sup>

(1. School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(2. School of Engineering Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(3. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai 200072, China)

**Abstract** In order to obtain an accurate and reliable dynamic model of aeroengine external pipe structures, the finite element model (FEM) is updated by combining the Kriging model with the multi-objective genetic algorithm (MOGA). Firstly, both the modal test and the finite-element analysis are conducted to identify the dynamic characteristics of the pipeline model. Then, based on the selected parameters and Design of Experiment (DOE), the Kriging surrogate models of the FEM of pipe are set up by means of fitting. Finally, based on Kriging surrogate models, the FEM is updated by MOGA; the comparison is conducted on the accuracy and updating effect of different model updating methods. The results show that the Kriging surrogate model can be applied to update the FEM, which will greatly improve the efficiency and accuracy in calculation. The Kriging model method has obvious advantages over the sensitivity analysis method for aeroengine pipe structure.

**Key words** pipe, finite element model updating, modal analysis, Kriging model, sensitivity analysis

2022-08-17 收到第 1 稿,2022-09-13 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金(12072181,11702170)和机械系统与振动国家重点实验室课题资助项目(MSV202105),National Natural Science Foundation of China (12072181,11702170) and the State Key Laboratory of Mechanical Systems and Vibration (MSV202105).

† 通信作者 E-mail:weisha1219@126.com

## 引言

航空发动机外部管路是航空发动机的重要组成部分,如同血管一般为航空发动机输送燃料、液压油等工作介质.由于航空发动机外部管路具有结构的复杂性、激励的多源性以及耦合的关联性,在其工作过程中极易发生管路系统共振,从而降低整个系统的安全可靠性<sup>[1,2]</sup>.目前航空发动机管路的振动特性分析多聚焦于流固耦合方面,缺少对管道模型结构本身的研究.为此,针对航空发动机外部基本管道建立精确的有限元模型是十分必要的.

在工程设计阶段,基于已有参数建立的有限元模型由于受到局部网格划分、材料参数不确定以及模型固有的阶次误差、离散误差等因素的影响<sup>[3]</sup>,有限元模型预测结果与实验结果之间会存在一定误差,从而使得初始模型很难反映实际几何结构.为保证模型的状态预测、分析与评估具有实际意义,需要基于模态试验数据对初始有限元模型加以修正.有限元模型修正的本质在于通过修正有限元模型中的相关参数,缩小有限元模拟结果与试验实测结果之间的误差,从而建立起更高精度的有限元模型,以替代实际结构进行分析与监测.

传统的模型修正方法主要分为矩阵法和参数法<sup>[4]</sup>.参数法通过调整设计参数以实现修正目标,同矩阵法相比更容易在工程中实现应用.代理模型方法是参数法中应用十分广泛的一种.所谓代理模型,通常是指在分析和优化设计过程中可替代那些比较复杂和费时的数值分析的近似数学模型,也称为响应面模型、近似模型或元模型<sup>[5,6]</sup>.使用代理模型方法可以极大地提高计算效率,还能同其他优化算法相结合.常用的代理模型有多项式响应面模型<sup>[7,8]</sup>、径向基函数模型<sup>[9,10]</sup>和 Kriging 模型<sup>[11,12]</sup>等.Kriging 模型是一种基于随机过程的代理模型,被称为样本点的无偏线性估计函数<sup>[13]</sup>.Kriging 模型在结构优化与可靠性分析领域中应用广泛,其优势在于针对非线性结构进行模型修正具有较强的适用性,在较少样本点的情况下依然能保障较高的修正精度.该模型不仅在地质、水文、气象、环境科学等自然科学领域得到应用,也在航空航天、汽车等工程科学领域得到研究、发展和应用<sup>[14]</sup>.例如,王文竹等<sup>[15]</sup>引入 Kriging 模型,对鼓式制动器稳定性进行了优化设计,抑制了制动噪声;张文鑫等<sup>[16]</sup>使

用自适应 Kriging 结合 Monte Carlo 模拟以及所提停止准则计算了涡轮盘盘心低周疲劳寿命可靠性,验证了该方法的可靠性;Cui 等<sup>[17]</sup>将 Kriging 模型引入空间仪器的热模型修正中,使模型区域的温度值与热平衡实验结果相接近;Yin 等<sup>[18]</sup>构建了 Kriging 模型、二次多项式模型和径向基函数模型三种代理模型,针对平面桁架有限元模型进行了有限元模型修正,并对比了三种方法的异同.

本文以航空发动机管道模型为研究对象,通过模态试验和有限元建模得出管道模态试验值和有限元分析值,然后选取合适的待修正参数和试验设计(Design of Experiment, DOE)方法,构建出 Kriging 代理模型.利用构建好的代理模型代替有限元模型,基于多目标遗传算法(multi objective genetic algorithm, MOGA)实现对管道模型的有限元模型修正.通过将采用 Kriging 模型的修正结果与灵敏度分析方法的修正结果进行对比,验证了所用模型修正方法的可行性.

