

带 Stewart 平台的航天器刚柔耦合动力学建模与仿真分析^{*}

孔嘉祥¹ 王博洋¹ 刘铸永^{1†} 郭其威² 时军委² 殷旭²

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240) (2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201109)

摘要 本文采用柔性多体系统单向递推组集的建模方法, 基于速度变分原理建立了带 Stewart 平台、柔性帆板和 CMG 组件的航天器刚柔耦合动力学模型。由于该模型自由度较大, 无法满足实时控制的需求, 因此建立了简化的 Stewart 平台等效模型, 并通过与柔性 Stewart 平台完整模型对比, 验证了所建立的动力学简化模型的正确性与高效性。分析了星体平台运动及柔性帆板的振动对有效载荷力学响应的影响, 指出了设计 Stewart 平台的微振动抑制方案时不能忽略下平台的运动及柔性附件的振动。本研究为带 Stewart 平台的航天器的微振动减振设计与高精度指向提供了有效的技术支撑。

关键词 Stewart 平台, 刚柔耦合, 递推组集方法, 动力学建模, 仿真分析

中图分类号: O313.7

文献标志码:A

引言

随着航天技术的发展, 现代航天器设计中出现了许多中心刚体附加如柔性帆板、数传天线等柔性附件^[1]的航天器, 这类航天器即为典型的刚柔耦合多体系统^[2, 3]。空间在轨航天器由于自身姿态运动引起的柔性附件微幅振动以及星体平台、有效载荷之间的耦合作用^[4], 对系统的运动稳定性造成了影响。工程中往往需要对航天器有效载荷进行精确指向与实时控制。

Stewart 平台是一种具有良好隔振性能与高精度的空间六自由度并联机构^[5]。由于 Stewart 平台的刚度大、承载能力强, 以及可以大大降低精准指向控制过程中系统复杂度等优点, 被广泛应用于高灵敏度观测领域, 如深空探测、激光通信、微纳定位等领域^[6, 7]。近年来, 针对单一 Stewart 平台机构的被动隔振与主动控制等方面已有大量研究。焦健^[8]从仿真和实验的角度研究了柔性 Stewart 平台和 6-SPS 型 Stewart 平台的主动隔振与控制。谢溪

凌等^[9]提出了一种立方体构型 Stewart 平台并对其主被动隔振性能进行了仿真与实验分析。吴迎^[10]采用 6-SPS 型 Stewart 平台进行主动控制, 并设计了改进的鲁棒非线性控制器。Wu 等^[11]研究了下平台固定 Stewart 平台的被动隔振性能, 但未考虑下平台自由的情况。在工程实际中, 为了抑制柔性帆板受迫微幅振动对高精度指向载荷的影响, 基于柔性 Stewart 平台的六自由度隔振装置^[12]往往安装于在轨运行航天器星体平台和有效载荷之间, 以便减弱航天器平台的机械振动对空间精密有效载荷性能的影响。目前, 对于这一复杂的带 Stewart 平台的航天器动力学模型, 其下平台刚体运动与柔性附件耦合作用对上平台微振动影响的相关研究仍然不足。

本文将基于多体系统刚柔耦合动力学建模理论, 采用单向递推组集的方法, 建立带 Stewart 平台的航天器刚柔耦合动力学模型。为提高计算效率, 便于后续航天器实时控制仿真, 在有效载荷上平台相对星体下平台做微幅振动的前提下, 对 Stewart

2021-11-10 收到第1稿, 2021-12-14 收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目(11772188)

† 通信作者 E-mail: zhuyongliu@sjtu.edu.cn

平台支腿的力学模型进行简化处理,通过数值仿真验证本文建立模型的正确性与合理性.此外还将进一步研究柔性帆板的振动与 Stewart 下平台的运动

状态对有效载荷的影响.上述工作将为后续的实时仿真控制提供理论依据与技术支持.

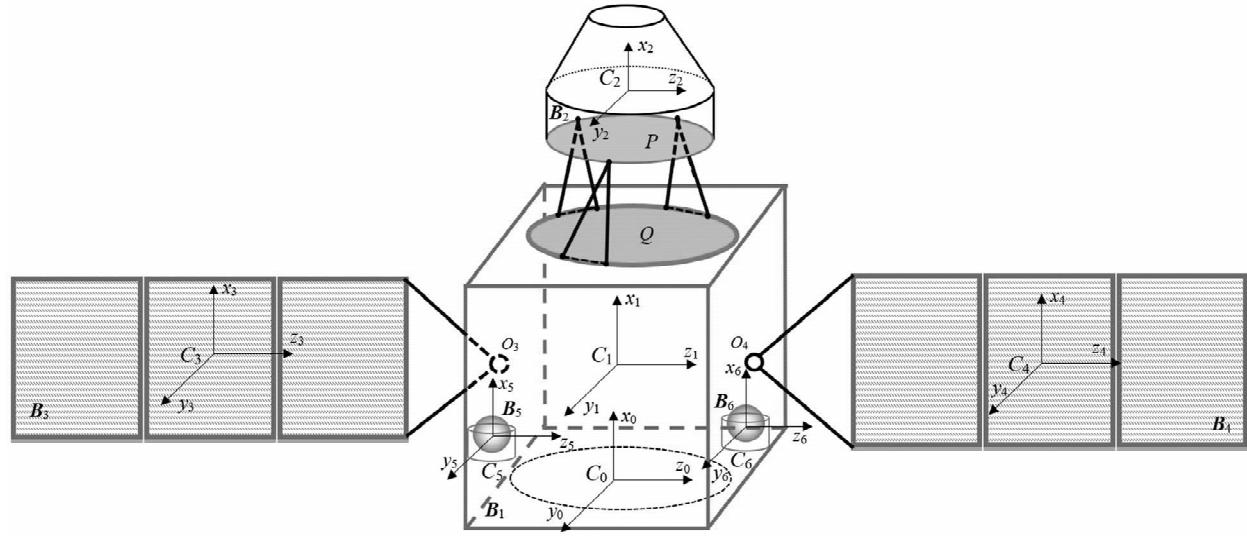


图 1 航天器整体模型示意图
Fig. 1 Schematic diagram of the overall spacecraft

1 带 Stewart 平台航天器刚柔耦合动力学建模

航天器模型如图 1 所示,卫星平台 B_1 ,有效载荷 B_2 与两组 CMG 簇 B_5, B_6 为刚体,CMG 簇 B_5, B_6 与卫星平台 B_1 的铰点为 O_5, O_6 . 太阳电池帆板 B_3, B_4 为柔性体,在铰点 O_3, O_4 处与卫星平台 B_1 固结.

