文章编号:1672-6553-2022-20(6)-094-07

DOI:10.6052/1672-6553-2022-002

MEMS 力平衡加速度传感器 以测量误差最小为目标的控制算法*

刘志强 夏磊 张猛 黄志龙 宦荣华*

(浙江大学 航空航天学院应用力学研究所,浙江省软体机器人与智能器件研究重点实验室,杭州 31000)

摘要 力平衡传感器(FBA)测量加速度是由反馈控制力与外界惯性力平衡时的控制力计算得到的,力平衡 控制算法是力平衡传感器的核心. 传统控制算法多以敏感元件偏移平衡位置最小为目标,限制了力平衡加 速度计的测量精度和适用带宽.本文以 MEMS 力平衡传感器为对象,提出了一种以测量误差最小为目标的 力平衡加速度计最优控制算法.引入测量误差新变量,将难以处理的力平衡控制转化为以响应最小为目标 的经典控制问题,在此基础上获得了最优控制力的解析表达式,实现了对未知加速度信号的实时高精度检 测.分别针对三种不同类型的输入加速度信号(阶跃、周期和随机)进行检测仿真,发现提出的算法能够准确 地检测各类输入加速度信号,测量信号频带达 kHz 量级,同时在该控制算法下敏感元件的振动响应也得到 有效控制,保证了加速度传感器的大动态范围. 研究成果可为高精度和宽频带力平衡加速度传感器的研究 提供基础.

关键词 MEMS, 最优控制, 振动, 力平衡传感器 中图分类号:039 **文**献

文献标志码:A

引言

力平衡式传感相比于其他传感类型,具有静态 精度和线性度高、滞后小、灵敏度高、低频响应好等 优点,已经被广泛应用于加速度传感器、声压传感 器、重力仪等器件^[1-4].闭环控制策略是力平衡式 传感器的关键环节,控制目的是设计控制力实时跟 踪外界时变的加速度信号.而当前控制算法(如 PID)的设计多以加速度计敏感元件偏移平衡位置 的位移最小为目标,限制了力平衡加速度传感器的 测量精度和适用带宽.随着传感器精度要求的进一 步提高,发展更高精度和带宽的控制算法变得非常 重要.

对于 FBA,加速度是由反馈控制力计算得到的,这意味着测量精度由反馈控制策略决定.FBA 中的反馈控制通常被设计成跟踪一个随机的未知 惯性力,这一直是 FBA 发展的难点和瓶颈. PID 控 制算法设计简单,是目前工业控制系统中最常用的 控制算法^[5,6]. 然而对于 FBA, PID 的设计通常是为 了使敏感元件达到平衡状态,而不是追求力平衡误 差最小,这限制了 FBA 的测量精度或测量带宽. 2006年以前力平衡加速度计可以测量的输入信号 频率带宽一般在 80Hz^[7]以内. 到了 2010 年以后, 一些学者提出的控制方法能将测量带宽提高到 300~350Hz^[8,9]. Hassani 等将滑模控制器加入 PID 中,提出了一种 MEMS 力平衡加速度计的非线性混 合控制策略,该策略比传统的 PID 具有更好的加速 度测量分辨率^[10]. Sung 等基于改进自动增益控制, 设计了一种适用于振动速率传感器的力平衡控制 策略^[11]. Benmessaoud 等利用实际的微机械速度传 感器进行了实验,验证了控制策略的性能提高,将 简单的负反馈应用于力平衡微制造的电化学地震

²⁰²²⁻⁰¹⁻⁰¹ 收到第1稿,2022-02-15 收到修改稿.

^{*}国家自然科学基金资助项目(12172323)和浙江省自然科学基金重点资助项目(LZ22A020003)

[†]通信作者 E-mail:rhhuan@ zju. edu. cn

传感器^[12],通过负反馈提高了 MEMS 传感器的测量带宽和自噪声电平等性能. Hosseini 和 Khiobadi 提出了一种新的用于振动微机电系统(MEMS)陀 螺器力平衡工作模式的模型预测控制(MPC)^[13]. 对于 MEMS 陀螺应用,所提出的控制方法对较大的 参数不确定性、外部扰动具有较强的鲁棒性,并且 能够在最优设置下处理硬输入约束. 对于力平衡隧 道加速度计, Yie 等人提出了一种简单的低阶控 制^[14], 仿真和实际实验证明,所设计的控制策略是 有效且易于实现的,并且对系统的不确定性具有较 强的鲁棒性.