## 1 管道模态试验

### 1.1 模态试验方案

选取某航空发动机管道模型作为研究对象.管道部件由导管、堵头、锁紧螺母、支座、垫圈、直通管接头、扩口式平管嘴和外套螺母构成,管道模型结构如图 1 所示.

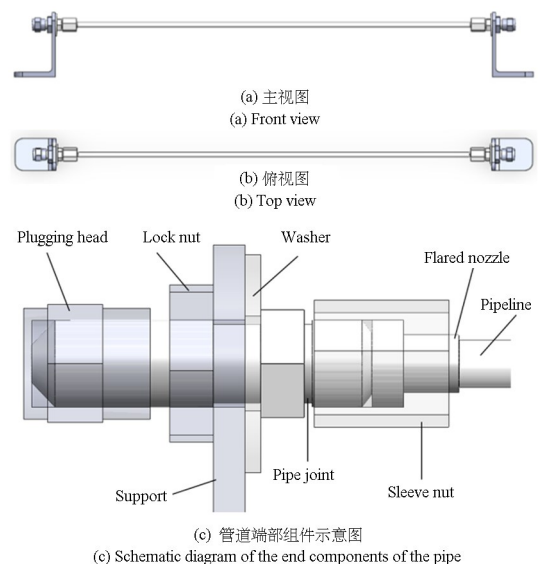


图 1 管道模型结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of the pipe model structure

模型中导管为两端带扩口的直径 6mm,壁厚 0.6mm 的 500mm 不锈钢直管,密度为 7930 kg/m<sup>3</sup>,弹性模量为 194GPa,泊松比为 0.3.导管与支座之间采用螺栓连接方式,外套螺母和管嘴起到导管与直通管接头之间的密封连接作用.整体模型通过沉头螺栓紧固安装在铸铁试验台上,最大程度降低了环境的影响.由于本文主要分析管道系统中硬管干模式下的振动特性,故忽略模型两端软管及其连接件,模型各组件材料参数如表 1 所示.

表 1 管道模型各组件材料参数

Table 1 Material parameters for each component of the pipe model

Assembly unit	Density (g · cm <sup>-3</sup> )	Modulus of elasticity/GPa	Poisson ratio
Pipeline	7.930	194	0.3
Plugging head	7.850	210	0.31
Lock nut	7.850	210	0.31
Washer	11.344	17	0.42
Pipe joint	7.850	210	0.31
Sleeve nut	4.510	110	0.34
Flared nozzle	7.930	194	0.3
Support	2.810	71	0.33

为分析系统模态特性,选用 LMS 数据采集仪、PCB 冲击锤和 PCB 单轴加速度传感器对管道模型进行模态试验,试验模态测试系统如图 2 所示.

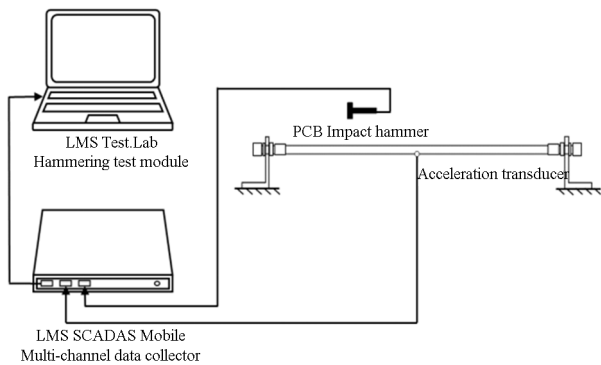


图 2 试验模态测试系统示意图

Fig.2 Schematic diagram of mode test system

在试验模态测试过程中,利用冲击力锤施加脉冲激励,采用单点激励多点响应的形式<sup>[19]</sup>,将力传感器信号和拾振点处单轴加速度传感器信号反馈给数据采集系统,采集输入输出信号,基于多参考点最小二乘复频域方法(Polyreference least-squares complex frequency-domain method, Poly-

MAX)<sup>[20]</sup>对输入输出信号进行分析处理,进而获得系统模态参数.在导管表面从端部起每隔 50mm 布置一个测点,共布置 11 个测点,如图 3 所示.为确保试验结果真实有效,每次敲击均由同一名试验人员依次对测点进行横向激励并进行 5 次有效平均.



图 3 测点布置示意图

Fig.3 Schematic diagram of measurement points

### 1.2 试验结果分析

基于上述试验测试方案,得出管道模型前 5 阶模态频率为 128.76Hz、218.62Hz、409.37Hz、651.56Hz、1049.762Hz.试验模型的前 5 阶模态振型如图 4 所示.