在刚体 B_1, B_2, B_5, B_6 的各自质心建立连体基 $C_i - x_i y_i z_i$ ($i = 1, 2, 5, 6$). 在柔性体 B_3, B_4 未变形的质心建立浮动基 $C_i - x_i y_i z_i$ ($i = 3, 4$).

选取卫星平台 B_1 的位形 $\mathbf{q}_1 = (\mathbf{r}_1^T \quad \boldsymbol{\varphi}_1^T)^T$, 有效载荷 B_2 以及两组 CMG 簇 B_5, B_6 相对初始静平衡位置的扰动的坐标 $\mathbf{q}'_i = (\mathbf{r}'_i^T \quad \boldsymbol{\varphi}'_i^T)^T$ ($i = 2, 5, 6$), 柔性帆板 B_3, B_4 的模态坐标 $\mathbf{q}_i = \mathbf{a}_i$ ($i = 3, 4$) 为系统广义坐标:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{r}_1^T \quad \boldsymbol{\varphi}_1^T \quad \mathbf{r}'_2^T \quad \boldsymbol{\varphi}'_2^T \quad \mathbf{a}_3^T \quad \mathbf{a}_4^T \quad \mathbf{r}'_5^T \quad \boldsymbol{\varphi}'_5^T \quad \mathbf{r}'_6^T \quad \boldsymbol{\varphi}'_6^T)^T \quad (1)$$

系统广义速度为:

$$\mathbf{v} = (\dot{\mathbf{r}}_1^T \quad \boldsymbol{\omega}_1^T \quad \dot{\mathbf{r}}'_2^T \quad \boldsymbol{\omega}'_2^T \quad \dot{\mathbf{a}}_3^T \quad \dot{\mathbf{a}}_4^T \quad \dot{\mathbf{r}}'_5^T \quad \boldsymbol{\omega}'_5^T \quad \dot{\mathbf{r}}'_6^T \quad \boldsymbol{\omega}'_6^T)^T \quad (2)$$

1.1 运动学递推关系描述

(1) 有效载荷及 CMG 组件

对有效载荷 B_2 与两组 CMG 簇 B_5, B_6 , 各自质

心 C_i ($i = 2, 5, 6$) 在惯性基下的位置可表示为

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_1 + \boldsymbol{\rho}_{10}^{C_1 C_i} + \mathbf{r}'_i \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\rho}_{10}^{C_1 C_i}$ 表示在初始静平衡位置下, 星体平台质心 C_1 指向 C_i ($i = 2, 5, 6$) 矢径的坐标阵. 物体 B_i ($i = 2, 5, 6$) 的质心绝对速度, 刚体绝对角速度为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_i &= \dot{\mathbf{r}}_1 - (\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{10}^{C_1 C_i} + \tilde{\mathbf{r}}'_i) \boldsymbol{\omega}_1 + \dot{\mathbf{r}}'_i \\ \boldsymbol{\omega}_i &= \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}'_i \end{aligned} \quad (4)$$

由式(4)可得物体质心绝对加速度和刚体绝对角加速度为

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_i &= \ddot{\mathbf{r}}_1 - (\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{10}^{C_1 C_i} + \tilde{\mathbf{r}}'_i) \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 (\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{10}^{C_1 C_i} + \mathbf{r}'_i) + \\ &\quad 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \dot{\mathbf{r}}'_i + \ddot{\mathbf{r}}'_i \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_i &= \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 + \dot{\boldsymbol{\omega}}'_i + \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \dot{\boldsymbol{\omega}}'_i \end{aligned} \quad (5)$$

定义物体绝对速度阵与绝对加速度阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{B}_i \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}}_i &= \mathbf{B}_i \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{w}_i \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 (\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{10}^{C_1 C_i} + \mathbf{r}'_i) + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \dot{\mathbf{r}}'_i \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \boldsymbol{\omega}'_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

对于矩阵 \mathbf{B}_i ($i = 2, 5, 6$), 分别有

$$\mathbf{B}_2 = [\mathbf{P}_2 \quad \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad \mathbf{0}_{6 \times (2s+6)} \quad \mathbf{0}_{6 \times 6}]$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_5 &= [\mathbf{P}_5 \quad \mathbf{0}_{6 \times (2s+6)} \quad \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad \mathbf{0}_{6 \times 6}] \\ \mathbf{B}_6 &= [\mathbf{P}_6 \quad \mathbf{0}_{6 \times (2s+6)} \quad \mathbf{0}_{6 \times 6} \quad \mathbf{I}_{6 \times 6}]\end{aligned}\quad (8)$$

其中矩阵 $\mathbf{P}_i (i=2,5,6)$

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{10}^{C_i} + \tilde{\mathbf{r}}'_{i1}) \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(2) 柔性附件

基于柔性多体系统动力学建模理论^[13], 利用集中质量有限元的方法将柔性体 $B_i (i=3,4)$ 分割成 n 个单元。考虑第 $k (k=1, \dots, n)$ 个节点, 将单元质量 m_k 集中到节点上。柔性体 $B_i (i=3,4)$ 上节点 k 在惯性基下的位置为

$$\mathbf{r}_i^k = \mathbf{r}_1 + \boldsymbol{\rho}_i^{0,k} \quad (10)$$

其中相对位置

$$\boldsymbol{\rho}_i^{0,k} = \boldsymbol{\rho}_1^{0,i} - \boldsymbol{\rho}_i^{0,i} + \boldsymbol{\rho}_i^k \quad (11)$$