本文以四拱梁悬挂的 MEMS 力平衡加速度计 为对象,提出了以测量误差最小为目标的力平衡传 感器的最优控制方法.本文的主要创新点和贡献在 于:通过引入测量误差作为新的状态变量,将困难 的力平衡控制转化为响应最小的经典控制问题,并 得到反馈控制力的解析形式.本文的控制策略能有 效地实现对阶跃、周期和随机等多种信号的实时跟 踪和测量,控制算法不仅能快速稳定加速度计敏感 元件的响应,并且还具有高达 kHz 级的测量带宽.

1 动力学模型

本文研究对象为图 1(a) 所示的 MEMS 力平衡 加速度传感器,该传感器主结构包括中间位置的矩 形质量块(敏感元件)、四根拱形细梁、梳齿结构检 测电容极板以及静电力驱动电极等.测量原理描述 为:外界加速度带来的惯性力导致敏感元件发生位 移,差分电路检测到敏感元件位移并输入控制器 中,控制器根据控制算法计算所需要的控制电压并 施加于驱动电极上,从而对敏感质量产生静电控制 力,当该控制力和外界惯性力达到平衡时,就可以 精确计算出外界的加速度信号.

加速度传感器的敏感质量块通过四根拱形细 梁悬挂,敏感元件的等效动力学模型如图1(b)所 示.建立敏感元件的运动微分方程为:

 $M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = Ma(t) - U(t)$ (1)

其中, *M* 为敏感质量块的质量; *C* 为系统等效阻尼 系数,通常由微机械结构的品质因子 *Q* 值确定; *K* 为系统等效刚度系数,可由四根拱形梁的悬挂刚度 计算得到; *a*(*t*) 为外部输入的加速度信号(待测 量); *U*(*t*) 为反馈的静电控制力. 当达到力平衡 时,加速度由反馈静电控制力计算得到

u(t) = U(t)/M (2) 式(1)归一化为

$$\ddot{x}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = a(t) - u(t)$$
(3)

其中, ω_0 为系统的一阶固有频率, $Q = \sqrt{K \cdot M}/C$ 为品质因子,可由实验测得.





$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}(t)$$
(4)

其中, $Z(t) = [x(t), \dot{x}(t)]^T$ 为状态向量, $\sigma(t) = a(t) - u(t)$ 为加速度测量误差, 状态系数矩阵 A和反馈系数矩阵 B为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \\ -\omega_0^2 & -\frac{\omega_0}{Q} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

敏感元件的振动由检测电容测量,振动引起的 电容变化为

$$\Delta C(t) = n\left(\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d_0 - x} - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d_0 + x}\right) \approx 2 C_0 n \frac{x}{d_0} = E_c x$$
(5)

其中, n 为检测梳齿电极的数量, ε_1 , ε_2 为介电常数, S 为电容极板的有效面积, E_e 为差分电容增益系数. 电容引起的电压信号为

$$V = E_d E_v \Delta C(t) = E_d E_v E_c x \tag{6}$$

其中, *E*_a 是检测模块增益系数, *E*_a 是电容电压增 益系数.电压信号 *V* 输入控制器,根据控制算法计 算并输出控制电压 *V*_f,静电控制力则由式(7)得 到.反馈控制力 *U* 由梳齿电极提供,即

$$U = \frac{1}{2} V_f^2 \left(\frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_2}{\partial x} \right)$$

$$C_1 = \frac{2Nab \varepsilon_0}{d - x} + \frac{2N(c + x)b \varepsilon_0}{g}$$

$$C_2 = \frac{2Nab \varepsilon_0}{d + x} + \frac{2N(c - x)b \varepsilon_0}{g}$$
(7)

其中, V_f 是反馈电压信号, N 为驱动梳齿数量, ε_0 为介电常数, a、b 分别为梳齿的宽度和厚度, c 为 组合齿的重叠量, d 为梳齿到敏感元件初始间距, g 为组合齿间距.

接下来将讨论如何设计合适的控制算法.

2 最优控制力设计

力平衡加速度传感器控制设计的目的是使得 测量误差 $\sigma(t) = a(t) - u(t)$ 在任一时刻均最小, 即要求设计一个控制力u(t)能实时跟踪一个未知 的时变加速度信号a(t).这是一个未知信号的实 时跟踪问题,一般难以解决.