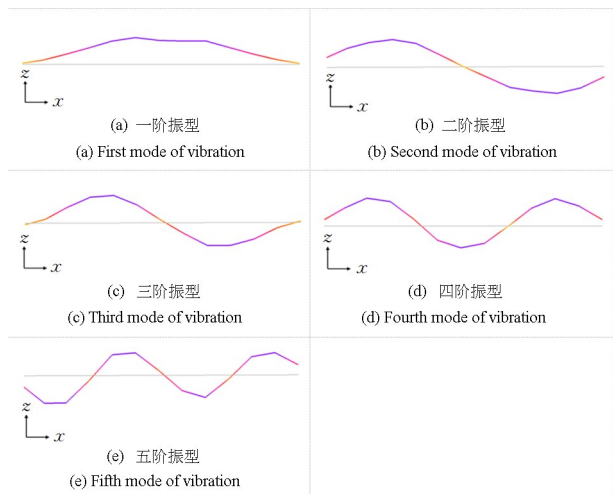


图 4 模型前 5 阶模态振型示意图

Fig.4 Schematic diagram of the first five modal shapes of the system

管道模型整体在  $-z$  方向力锤激励下发生横向振动,随着模态阶次的增加,振型中波数和节点数随之增加.由第二阶振型、第四阶振型和第五阶振型可以明显看出,管道端部存在较大的位移.因此,建模时不能仅将导管端部视为固定端约束,需要考虑到管道端部连接结构对试验模型整体模态的影响.

## 2 管道有限元建模及分析

针对直管管道试验模型,采用 SOLIDWORKS 三维建模软件和 ANSYS 有限元软件进行了有限元建模、网格划分和动力学特性分析.在 ANSYS 中建立的有限元模型如图 5 所示.导管部分采用六面体单元(HEXA)划分网格,两端连接组件及支座部分采用四边形单元(QUAD4)划分网格,共 25309 个单元.根据接触设置分析算例<sup>[21]</sup>并结合工程实际,将与直通管接头外圆柱面接触的外套螺母、锁紧螺母、堵头等组件与直通管接头之间的接触方式设置为绑定接触,其余接触均设置为粗糙接触,支座底面设置为固定端约束面.

使用 ANSYS 对有限元模型进行模态分析,提取前 5 阶模态参数结果,模态频率的对比结果如表 2 所示.有限元分析结果与实测模态结果中,模态频

率误差在 20% 以内,各阶振型无较大差异,具有一定的相关性.同时,实测模态频率与有限元分析结果相比最大误差达到 8.60%,各阶误差均超过 5%,超出工程实际中可接受的范围,有必要进行有限元模型修正.

为探究支座及管接头组件对有限元模型的影响,建立了去除全部管接头组件的有限元模型 A 和仅去除支座的有限元模型 B 并分别进行模态分析,模态频率结果如表 2 所示.模型 A 的最大误差达到 76.58%,模型 B 的最大误差达到 93.75%,误差远超过工程实际中可接受的范围,模型 A 和模型 B 与实际结构之间存在振型不匹配现象.相比于模型 A 和模型 B,完整模型的模态参数更加接近于实测模态参数.可见支座和管接头连接组件对试验模型整体模态参数具有较大影响,建模时应予以保留.

表 2 计算模态频率与实测模态频率的对比

Table 2 Comparison of calculated modal frequencies and measured modal frequencies

Mode	Measured value/Hz	Complete model		Model A		Model B	
		Calculated value/Hz	Error/%	Calculated value /Hz	Error /%	Calculated value /Hz	Error /%
1	128.76	136.43	5.96	129.93	0.91	143.71	11.61
2	218.62	231.03	5.68	357.37	63.47	394.34	80.38
3	409.37	434.44	6.12	698.54	70.64	768.79	87.80
4	651.56	696.64	6.92	1150.50	76.58	1262.40	93.75
5	1049.76	1140.00	8.6	1711.20	63.01	1870.70	78.20



图 5 系统有限元模型

Fig.5 Finite element model of the system

## 3 管道有限元模型修正

基于 Kriging 模型的有限元模型修正流程如图 6 所示,可大致概括为 3 个主要流程:①将模态试验实测数据与有限元模型模拟结果进行自由度匹配与相关性分析,确保有限元模型与实际结构具有一定的相关性.其中,若有限元分析频率与实测模态频率的误差在 20% 以内且有限元分析振型与实测模态振型之间无较大差异,则视为满足相关性条件.②Kriging 模型的生成.首先选取合适的待修正参数并进行试验设计,使得在一定的样本空间内

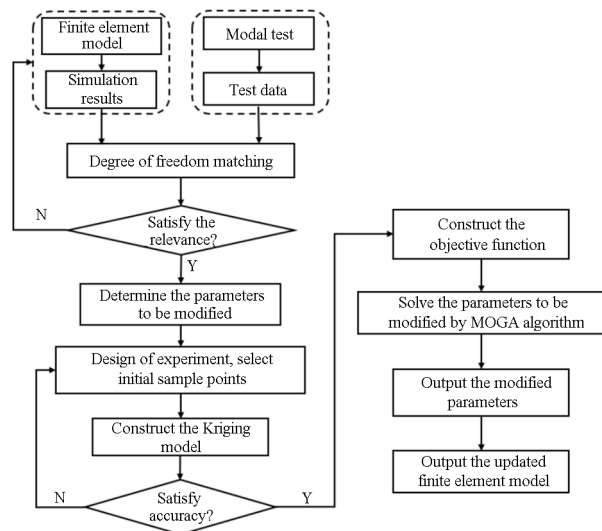


图 6 基于 Kriging 模型的有限元模型修正流程图

Fig.6 Flow diagram of finite element model updating based on the Kriging model

最大化获取修正空间内信息.常用的试验设计方法

有正交设计、均匀设计、D 最优设计、中心复合设计抽样、拉丁超立方抽样等。之后基于训练样本拟合 Kriging 模型并检验模型精度直至符合精度要求。  
 ③针对目标函数的修正。在所拟合的 Kriging 模型的基础上,构建目标函数,之后引入如遗传算法、退火模拟算法、粒子群算法等优化算法对目标函数进行迭代处理,获取参数修正值。