对式(10)求导可得任一节点的绝对速度和绝对加速度为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}}_i^k &= \dot{\mathbf{r}}_1 - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^{0,k} \boldsymbol{\omega}_1 + (\boldsymbol{\Phi}_i^k - \boldsymbol{\Phi}_i^{0,i}) \dot{\mathbf{a}}_i \\ \ddot{\mathbf{r}}_i^k &= \ddot{\mathbf{r}}_1 - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^{0,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 + (-\boldsymbol{\Phi}_i^{0,i} + \boldsymbol{\Phi}_i^k) \ddot{\mathbf{a}}_i + \\ &\quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^{0,k} + 2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 (-\boldsymbol{\Phi}_i^{0,i} + \boldsymbol{\Phi}_i^k) \dot{\mathbf{a}}_i\end{aligned}\quad (12)$$

从而可得 $B_i (i=3,4)$ 上节点 k 的绝对速度和绝对加速度的递推矩阵形式

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}}_i^k &= \mathbf{T}_{i1}^k \mathbf{v}_1 + \mathbf{U}_i^k \dot{\mathbf{a}}_i \\ \ddot{\mathbf{r}}_i^k &= \mathbf{T}_{i1}^k \dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{U}_i^k \ddot{\mathbf{a}}_i + \mathbf{w}_i^k\end{aligned}\quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{i1}^k &= [\mathbf{I}_3 \quad -\tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^{0,k}] \\ \mathbf{U}_i^k &= \boldsymbol{\Phi}_i^k - \boldsymbol{\Phi}_i^{0,i} \\ \mathbf{w}_i^k &= \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^{0,k} + 2 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_1 (-\boldsymbol{\Phi}_i^{0,i} + \boldsymbol{\Phi}_i^k) \dot{\mathbf{a}}_i\end{aligned}\quad (14)$$

1.2 动力学建模

(1) 支腿简化模型

柔性 Stewart 平台模型由基础下平台、支腿和有效载荷上平台构成, 并假设所有支腿具有一致性, 如图 2 所示。支腿模型由柔性铰链、压电作动器、阻尼器和刚性支腿组成。刚性支腿与上平台通过上柔性铰链连接, 压电作动器与阻尼器通过下柔性铰链连接, 压电作动器作动方向与阻尼器作用方向始终保持一致。

为了提高动力学仿真效率, 便于控制的实现, 本文建立的航天器动力学模型中对上述柔性 Stewart 平台支腿进行了简化处理, 各支腿简化为单向的弹簧阻尼器。由于还需要考虑支腿柔性铰链横向

变形的影响, 本模型在采用六自由度弹簧阻尼器支腿简化模型外, 还附加了补偿刚度矩阵 \mathbf{K}_c 。

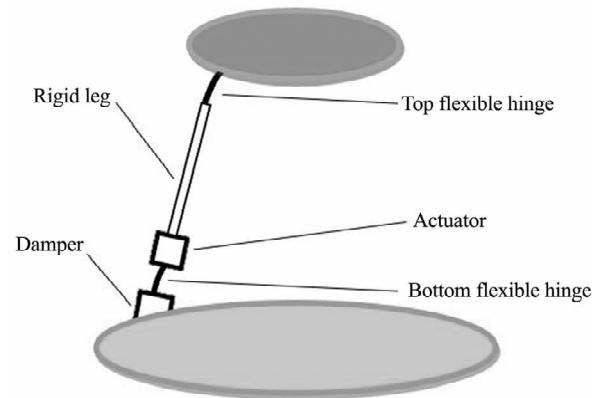


图 2 柔性 Stewart 平台支腿模型图
Fig. 2 Diagram of flexible Stewart platform leg

首先分别定义 P_0, Q_0 为 Stewart 平台上平面 P 和下平面 Q 的中心位置, P 平面上三个点 $P_i (i=1, \dots, 3)$ 和 Q 平面上六个点 $Q_j (j=1, \dots, 6)$ 在连体基 $C_2 - x_2 y_2 z_2$ 的坐标分别为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\rho}'_{P_i} &= \boldsymbol{\rho}'_{P_0} + \boldsymbol{\rho}'_i \\ \boldsymbol{\rho}'_{Q_j} &= \boldsymbol{\rho}'_{Q_0} + \boldsymbol{\rho}'_j\end{aligned}\quad (15)$$

支腿 $l_j (j=1, \dots, 6)$ 的矢径(由 Q 平面向 P 平面)在惯性基下的坐标阵为

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{r}_2 + \boldsymbol{\rho}_{P_i} - (\mathbf{r}_1 + \boldsymbol{\rho}_{Q_j}) \quad (16)$$

可以求得支腿 $l_j (j=1, \dots, 6)$ 对上平面的轴向力为

$$f_j = -k(1 - \frac{\mathbf{d}_0}{\sqrt{\mathbf{d}_j^T \mathbf{d}_j}}) - c \frac{\mathbf{d}_j^T \dot{\mathbf{d}}_j}{\sqrt{\mathbf{d}_j^T \mathbf{d}_j}} \quad (17)$$