为了解决这个问题,将测量误差 $\sigma(t)$ 作为新的状态变量引入系统,此时,原系统方程(4)扩展为

 $\dot{\mathbf{Z}}_{1}(t) = \mathbf{A}_{1} \, \mathbf{Z}_{1}(t) + \mathbf{B}_{1} \, u_{1}(t)$ (8)

式中, $\mathbf{Z}_1(t) = [x(t), \dot{x}(t), \sigma(t)]^T$ 为新系统的状态向量, $u_1(t) = \dot{\sigma}(t)$,

$$\boldsymbol{A}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_{0}^{2} & -\frac{\omega_{0}}{Q} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B}_{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

在系统(8)里面, *u*₁ 可看作新的控制力. 针对 扩展系统(8)的控制问题, 假设有如下性能指 标^[15,16]

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} [Z_1^{T}(t) G Z_1(t) + u_1^{T}(t) R u_1(t)] dt$$
(9)

其中, G 为非时变正定(或半正定)实对称阵, R 为 实数.性能指标右边第一项要求系统敏感元件具有 最小的振动幅值和最小的测量误差,振动幅值和测 量误差间的权衡通过矩阵 G 调节.右边第二项表 示要求实现控制目标的控制力最小,由 R 决定.

通过引入新的变量 σ(t),系统方程变为扩展 系统(8),原系统(4)的力平衡控制问题转为扩展 系统(8)与性能指标(9)的响应最小控制问题.应 用传统 LQR 方法^[15,16]得到最优控制力为

 $u_{1}(t) = R^{-1}(t)B_{1}^{T}(t)P(t)Z_{1}(t)$ (10) 式中 P(t) 通过求解如下 Riccati 方程^[15,16]得到:

$$P(t) \mathbf{A}_{1}(t) + \mathbf{A}_{1}^{T}(t)P(t) - P(t) \mathbf{B}_{1}(t) \mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{B}_{1}^{T}(t)P(t) + \mathbf{G} = 0$$

(11)

在很多工程应用中,往往关心的是频率范围为 kHz 量级以内的振动信号,因此,输入加速度信号 频率一般为 kHz 量级,而控制执行系统的执行频率 可以高达 mHz 量级,这意味着在控制力执行的几 个周期里输入信号可以认为是常数^[14].因此,实际 应用时可由关系式 $u_1(t) = \sigma(t)$ 得到 $u_1(t) =$ u(t) 的近似关系.对最优控制力式(10)积分可以 得到原系统控制力为

$$u(t) = u(t_0) + \int_{t_0}^{t} [R^{-1}(t) \mathbf{B}_1^T(t) P(t) \mathbf{Z}_1(t)] dt$$
(12)

式中 $u(t_0)$ 为初始控制力,一般可设为0, $Z_1(t)$ 中 第三项 $\sigma(t)$ 所代表的力平衡误差根据式(4)求解 得到,u(t)即为测量加速度值,U(t) = Mu(t)为 施加到敏感元件上的控制力.将式(12)代入到式 (7)可以计算出最优控制电压 V_f,控制器输出最优 控制电压,其施加于传感器的静力加载端达到静力 平衡.

3 仿真和分析

为了验证上述控制方法的有效性,本文以一个 实际的 MEMS 力平衡加速度计为对象进行仿真分 析,得到系统状态方程的系数矩阵如下:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -900 & -300 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

假定控制性能指标,根据上述过程可以得到最 优控制力.其中性能指标的加权矩阵 G 和 R 设为

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0\\ 0 & G_{22} & 0\\ 0 & 0 & G_{33} \end{bmatrix}, R = \text{const}$$

由于力平衡传感器关注的重点是测量误差和敏感元件位移,对敏感元件速度不作要求,因此加权矩阵 G 只需给出 G_{11} 和 G_{33} 数值,而中间关于速度的权重值设为零,即取值为 $G_{11} = 3 \times 10^1$, $G_{22} = 0$, $G_{33} =$

 3×10^{-5} .为了探究控制算法的有效性,分别对未知 的单位阶跃输入信号、正弦信号和随机信号进行实 时测量仿真. *R* 的取值根据不同的输入信号类型给 出,对于阶跃输入信号, $R = 2 \times 10^{-6}$,对于周期和随 机输入信号, $R = 1.06 \times 10^{-6}$.

3.1 单位阶跃输入信号测量

图 2(a) 是输入为单位阶跃信号的实时测量结 果,实线为输入加速度信号,虚线为测量加速度信 号.显然,测量值与输入值非常吻合,表明对于单位 阶跃信号输入,最优反馈控制能够很好地进行实时 跟踪.图 2(b) 为单位阶跃信号下敏感元件的响应 曲线,本文平行梳齿间距设置为 2.5µm,远大于图 2(b) 所示的最大位移,因此不会产生吸合现象.可 以看出在该输入信号作用下敏感元件会发生阶跃 响应,但是在控制力的作用下敏感元件会迅速回到 平衡位置附近,表明反馈控制力除能实行精确加速 度测量外还能抑制敏感元件的振动,能保证力平衡 加速度传感器具有较大的动态范围.