### 3.1 参数筛选与试验设计

根据工程经验,初选结构中部分组件的材料参数和几何参数作为待修正参数。管道模型中选择的修正对象有导管密度、导管弹性模量、支座密度、支座弹性模量、外套螺母密度、外套螺母弹性模量等 6 个材料参数及导管内径、直通管接头长度、垫圈厚度、外套螺母长度等 4 个几何参数共 10 个参数。基于斯皮尔曼(Spearman)等级相关系数<sup>[22]</sup>,分析各初选几何参数和材料参数对前 5 阶模态频率的灵

敏度。选取显著性水平为 0.05,对各待修正参数设置上下 2% 的微小变化,如表 3 所示。

计算前五阶频率对各参数的灵敏度,如图 7 所示。结合工程经验,剔除灵敏度相对较小的参数,选取导管内径  $d$ 、导管密度  $\rho_1$ 、导管弹性模量  $E_1$  和支座弹性模量  $E_2$  四个参数作为待修正参数。

试验设计方法采用拉丁超立方抽样方法,共选取了 25 个样本点,如表 4 所示。拉丁超立方抽样是一种基于分层抽样思想的方法,将变量的概率分布函数分成数个互不重叠的等概率子区间,然后在每个子区间内进行独立随机采样,确保能在每个子区间内精确采样<sup>[23]</sup>。

表 3 设计参数取值范围  
 Table 3 Range of design parameters

Design parameters	Initial value	Lower limit	Upper limit
Pipeline density $\rho_1 / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	7.93	7.771	8.089
Elastic modulus of pipeline $E_1 / \text{GPa}$	194	190.120	197.880
Support density $\rho_2 / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	2.81	2.754	2.866
Elastic modulus of support $E_2 / \text{GPa}$	71	69.580	72.420
Sleeve nut density $\rho_3 / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	4.51	4.420	4.600
Elastic modulus of sleeve nut $E_3 / \text{GPa}$	110	107.800	112.200
Inner diameter of pipeline $d / \text{mm}$	4.8	4.704	4.896
Pipe joint length $L_1 / \text{mm}$	47	46.060	47.940
Washer thickness $t / \text{mm}$	2	1.960	2.04
Sleeve nut length $L_2 / \text{mm}$	17	16.660	17.340

表 4 拉丁超立方抽样设计

Table 4 Latin hypercube sampling design

Sample No.	$d$	$\rho$	$E_1$	$E_2$
1	4.800	7.803	176.928	70.432
2	4.954	8.247	200.208	69.864
3	4.339	7.930	206.416	66.456
4	4.877	8.628	195.552	69.296
5	4.416	7.422	184.688	74.976
6	5.222	8.120	183.136	76.112
7	4.838	8.311	201.760	75.544
8	5.184	7.549	197.104	71.000
9	4.608	8.374	186.240	73.840
10	4.531	7.486	212.624	77.816
11	4.685	7.296	175.376	64.752
12	4.493	8.564	192.448	71.568
13	4.761	8.501	187.792	68.160
14	4.992	7.740	207.968	65.320
15	4.646	8.691	181.584	76.680
16	5.107	7.676	203.312	68.728
17	5.069	7.613	190.896	77.248
18	4.915	7.993	209.520	65.888
19	4.454	7.232	189.344	67.024
20	4.378	8.184	211.072	67.592
21	4.723	8.057	198.656	74.408
22	5.146	8.438	178.480	64.184
23	5.261	7.867	204.864	72.136
24	4.570	7.359	180.032	73.272
25	5.030	7.169	194.000	72.704

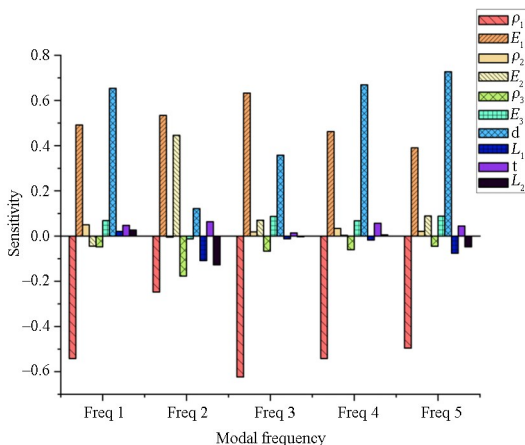


图 7 参数灵敏度分析

Fig.7 Parameter sensitivity analysis

### 3.2 Kriging 模型构造

Kriging 模型是一种基于随机过程的半参数化

模型,由线性回归部分和非参数随机部分组成.对于一组给定的输入参数和输出响应  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m]^T$  和输出响应  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ , Kriging 模型的数学形式可表示为

$$y(\mathbf{x}_i) = \sum_{l=1}^p \beta_l f_l(\mathbf{x}_i) + z(\mathbf{x}_i) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_i) \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}_i) \quad (1)$$