所有支腿给予有效载荷 B_2 的合力为

$$\mathbf{F}_{2_all} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 f_i \mathbf{e}_i \\ - \sum_{i=1}^3 (f_{2i-1} \tilde{\mathbf{e}}_{2i-1} \boldsymbol{\rho}_{P_i} + f_{2i} \tilde{\mathbf{e}}_{2i} \boldsymbol{\rho}_{P_i}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中 $\mathbf{e}_i (i=1, \dots, 6)$ 为每个支腿所在方向(下端点指向上端点)的单位矢量在惯性基下的坐标阵。该简化模型相比未简化的柔性 Stewart 支腿模型, 没有考虑连接处的柔性铰链的作用, 因此需要附加补偿刚度 \mathbf{K}_c , \mathbf{K}_c 是一个六阶对角矩阵, 前三阶对应平动补偿刚度, 后三阶对应转动补偿刚度。最终得到补偿后的支腿给予有效载荷 B_2 的合力为

$$\mathbf{F}_{2_all} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 f_i \mathbf{e}_i \\ - \sum_{i=1}^3 (f_{2i-1} \tilde{\mathbf{e}}_{2i-1} \boldsymbol{\rho}_{P_i} + f_{2i} \tilde{\mathbf{e}}_{2i} \boldsymbol{\rho}_{P_i}) \end{bmatrix} + \mathbf{K}_c \begin{bmatrix} \mathbf{r}'_2 \\ \boldsymbol{\varphi}'_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

(2) CMG 簇力元描述

在安装点 $O_i (i=5,6)$ 建立坐标系 $O_i - x_i y_i z_i (i=5,6)$, 方向与惯性系 $C_0 - x_0 y_0 z_0$ 一致. 由于 CMG 簇与安装点 $O_i (i=5,6)$ 之间可简化为柔性铰连接且 CMG 簇相对卫星平台做微幅振动. 柔性铰对 $B_i (i=5,6)$ 的合力均由 $B_i (i=5,6)$ 相对静平衡位置的微幅振动产生, 其形式如下:

$$\mathbf{f}'_i = -\mathbf{K}_i \mathbf{q}'_i - \mathbf{C}_i \dot{\mathbf{q}}'_i, (i=5,6) \quad (20)$$

其中, 刚度阵 \mathbf{K}_i 和阻尼阵 \mathbf{C}_i 均为 6 阶对角矩阵. CMG 簇 $B_i (i=5,6)$ 受到的外力合并形式并转移到惯性基下为

$$\mathbf{F}_{i_all} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_i \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{0i} \mathbf{f}'_i, (i=5,6) \quad (21)$$

(3) 动力学方程

根据速度变分原理, 系统的速度变分形式的动力学方程为

$$\sum_{i=1,2,5,6} [\delta \dot{\mathbf{r}}_i^T (-m_i \ddot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{F}_i) + \delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_i^T (-J_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i J_i \boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\Gamma}_i)] + \sum_{i=3}^4 \sum_{k=1}^n [\delta \dot{\mathbf{r}}_i^{kT} (-m_i^k \ddot{\mathbf{r}}_i^k + \mathbf{F}_i^k) - \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i^{kT} \boldsymbol{\sigma}_i^k] = 0 \quad (22)$$

其中, $\boldsymbol{\epsilon}_i^k$ 与 $\boldsymbol{\sigma}_i^k$ 分别为第 k 单元的应变与应力. 由结构动力学知, 物体 $B_i (i=3,4)$ 弹性力的总虚功率可表示为

$$\sum_{k=1}^n \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i^{kT} \boldsymbol{\sigma}_i^k = \delta \dot{\mathbf{a}}_i^T (\mathbf{C}_{ai} \dot{\mathbf{a}}_i + \mathbf{K}_{ai} \mathbf{a}_i) \quad (23)$$

其中, \mathbf{C}_{ai} 与 \mathbf{K}_{ai} 分别为物体 B_i 的模态阻尼阵与模态刚度阵, 分别为 $s_i \times s_i$ 阶常值方阵. 当 $\boldsymbol{\Phi}_i$ 采用质量归一正则化模态时

$$\mathbf{C}_{ai} = 2\zeta_i \boldsymbol{\omega}_i \quad (24)$$

整理可得

$$\delta \dot{\mathbf{v}}^T (-Z\dot{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\zeta} + \mathbf{f}^o - \mathbf{f}^u) = 0 \quad (25)$$

其中

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1^T \quad \mathbf{v}'_2^T \quad \dot{\mathbf{a}}_3^T \quad \dot{\mathbf{a}}_4^T \quad \mathbf{v}'_5^T \quad \mathbf{v}'_6^T]^T \quad (26)$$

对此系统 $\delta\mathbf{v}$ 为独立变分, 可改写为微分方程

$$Z\dot{\mathbf{v}} = -\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{f}^o - \mathbf{f}^u \quad (27)$$

广义质量阵为对称阵

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} & \mathbf{Z}_{14} & \mathbf{Z}_{15} & \mathbf{Z}_{16} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{33} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{41} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{44} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{51} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{55} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{61} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{66} \end{bmatrix} \quad (28)$$

广义惯性力阵

$$\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1^T \quad \zeta_2^T \quad \zeta_3^T \quad \zeta_4^T \quad \zeta_5^T \quad \zeta_6^T]^T \quad (29)$$

广义外力阵

$$\mathbf{f}^0 = [\mathbf{f}_1^{0T} \quad \mathbf{f}_2^{0T} \quad \mathbf{f}_3^{0T} \quad \mathbf{f}_4^{0T} \quad \mathbf{f}_5^{0T} \quad \mathbf{f}_6^{0T}]^T \quad (30)$$

广义弹性力阵

$$\mathbf{f}^{uT} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{f}_3^{uT} \quad \mathbf{f}_4^{uT} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}]^T \quad (31)$$

2 数值仿真

2.1 简化模型有效性验证

为了验证本文建立的支腿简化航天器模型正确性以及合理性, 首先建立完整的柔性 Stewart 平台支腿航天器模型. 柔性铰链选用 Bushing 力元模拟, 底部阻尼器采用弹簧阻尼力元模拟, 其刚度和阻尼作为弹簧阻尼器的两个参数. 压电作动器等效为一轻质刚体并与刚性杆通过 Bushing 力元连接. 本文建立的航天器简化模型参数设定如表 1 所示, 包含了物体 $B_i (i=1, \dots, 6)$ 的质量 m_i 、惯量 \mathbf{J}_i , Bushing 力元的刚度 $\mathbf{K}_i (i=5,6)$ 、阻尼比 ξ , 补偿刚度 \mathbf{K}_c , 帆板模态阶数 $s_i (i=3,4)$ 以及 Stewart 平台的各项参数, 其中 $\mathbf{K}_i (i=5,6)$ 和 \mathbf{K}_c 前三阶表示平移刚度, 单位为 N/m, 后三阶旋转刚度单位为 N·m/deg.