图 2 单位阶跃加速度信号的测量 Fig. 2 Measurement of unit step acceleration signal

3.2 周期输入信号测量

图 3 为不同频率正弦输入信号的加速度检测 仿真曲线,正弦信号的幅值为 1m/s²,频率为 200 ~ 1000Hz,间隔 200Hz.图 3 是针对不同频率信号的 检测结果,可以看出信号频率 1kHz 范围内,测量信 号与输入信号间存在一个固定的延迟 1.8×10⁻⁴s, 对这个固定延时补偿之后,测量信号与输入信号能 基本吻合,表明提出的控制方法对 1kHz 频率以内 的输入信号都具有较好的测量效果. 当输入信号频 率 1kHz 时,计算得到测量信号相比于输入信号的 幅值损失在 2‰以内,二者误差很小. 测量信号出 现阶梯状是因为仿真中添加了 AD 采样模块. 图 4 表示不同输入信号频率下敏感元件的位移响应. 可 以看出,在不同输入信号频率下敏感元件的振动幅 值都维持在 0.2μm 以下,具有非常小的振幅.







图 4 不同输入信号频率下敏感元件的位移响应 Fig. 4 Displacement responses of sensitive element for different frequencies of input signal

3.3 随机输入信号测量

图 5 为有限带宽随机加速度输入信号的测量 结果,输入的加速度信号频带分别为 250Hz、 500Hz、750Hz 和1kHz. 同周期输入一样,跟踪信号 与输入信号之间始终保持 1.8×10⁻⁴s的时滞,因 此对跟踪信号进行了时滞补偿.可以看出,提出的 控制方法对随机加速度信号的测量依然具有很好 的效果,在1kHz 频带范围内,测量信号与输入信号 基本吻合.

图 6 为各随机输入下加速度传感器敏感元件 的振动响应.提出的控制方法在有效进行信号检测 的同时能使得敏感元件的振幅维持在微米量级. 输入随机加速度信号幅值 1m/s²时,敏感元件位移幅 值为 0.4μm 左右,这有利于保证加速度传感器的 大动态范围.

4 总结

反馈控制设计是限制力平衡式加速度传感器测量精度和带宽的主要制约因素.本文以梳齿电极 MEMS 力平衡加速度计为研究对象,提出了一种以 检测误差最小为目标的力平衡加速度计最优控制 方法.该控制方法将未知信号的跟踪控制问题转化 为较为容易解决的响应最小化控制问题,得到了反 馈控制力的解析表达式.仿真结果表明:①提出的 控制方法能有效实现对阶跃、周期和随机加速度等 多种信号的跟踪与测量;②1kHz频带范围内加速 度信号测量的幅值损失约为 2‰,具有较高的测量 带宽和测量精度;③控制算法在进行有效信号测量 的同时能将敏感元件的振动幅值控制在 1µm 以 下,有利于保证传感器的大动态范围.

本文提出的控制算法虽然基于 MEMS 加速度 传感器,但对其他类型力平衡加速度传感器和重力 仪等同样适用.虽然文中用到的参数都基于实际传 感器的实验测量,但提出的控制算法的验证基于 Matlab 仿真,后期将进行相关的试验验证.





图 5 不同频带随机加速度输入信号的测量 Fig. 5 Measurement of random acceleration input signals for different cut-off frequency





考 文 献 参

1 陈渝,郁发新,王慧泉,等. 电容式力平衡加速度计的 设计. 传感技术学报, 2006, 19(2): 411~414 (Chen Y, Yu F X, Wang H Q, et al. Design of force-balance capacitive accelerometer. Journal of Transduction Technology, 2006, 19(2): 411 ~ 414 (in Chinese))

李际弘,高尚华,薛兵. 力平衡反馈技术在石英水平摆 2

倾斜仪中的应用研究. 地球物理学报, 2018, 61(11): 4486~4492 (Li J H, Gao S H, Xue B. Research of applying force balance feedback technique to the quartz horizontal-pendulum tiltmeter. Chinese Journal of Geophysics, 2018, 61(11): 4486 ~ 4492 (in Chinese))