式中,  $f_l(\mathbf{x}_i)$  是基函数,  $\beta_l$  是基函数系数,  $z(\mathbf{x}_i)$  为拟合偏差函数, 是对模型局部偏差的近似,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i) = [f_1(\mathbf{x}_i), f_2(\mathbf{x}_i), \dots, f_p(\mathbf{x}_i)]^T$  是关于样本  $\mathbf{x}$  的多项式向量,  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]^T$  是线性回归系数向量,  $z(\mathbf{x})$  服从正态分布  $N(0, \sigma_z^2)$  并具有非零协方差, 其协方差表达式为

$$\text{Cov}[z(\mathbf{x}_i), z(\mathbf{x}_j)] = \sigma_z^2 \mathbf{R} \quad (2)$$

式中,  $z(\mathbf{x}_i)$ ,  $z(\mathbf{x}_j)$  为任意两个样本点  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{x}_j$  的局部偏差;  $\mathbf{R}$  是由  $R_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  组成的相关函数矩阵.  $R_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  是一种可选定的相关函数, 表示任意两个样本点间的空间相关性. 本文选取工程中常用的高斯函数作为相关函数, 其形式如下

$$R_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\sum_{k=1}^n \theta_k |x_i^k - x_j^k|^2\right) \quad (3)$$

式中,  $x_i^k$  和  $x_j^k$  分别为样本点  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{x}_j$  的第  $k$  个分量;  $n$  为设计变量的数目;  $\theta_k$  为未知的相关系数, 控制不同维度上的相关衰减率.

在训练 Kriging 模型中的参数时, 通常使用最大似然估计. 样本点的似然函数可表示为:

$$L = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma_z^2)^m |\mathbf{R}|}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma_z^2}\right] \quad (4)$$

式中  $|\mathbf{R}|$  是相关函数矩阵  $\mathbf{R}$  的行列式,  $\mathbf{F}$  为样本点处  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  向量值组成的矩阵.  $\boldsymbol{\beta}$  和  $\sigma_z^2$  的最小二乘估计可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \quad (5)$$

$$\hat{\sigma}_z^2 = [(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})] / m \quad (6)$$

将  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  和  $\hat{\sigma}_z^2$  最小二乘估计代入样本点的似然函数, 忽略常数项并取对数, 即可得到最大似然函数的对数形式为

$$-\frac{n}{2} \ln(\sigma_z^2) - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{R}| \quad (7)$$

$\sigma_z^2$  和  $\mathbf{R}$  均为  $\theta_k$  的函数, 通过优化算法求得式(7)的最大值, 即可确定  $\theta_k$  的值.

对于任意待测点  $\mathbf{x}_0$ , 最终响应的最佳线性无

偏预测结果可表示为

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_0) \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x}_0) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{r}^T(\mathbf{x}_0) = [R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1), R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_2), \dots, R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_n)]$$

基于上述 Kriging 模型理论, 采用表 4 所示的拉丁超立方设计中的样本, 拟合管道模型模态频率与四个设计变量之间的函数关系, 绘制 Kriging 响应曲面, 部分结果如图 8 所示.

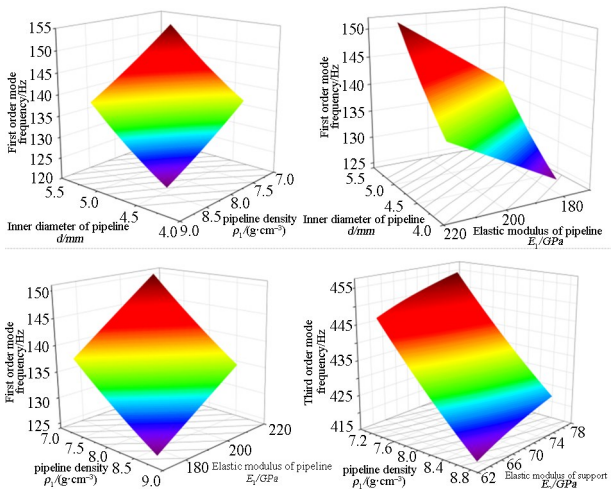


图 8 模态频率响应曲面图

Fig.8 Response diagram of modal frequencies

### 3.3 Kriging 模型拟合精度分析

为确定该模型能否代替有限元模型进行后续结构响应值的计算分析, 对 Kriging 模型进行精度校验. 常用的精度校验评价指标有: 决定系数  $R^2$ 、修正可决系数  $R_{adj}^2$ 、均方根误差 RMSE 等<sup>[24]</sup>. 本文选用决定系数和均方根误差 RMSE 两种检验标准, 如式(9)和式(10)所示.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^K (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^K (y_i - \bar{y})^2} \quad (9)$$