设计仿真验证算例, 星体平台质心处施加外部正弦激励力如下所示:

$$\begin{aligned} F_{1x} &= 33\sin(3\pi t), F_{1y} = 44\sin(4\pi t), \\ f_{1z} &= 55\sin(5\pi t), M_{1x} = 11\sin(\pi t), \\ M_{1y} &= 22\sin(2\pi t), M_{1z} = 33\sin(3\pi t) \end{aligned} \quad (32)$$

如图 3 和图 4 所示, 对比有效载荷质心三个方向的线位移和姿态角, 可以看出本文建立的简化支腿模型与完整柔性 Stewart 平台模型对比结果良

好,验证了本模型简化支腿的正确性以及合理性.

表 1 Stewart 平台航天器简化模型参数

Table 1 Stewart platform spacecraft simplified model parameter

Parameter	Value	Parameter	Value
m_1	5000kg	ξ	0.03
m_2	700kg	s_3, s_4	5
m_5, m_6	80kg	J_2	$\text{dig}(5e2, 4e2, 5e2)$ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$
J_1	$\begin{bmatrix} 7e3 & 2e2 & -8e1 \\ 2e2 & 8e3 & -3e1 \\ -8e1 & -3e1 & 9e3 \end{bmatrix}$ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	J_5, J_6	$\begin{bmatrix} 5e0 & 1e-1 & 2e-1 \\ 1e-1 & 4e0 & 5e-1 \\ 2e-1 & 5e-1 & 3e0 \end{bmatrix}$ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$
h	0.8m	r	0.9m
k	15000N/m	c	$150\text{N} \cdot \text{s/m}$
q	90°	f	34°
K_5, K_6	$\text{dig}(3e6, 2e6, 2e6, 2e3, 1.5e3, 1.5e3)$ N/m N/m/deg	K_c	$\text{dig}(0, 56.29, 56.29, 0, 0, 0)$ N/m N/m/deg

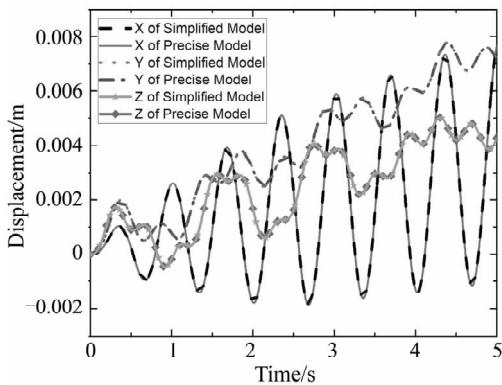


图 3 有效载荷线位移对比图

Fig. 3 Comparison of displacements of the main platform

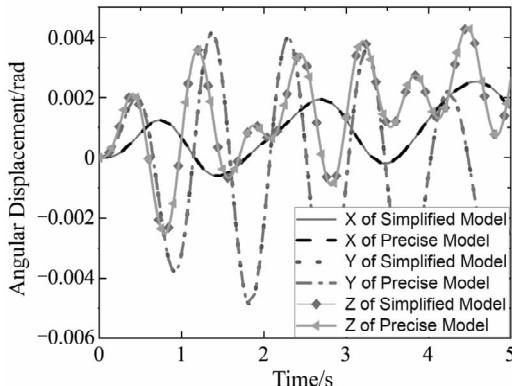


图 4 有效载荷姿态角对比图

Fig. 4 Comparison of attitude angles of the payload platform

如表 2 所示,设定相同的工况,仿真精度以及仿真步长,仿真时间为 60 s,本文的简化模型与未简化的传统模型在计算效率上存在明显差异. 采用

简化模型时的计算时间为 28 s,而采用完整柔性 Stewart 平台航天器动力学模型的仿真时间为 69 s,仿真效率大大提高. 由于本文建立的简化 Stewart 平台模型在 Stewart 平台支腿建模时,将刚性支腿、作动器、阻尼器和上下柔性铰之间的连接方式简化为弹簧阻尼力元并附加补偿刚度的形式,大大减少了系统自由度数. 因此,在进行微幅振动的仿真计算上,本文建立的动力学简化模型能够显著缩减计算过程,提高计算效率,为后续航天器工程实时控制提供了有效的模型支持.

表 2 仿真效率对比

Table 2 Simulation efficiency comparison

Model	Step	Total time
Simplified Model	0.001s	28s
Precise Model	0.001s	69s

2.2 有效载荷微幅振动仿真研究

在以往的研究过程中,Stewart 平台常常作为一个单独的隔振平台考虑其上平台相对下平台的微幅振动抑制效果. 然而实际中,将 Stewart 平台应用于空间在轨飞行的航天器时,还应考虑柔性帆板扰动的耦合作用以及星体平台的刚体运动,本节将通过分析有效载荷上平台的运动学响应研究上述两种情况对 Stewart 平台微幅振动产生的影响,进而探究仅对单一 Stewart 平台构型上下平台间的微幅振动规律进行分析的合理性.

为研究柔性帆板柔性变形的影响,设定工况如表 3 所示,工况 3 星体下平台为自由状态,不考虑太阳电池帆板的柔性作用,在星体平台质心处施加激励力,工况 4 将太阳电池帆板作为柔性体并在每一阶模态上施加模态初始速度 v_{0i} ,其余条件与工况 3 相同. 其中,施加的外部激励力如式(32)所示,给予工况 4 柔性帆板的模态初始速度为 $v_{0i} = 0.001\text{m/s}$ ($i = 1, \dots, 5$).