- 3 Sharma B, Kumar S, Mittal S, et al. Characteristics evolution of indigenously designed and developed tri-axial force balance accelerometer. Journal of Scientific & Industrial Research, 2006, 65(7): 574 ~ 577
- 4 Zhang H, Wei X, Gao Y, et al. Analytical study and thermal compensation for capacitive MEMS accelerometer with Anti-Spring structure. Journal of Microelectromechanical Systems, 2020, 29 (5): 1389 ~ 1400
- 5 聂小博,熊玥,潘勇军.基于模糊 PID 算法的车身稳定 控制策略与多工况联合仿真.动力学与控制学报, 2021, 19(3): 46 ~ 52 (Nie X B, Xiong Y, Pan Y J. Multi-condition co-simulations of vehicle stability control via fuzzy PID algorithm. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19 (3): 46 ~ 52 (in Chinese))
- 6 李伟,张美婷,赵俊锋,等. 含有分数阶 PID 控制器的 随机动力系统可靠性分析.动力学与控制学报, 2019, 17(1): 65 ~ 72 (Li W, Zhang M T, Zhao J F, et al. Reliability analysis of stochastic dynamical systems with fractional order PID controller. Journal of Dynamics and Control, 2019, 17(1):65 ~ 72 (in Chinese)) 7

于海英. 力平衡式加速度计仪器响应误差的校正方

法. 地震工程与工程振动, 2006, 26 (6): 200~203 (Yu H Y. The correction method of instrument response errors for force-balance accelerometer. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, 26 (6): 200 ~ 203 (in Chinese))

- 8 Li L, Zhang C, Zhang X. Investigation on noise of digital close-loop Q-flex accelerometer//2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. IEEE, 2011: 614 ~ 619
- 9 Zhang X, Zhang S, Gu X. Study on header discretization of digital closed-loop quartz flex accelerometer. *Transducer* and Microsystem Technologies, 2012, 31 (12) : 62 ~ 65
- 10 Hassani F A, Payam A F, Fathipour M. Design of a smart MEMS accelerometer using nonlinear control principles. Smart Structures and Systems, 2010, 6(1): 1 ~16
- 11 Sangkyung S, Sukchang Y, Woon-Tahk S, et al. A novel control loop design and its application to the force balance of vibratory rate sensor. *International Journal of Control*,

Automation and Systems, 2009, 7(4): 545 ~ 552

- 12 Benmessaoud M, Nasreddine M M. Optimization of MEMS capacitive accelerometer. *Microsystem Technolo*gies, 2013, 19 (5): 713 ~720
- 13 Hosseini-Pishrobat M, Keighobadi J. Force-balancing model predictive control of MEMS vibratory gyroscope sensor. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230 (17) : 3055 ~ 3065
- Yie Z, Kataria N, Burgner C, et al. Control design for force balance sensors. 2009 American Control Conference. IEEE, 2009: 4208 ~ 4214
- 15 Veillette R J. Reliable linear-quadratic state-feedback control. *Automatica*, 1995, 31(1): 137 ~ 143
- 16 Cao Y, Ren W. Optimal linear-consensus algorithms: an LQR perspective. *IEEE Transactions on Systems*, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2009, 40 (3):
 819 ~ 830

CONTROL ALGORITHM OF A MEMS FORCE-BALANCE ACCELEROMETER FOR MINIMIZING THE MEASUREMENT ERROR*

Liu Zhiqiang Xia Lei Zhang Meng Huang Zhilong Huan Ronghua $^{^\dagger}$

(Department of Mechanics, Key Laboratory of Soft Machines and Smart, Zhejiang University, Hangzhou 310000, China)

The measurement acceleration of the force-balance accelerometer (FBA) is calculated by the control Abstract force when the feedback control force is balanced with the external inertia force. Thus, the force-balance control algorithm is the core of a force-balance sensor. Most of the traditional control algorithms aim at minimizing the offset position of the sensitive elements from the equilibrium, which limits the measurement accuracy and applicable bandwidth of the force-balance accelerometer. In this paper, taking a MEMS force-balance sensor as the object, an optimal control algorithm of force-balance accelerometer is proposed for minimizing the measurement error. By introducing measurement error as a new state variable, the difficult force-balance control is transformed into an optimal control problem for response minimization, from which the analytical expression of the optimal control force is obtained. Based on the proposed control strategy, the real-time high-precision detection of unknown acceleration signal is realized. Numerical simulations are carried out for three different types of input acceleration signals (step, periodic and random). It is found that the proposed algorithm can accurately detect all kinds of input acceleration signals, and the frequency band of the measured signal reaches up to kHz. At the same time, the vibration response of the sensitive element can be effectively controlled, which guarantees the large dynamic range of a FBA. Our work provides the basis for the research of high performance force-balance accelerometer with high-precision and wide frequency band.

Key words MEMS, optimal control, vibration, force-balance accelerometer

Received 1 January 2022, revised 15 February 2022.

^{*} The project supported by the National Natural Science Foundation of China (12172323) and the Key Project of Natural Science Foundation of Zhejiang Province (LZ22A020003)

[†] Corresponding author E-mail; rhhuan@ zju. edu. cn