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K\bar{y}} \sqrt{\sum_{i=1}^K (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (10)$$

式中,  $y_i$  为设计点处有限元计算值;  $\hat{y}_i$  为响应面计算值;  $\bar{y}$  为有限元计算结果的平均值,  $K$  为样本点总数.  $R^2 \rightarrow 1$ . 表明代理模型与原模型相似度高,  $\text{RMSE} \rightarrow 0$  表示代理模型误差小. Kriging 模型精度检验结果如表 5 所示. 结果显示前五阶决定系数均为 1 且 RMSE 都接近于 0, 这表明所拟合的 Kriging 代理模型误差小、拟合精度高, 可以作为原有限

元模型的替代模型。

表 5 模态频率决定系数和均方根误差

Table 5 Determination coefficient and root mean square error of modal frequencies

Mode	$R^2$	RMSE
1	1	3.04E-09
2	1	1.62E-08
3	1	1.09E-08
4	1	2.74E-08
5	1	1.13E-07

### 3.4 模型修正及结果分析

本文以修正后的管道模型有限元模型与实际管道模型响应尽可能接近为总体目标,利用模态试验所得模态频率构建的目标函数为

$$\min F(x) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\tilde{f}_i - f_i}{\tilde{f}_i} \right)^2$$

$$\text{s.t. } x_{low}^j \leq x^j \leq x_{up}^j \quad (j=1,2,\dots,n) \quad (11)$$

式中,  $\tilde{f}_i$  为第  $i$  阶实测模态频率;  $f_i$  为第  $i$  阶计算模态频率;  $x^j$  为第  $j$  阶修正参数,  $x_{low}^j$  和  $x_{up}^j$  为修正参数的最小值和最大值;  $m$  为参与修正的样本个数;  $n$  为修正参数的个数。

基于拟合的 Kriging 模型,本文选用 MOGA 遗传算法对目标函数进行求解优化。MOGA 遗传算法是基于受控精英主义策略的快速非支配排序遗传算法(NSGA-II)<sup>[25]</sup>的变体,它可以允许多个目标和约束,能获得分布均匀且兼具多样性的 Pareto 解集。基于 MOGA 遗传算法进行优化求解,最

初生成 4000 个样本,每次迭代生成 800 个样本,并在最多 20 次迭代中筛选出 3 个数据较好的样本点,在 6937 次评估后收敛,得到最终的 Kriging 模型修正结果。为验证本文模型修正方法的修正精度和修正效率,将 Kriging 模型修正方法与传统模型修正方法灵敏度方法进行对比,两种方法获得的管道模型修正前后的结构参数和模态频率的结果分别如表 6 和表 7 所示。

表 6 管道模型修正前后结构参数表

Table 6 Comparison of the pipeline structural parameters before and after model updating

Parameter	Initial value	Updated model based on Kriging model		Updated model based on sensitivity analysis	
		Updated value	Error/%	Updated value	Error/%
$d$	4.8	4.770	0.62	4.578	4.85
$\rho$	7.93	8.394	5.85	8.188	3.15
$E_1$	194	180.690	6.86	182.028	6.58
$E_2$	71	63.915	9.98	69.101	2.75

表 7 管道模型修正前后模态频率结果表

Table 7 Comparison of pipeline modal frequencies before and after model updating

Mode No.	Test results/Hz	Original model		Updated model based on Kriging model		Updated model based on sensitivity analysis	
		Frequencies/Hz	Error/%	Frequencies/Hz	Error/%	Frequencies/Hz	Error/%
1	128.76	136.43	5.96	127.54	0.96	127.40	1.06
2	218.62	231.03	5.68	218.55	0.03	224.36	2.56
3	409.37	434.44	6.12	411.54	0.53	414.58	1.26
4	651.56	696.64	6.92	651.54	0.00	651.49	0.01
5	1049.76	1140.00	8.60	1065.05	1.43	1069.18	1.82

从表中可以发现:(1)通过灵敏度方法和 Kriging 模型修正方法修正后,管道各参数修正率较为接近,可以相互证实所提修正方法的可行性。(2)采用 Kriging 模型修正方法,修正前有限元模型与试验值之间各阶误差均超过工程允许的 5% 的误差范围,修正后将有限元模型误差同修正前原

始误差相比,最大误差由 8.60% 变为 1.43%,各阶相对误差均在 5% 以内,已满足工程实际的计算需求。(3)灵敏度分析方法得到的最大相对误差达到 2.56%,修正精度略逊于 Kriging 模型。同时,在同一系统上进行计算时,采用灵敏度分析方法进行修正需耗时 2h,而采用 Kriging 模型进行修正只需 5min,可

见 Kriging 模型在计算效率方面具有显著的优越性。

图 9 给出了重点修正的模态阶次所对应的模态振型。从结果中可以看出,通过 Kriging 模型修正后的有限元计算振型与实测振型具有较好的一致性,进一步说明了采用 Kriging 模型修正方法对管道结构进行有限元模型修正的适用性。