表 3 工况设定

Table 3 Case setting

Case	Bottom platform condition	Solar arrays	External force
1	Fixed	Rigid	B_2
2	Free	Rigid	B_2
3	Free	Rigid	B_1
4	Free	Flexible	B_1

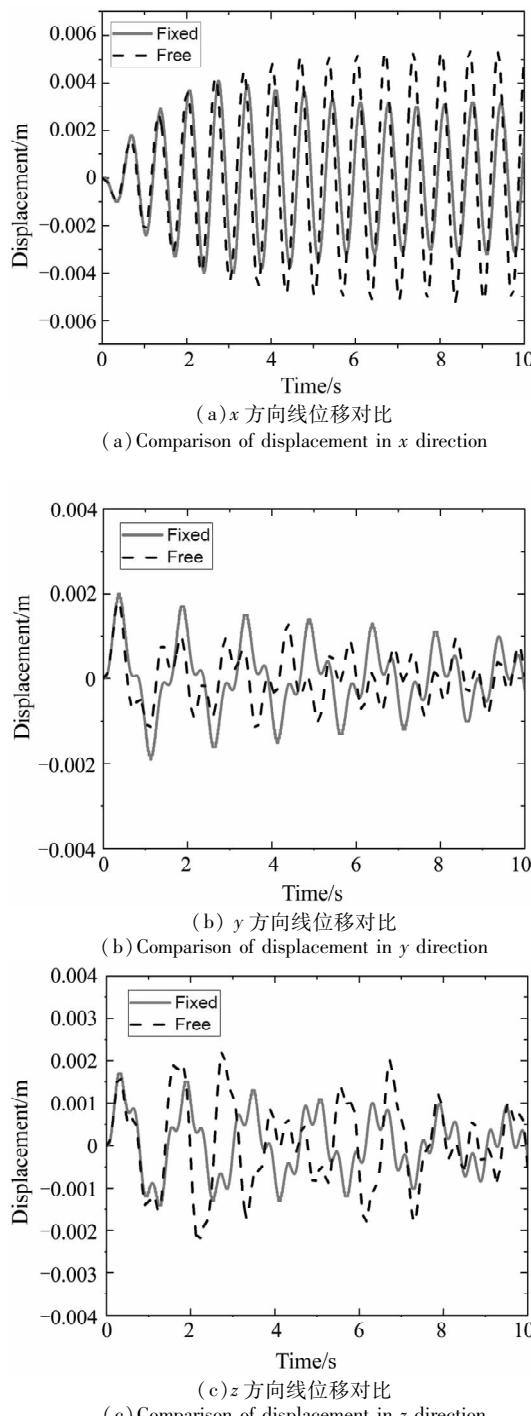


图 5 星体平台是否运动对有效载荷线位移影响
Fig. 5 Comparison of displacements of the payload platform whether the main platform moves

为研究星体平台刚体运动的影响,如表 3 所示,工况 1 设定星体下平台为固定状态,不考虑太阳电池帆板的柔性作用,在有效载荷质心处施加激励力,工况 2 设定星体下平台为自由状态,其余条件与工况 1 相同。从图 5 可以发现,当星体平台固定时,有效载荷上平台的平动曲线呈现一定的周期性,由于受到阻尼的作用,振动的幅值不断衰减,而

在星体平台自由状态下,有效载荷的运动是自身微振动与星体平台刚体运动耦合的结果,其运动的规律性随时间逐渐降低。从图 6 可以发现,有效载荷上平台的转动姿态角幅值受星体平台刚体运动的影响较小,姿态角振动频率基本未发生变化。综上可得,有效载荷质心处的平动微振动受星体平台的刚体运动影响较大,与固定状态相比出现了较大的差异,而对姿态角的微振动的影响相对较小。

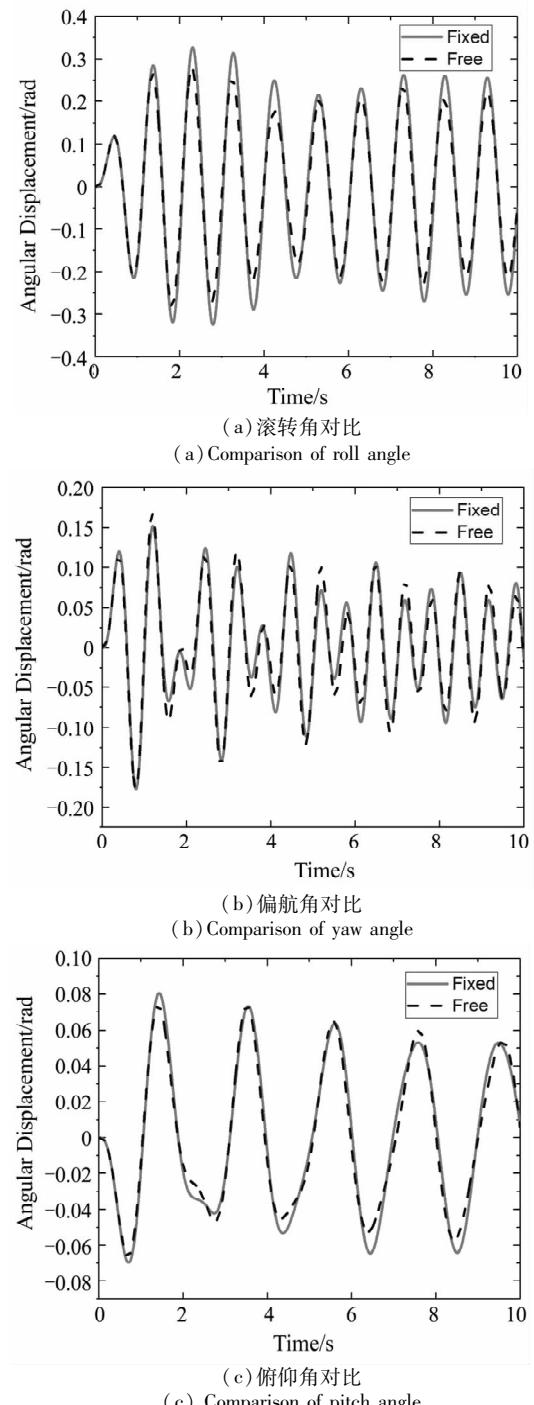


图 6 星体平台是否运动对有效载荷姿态角影响
Fig. 6 Comparison of attitude angles of the payload platform whether the main platform moves

为研究柔性帆板柔性变形的影响,设定工况如表3所示,工况3星体下平台为自由状态,不考虑太阳电池帆板的柔性作用,在星体平台质心处施加激励力,工况4将太阳电池帆板作为柔性体并在每一阶模态上施加模态初始速度 v_{0i} ,其余条件与工况3相同。从图7可以发现,太阳电池帆板的柔性对有效载荷上平台的平动振动影响较小,是因为本身柔性帆板的运动均是小变形范围内的振动。而从图8可以看出,姿态角方面的差异主要体现在 x 方向扭转角,由于该简化模型的Stewart平台对 x 方向扭转扰动敏感,并且将支腿作为力元处理,相较于柔性铰链,其由横向变形产生的影响将更为明显,所以产生了较大差异。因此,太阳电池帆板的柔性对有效载荷上平台微振动的影响主要体现在姿态角上,俯仰角差异较大,而对平移微振动的影响并不明显。

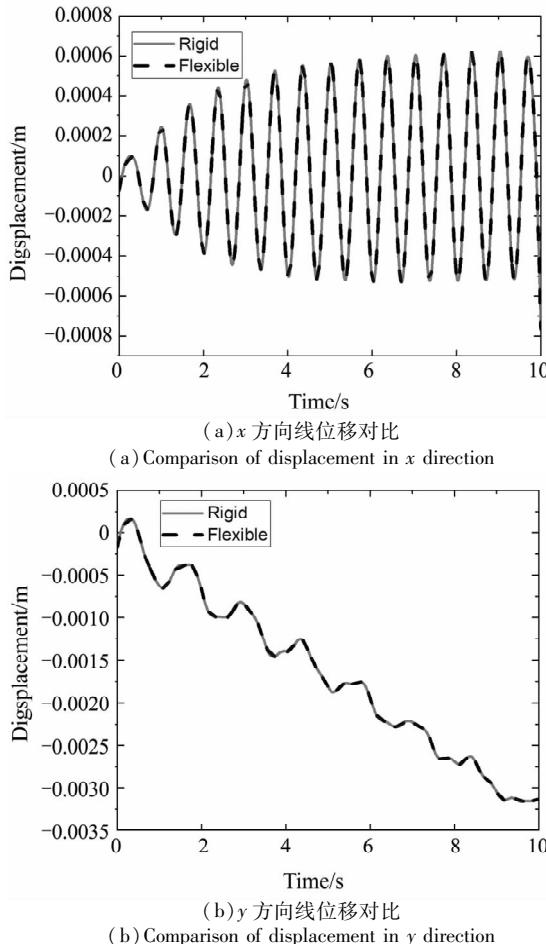


图7 帆板柔性对有效载荷线位移影响
Fig. 7 Comparison of displacements of the payload platform whether to consider flexibility of solar arrays

综上所述,星体下平台的刚体运动以及太阳电池帆板的柔性效应均会对有效载荷上平台的微振

动产生不可忽视的影响。说明当前 Stewart 平台已有研究忽略了下平台运动状态或者柔性附件的耦合作用前提下,仅对单一 Stewart 平台构型上下平台间的微振动减振分析并不合理。

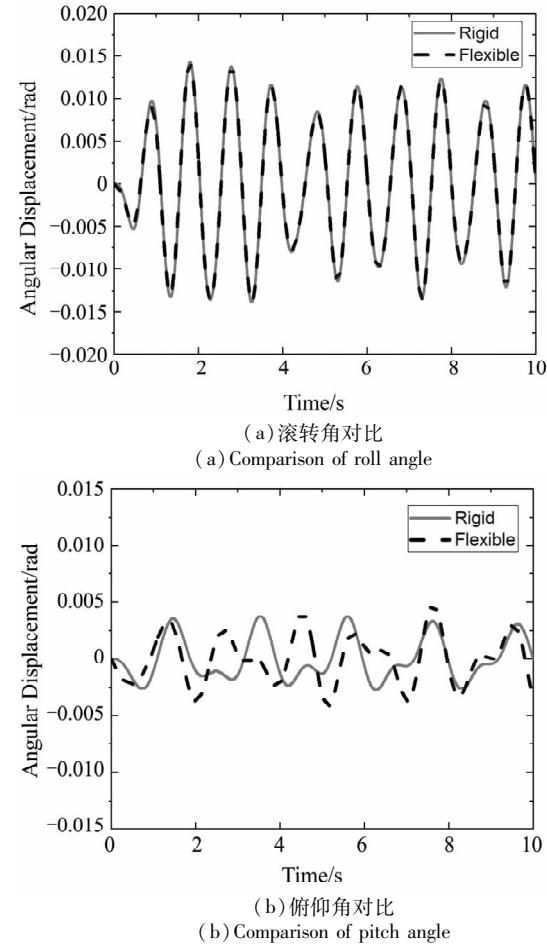


图8 帆板柔性对有效载荷姿态角影响
Fig. 8 Comparison of attitude angles of the payload platform whether to consider flexibility of solar arrays

3 结论

在工程实际中,为了便于实时控制,需要构建一种对 Stewart 平台进行等效简化的整体动力学模型,同时为了满足带 Stewart 平台航天器总体设计的需要,必须针对该构型建立一种高效准确的动力学模型。

本文基于多体系统刚柔耦合动力学建模理论,采用单向递推组集的方法建立了带 Stewart 平台、柔性帆板、CMG 力矩陀螺以及有效载荷的航天器刚柔耦合动力学模型。为便于控制的实现,对 Stewart 平台的支腿进行了简化,并通过和完整模型对比验证了模型的正确性。研究结果表明,帆板柔性与星体下平台刚体运动对有效载荷上平台的微幅

振动有较大的影响. 因此在航天器 Stewart 平台微振动研究与隔振方案设计时, 必须对此予以考虑. 本研究为带 Stewart 平台航天器的微振动减振设计与高精度指向提供了有效的技术支撑.