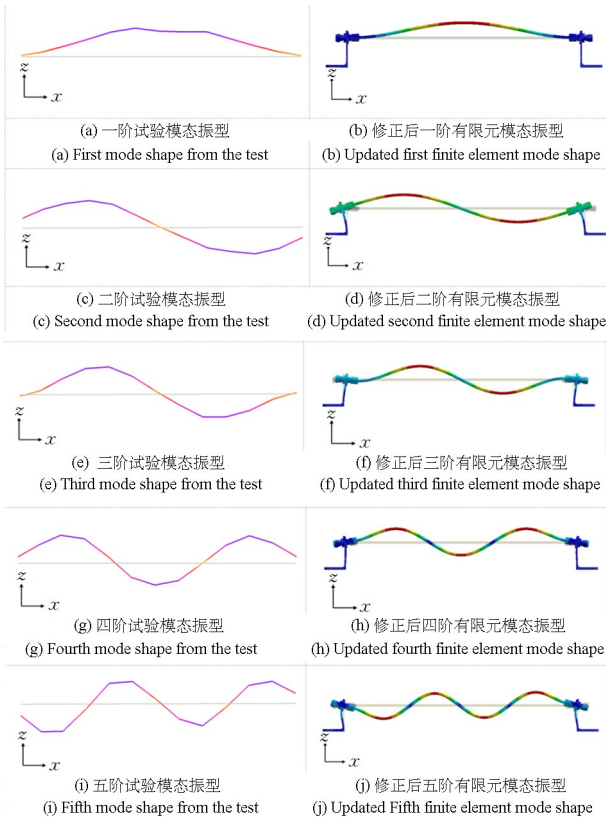


图 9 修正后模态振型与试验模态振型

Fig.9 Updated mode shapes and test mode shapes

## 4 结论

本文以某航空发动机管道模型为研究对象,采用力锤法进行了结构的模态试验并得出模态参数,通过 ANSYS 有限元分析软件建立有限元模型并进行模态分析,对比实测模态数据与有限元分析结果以确定有限元模型的精确度。结合工程经验与灵敏度分析方法筛选出待修正参数,采用拉丁超立方抽样设计进行试验设计,拟合出模态频率与结构参数之间的 Kriging 模型,利用 MOGA 遗传算法完成了有限元模型修正。根据模态试验与有限元模型修正的结果,可得出以下结论:

(1) 通过对管道模型的模态试验结果进行分析,得到了管道模型的模态参数。其中,管道振型中端部有较大位移,管接头连接组件和支座对模态参

数有较大影响,建模时应予以保留。

(2) 利用 Kriging 模型代替复杂的管道有限元模型进行有限元模型修正可以明显提高计算精度和效率。同修正前的有限元模型相比,所得各阶模态频率最大误差由 8.60% 降为 1.63%,各阶相对误差均在 5% 以内,满足工程实际的计算需求。

(3) 对于管道结构,Kriging 模型修正方法同灵敏度分析方法相比具有更高的修正精度和修正效率。灵敏度分析方法最大误差为 2.56%,Kriging 模型修正方法修正精度优于灵敏度分析方法。修正后的有限元模型能起到更好的预测效果,可为此类管系结构模型修正提供参考。

## 参考文献

- [1] 汪博,高培鑫,马辉,等. 航空发动机管路系统动力学特性综述 [J]. 航空学报,2022,43(2):025332.  
WANG B, GAO P X, MA H, et al. Dynamic characteristics of aero-engine pipeline system: review [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(2):025332. (in Chinese)
- [2] 张宇飞,王昊. 基础激励作用下悬臂输流管的振动实验研究 [J]. 动力学与控制学报,2022,20(3):50-55.  
ZHANG Y F, WANG H. Experimental study on vibration of cantilever pipe conveying fluid under fundamental excitation [J]. Journal of Dynamics and Control, 2022, 20(3):50-55. (in Chinese)
- [3] 张皓,李东升,李宏男. 有限元模型修正研究进展:从线性到非线性 [J]. 力学进展,2019,49:542-575.  
ZHANG H, LI D S, LI H N. Recent progress on finite element model updating: from linearity to non-linearity [J]. Advances in Mechanics, 2019, 49:542-575. (in Chinese)
- [4] 屈美娇,陈果. 一种航空发动机整机振动模型支承刚度的辨识方法 [J]. 振动工程学报,2019,32(3):490-500.  
QU M J, CHEN G. A support stiffness identification method for whole aero-engine vibration model [J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(3):490-500. (in Chinese)
- [5] HAN Z H, ZIMMERMANN, GORTZ S. Alternative cokriging model for variable-fidelity surrogate modeling [J]. AIAA Journal, 2012, 50(5):1205-