参 考 文 献

- 1 曹登庆, 白坤朝, 丁虎, 等. 大型柔性航天器动力学与振动控制研究进展. 力学学报, 2019, 51(1): 9 ~ 21 (Cao D Q, Bai K C, Ding H, et al. Advances in dynamics and vibration control of large-scale flexible space-craft. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(1): 9 ~ 21 (in Chinese))
- 2 蒋丽忠, 洪嘉振. 带柔性部件卫星耦合动力学建模理论及仿真. 宇航学报, 2000, 21(3): 39 ~ 44 (Jiang L Z, Hong J Z. Coupled dynamics of modeling theory and simulations of satellites with flexible appendages. *Journal of Astronautics*, 2000, 21(3): 39 ~ 44 (in Chinese))
- 3 张炜华, 刘锦阳. 考虑刚 - 柔 - 热耦合的板结构多体系统的动力学建模. 动力学与控制学报, 2016, 14(5): 438 ~ 447 (Zhang W H, Liu J Y. Rigid-flexible-thermal coupling dynamic formulation for hub-plate multi-body system. *Journal of Dynamics and Control*, 2016, 14(5): 438 ~ 447 (in Chinese))
- 4 魏乙, 邓子辰, 李庆军, 等. 空间太阳能电站的轨道、姿态和结构振动的耦合动力学建模及辛求解. 动力学与控制学报, 2016, 14(6): 513 ~ 519 (Wei Y, Deng Z C, Li Q J, et al. Coupling dynamic modeling among orbital motion, attitude motion and structural vibration and symplectic solution of SPS. *Journal of Dynamics and Control*, 2016, 14(6): 513 ~ 519 (in Chinese))
- 5 Dasgupta B, Mruthyunjaya T S. The Stewart platform manipulator: a review. *Mechanism & Machine Theory*, 2000, 35(1): 15 ~ 40
- 6 Wu Y, Yu K, Jiao J, et al. Dynamic modeling and robust nonlinear control of a six-DOF active micro-vibration isolation manipulator with parameter uncertainties. *Mechanism & Machine Theory*, 2015, 92: 407 ~ 435
- 7 刘磊, 王萍萍, 孔宪仁, 等. Stewart 平台动力学建模及鲁棒主动隔振控制. 宇航学报, 2011, 32 (6): 1231 ~ 1238 (Liu L, Wang P P, Kong X R, et al. Dynamic modeling and robust active isolation control of Stewart platform. *Journal of Astronautics*, 2011, 32 (6): 1231 ~ 1238 (in Chinese))
- 8 焦健. 柔性连接主动隔振平台的动力学建模与试验研究[博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018 (Jiao J. Dynamic modeling and experimental research on active vibration isolation platform with flexible connection [Ph D Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018 (in Chinese))
- 9 谢溪凌, 王超新, 陈燕毫, 等. 一种 Stewart 隔振平台的动力学建模及实验研究. 振动与冲击, 2017, 36(12): 201 ~ 207 (Xie X L, Wang C X, Chen Y H, et al. Dynamic modeling and experiment of a hybrid passive/active Stewart vibration isolation platform. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36 (12): 201 ~ 207 (in Chinese))
- 10 吴迎. 基于 Stewart 平台的卫星微振动主动控制方法研究及装置优化设计[硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014 (Wu Y. Research on active control methods and optimization design of micro-vibration isolation device on satellite based on Stewart platform [Master Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014 (in Chinese))
- 11 Wu Z, Jing X, Sun B, et al. A 6DOF passive vibration isolator using X-shape supporting structures. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 90 ~ 111
- 12 王嘉铭, 孔永芳, 黄海. 基于 Stewart 平台的隔振与抑振协同控制研究. 振动与冲击, 2019, 38(7): 186 ~ 194 (Wang J M, Kong Y F, Huang H. Cooperative control for vibration isolation and suppression based on Stewart platform. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(7): 186 ~ 194 (in Chinese))
- 13 洪嘉振. 计算多体系统动力学. 北京: 高等教育出版社, 1999: 331 ~ 332 (Hong J Z. Computational dynamics of multibody systems. Beijing: Higher Education Press, 1999: 331 ~ 332 (in Chinese))

RIGID-FLEXIBLE DYNAMIC MODELING AND SIMULATION OF STEWART PLATFORM SPACECRAFT^{*}

Kong Jiaxiang¹ Wang Boyang¹ Liu Zhuyong^{1†} Guo Qiwei² Shi Junwei² Zang Xu²

(1. School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

(2. Aerospace System Engineering, Shanghai 201109, China)

Abstract The modeling method of forward recursive formulation of flexible multibody systems is used in this paper. Based on the principle of velocity variation, a rigid-flexible coupling dynamics model of a spacecraft with Stewart platform, flexible solar panels and CMG components was established. Due to the large degree of freedom of the model, unable to meet the needs of real-time control. Therefore, an equivalent simplified model of the Stewart platform with simplified legs was established. Through comparison with the complete model of the flexible Stewart platform spacecraft, the correctness and efficiency of the established dynamic model were verified. The influence of the motion of the main platform and the vibration of the flexible panels board on the dynamic response of the payload is analyzed. It is pointed out that the motion of the main platform cannot be simply fixed or the vibration of the flexible panels cannot be ignored when designing the micro-vibration suppression scheme of the Stewart platform. The research in this paper provides effective technical support for micro-vibration damping and high-precision pointing of spacecraft with Stewart platform.

Key words Stewart platform, rigid-flexible coupling, forward recursive formulation, dynamic modeling, simulation analysis

Received 10 November 2021, revised 14 December 2021.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11772188)

† Corresponding author E-mail: zhuyongliu@sjtu.edu.cn