- 1210.
- [6] HAN Z H, GORTZ S. Hierarchical kriging model for variable-fidelity surrogate modeling [J]. *AIAA Journal*, 2013, 50(9):1885-1896.
- [7] DING Y J, WANG Z C, CHEN G, et al. Markov Chain monte carlo-based bayesian method for non-linear stochastic model updating [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 520:116595.
- [8] 秦仙蓉,潘杰,徐俭,等.塔式起重机结构有限元模型修正的响应面方法 [J]. *振动与冲击*, 2018, 37(6): 244-250.
- QIN X R, PAN J, XU J, et al. Response surface method for the structural finite element model updating of tower cranes [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(6):244-250. (in Chinese)
- [9] 张亚峰,彭珍瑞,张雪萍,等.基于径向基模型和巴氏距离的随机有限元模型修正 [J]. *振动与冲击*, 2021, 40(19):221-229+276.
- ZHANG Y F, PENG Z R, ZHANG X P, et al. Stochastic finite element model updating based on radial basis model and Bhattacharyya distance [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(19):221-229+276. (in Chinese)
- [10] DENG Z M, GUO Z P, ZHANG X J. Interval model updating using perturbation method and radial basis function neural networks [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 84:699-716.
- [11] ZHANG J, AU FTK, YANG D. Finite element model updating of long-span cable-stayed bridge by Kriging surrogate model [J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2020, 74(2):157-173.
- [12] 张建侠,宋明顺,方兴华,等.基于 Kriging 模型的多目标代理优化算法及其收敛性评估 [J]. *计算机集成制造系统*, 2021, 27(7):2035-2044.
- ZHANG J X, SONG M S, FANG X H, et al. Kriging-assisted multi-objective optimization algorithm and its convergence assessment [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2021, 27(7):2035-2044. (in Chinese)
- [13] WANG J T, WANG C J, ZHAO J P. Frequency response function-based model updating using Kriging model [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 87:218-228.
- [14] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展 [J]. *航空学报*, 2016, 37(11):3197-3225.
- HAN Z H. Kriging surrogate model and its application to design optimization: a review of recent progress [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(11):3197-3225. (in Chinese)
- [15] 王文竹,李杰,刘刚,等.基于 Kriging 代理模型鼓式制动器稳定性的优化设计 [J]. *振动与冲击*, 2021, 40(11):134-138+162.
- WANG W Z, LI J, LIU G, et al. Optimization design of drum brake stability based on Kriging surrogate model [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(11):134-138+162. (in Chinese)
- [16] 张文鑫,吕震宙.一种新的自适应 Kriging 法停止准则及其在涡轮盘疲劳寿命可靠性中的应用 [J]. *机械工程学报*, 2022, 58(6):263-273.
- ZHANG W X, LV Z Y. New stopping criterion of adaptive Kriging method and its application in fatigue life reliability for turbine disk [J]. *Journal of Mechanical Engineering*. 2022, 58(6):263-273. (in Chinese)
- [17] CUI Q L, LIN G Y, CAO D S, et al. Thermal design parameters analysis and model updating using Kriging model for space instruments [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2022, 171: 107239.
- [18] YIN H, MA J J, DONG K L, et al. Model updating method based on Kriging model for structural dynamics [J]. *Shock and Vibration*, 2019, 2019: 8086024.
- [19] 李星占,董兴建,岳晓斌,等.振动响应传递率的动力学特性研究及其在工作模态分析中的应用 [J]. *振动与冲击*, 2019, 38(9):62-70.
- LI X Z, DONG X J, YUE X B, et al. Dynamic characteristics of vibration response transmissibility and its application in operational modal analysis [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(9):62-70. (in Chinese)
- [20] PEETERS B, AUWERAER H V D, GUILLAUME P, et al. The PolyMAX frequency domain method: a new standard for modal parameter estimation [J]. *Shock and Vibration*, 2004(11):395-409.
- [21] 沈旻昊.飞机液压管路的简化建模及振动特性分析 [D]. 西安:西安电子科技大学, 2014: 15-18.
- SHEN M H. Simplified modeling and vibration analysis of the aircraft hydraulic pipeline [D]. Xi'an: Xidian University, 2014:15-18. (in Chinese)
- [22] 王逸龙,李晶,赵雪梅,等.基于优化设计的印制板组件精细化动力学建模方法 [J]. *动力学与控制学报*, 2017, 15(6):518-524.
- WANG Y L, LI J, ZHAO X M, et al. A refined ap-

- proach for dynamic modeling of a printed circuited board assembly based on optimization design [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(6):518–524. (in Chinese)
- [23] 万华平,任伟新,王宁波. 高斯过程模型的全局灵敏度分析的参数选择及采样方法 [J]. *振动工程学报*, 2015, 28(5):714–720.  
WAN H P, REN W X, WANG N B. A Gaussian process model based global sensitivity analysis approach for parameter selection and sampling [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2015, 28(5):714–720. (in Chinese)
- [24] JIN Y. A comprehensive survey of fitness approximation in evolutionary computation [J]. *Soft Computing*, 2005, 9(1):3–12.
- [25] 彭涛,田仲初,张建仁,等. 基于多目标优化的混凝土斜拉桥静动力有限元模型修正 [J]. *振动与冲击*, 2018, 37(21):108–116.  
PENG T, TIAN Z C, ZHANG J R, et al. Static and dynamic finite element model updating for a concrete cable-stayed bridge based on multi-objective optimization [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(21):108–116. (in Chinese)