

混合振荡神经网络中反相干 共振向相干共振的转迁*

吴媛梦 贾雁兵[†]

(河南科技大学 数学与统计学院, 洛阳 471000)

摘要 混合振荡和相干共振广泛存在于生物神经系统,且与某些生理功能有密切联系. 本文采用能产生混合振荡的改进 FitzHugh - Nagumo 神经元模型构建电耦合神经网络模型. 在确定性的网络模型中,发现耦合强度的增大不仅能使得神经元的放电达到完全同步,还能使得放电模式从混合振荡变为周期1峰放电. 引入高斯白噪声后,发现当耦合强度在较大范围内时,随着噪声强度的增大,放电峰峰间期的变差系数先增大后减小再增大,即出现反相干共振向相干共振的转迁. 该结果不仅扩展了神经网络的复杂随机动力学,还揭示了混合振荡的潜在功能.

关键词 混合振荡, 相干共振, 反相干共振, 神经网络

中图分类号: O324

文献标志码: A

引言

噪声诱导非线性系统的复杂随机动力学是动力学与控制学科的重要内容,如随机共振(stochastic resonance)和相干共振(coherence resonance)^[1-8]已经从作为违反直觉行为的代表到如今被广泛接受. 其中,随机共振是指含噪声的非线性系统对弱周期信号的响应在中等强度的噪声下得到优化的现象^[3],相干共振现象则是指含噪声的非线性系统在无弱周期信号的作用下表现出的类随机共振的现象^[3]. 在神经系统中,噪声源于离子通道的随机开关和神经递质的随机释放等因素,其可以诱导随机共振和相干共振^[9-12],在感觉信息处理、运动控制和临床康复中发挥着重要作用. 神经系统的相干共振经常用放电峰峰间期(interspike interval, ISI)的变差系数随噪声强度先增加后降低来刻画^[3].

虽然随机共振和相干共振在神经系统的阈值或分岔点附近是普遍存在的,但是反相干共振(anti-coherence resonance)或逆随机共振(inverse sto-

chastic resonance)也在亚临界 Hopf 分岔点附近被发现^[13-15]. 与相干共振不同,反相干共振是指适中强度的噪声会压制放电,例如放电峰峰间期随噪声强度的增大而先增大后减小^[16]. 逆随机共振则指放电频率在适中噪声强度下达到最小^[13],与相干共振的放电频率一般随着噪声强度的增大而增大不同. 反相干共振和逆随机共振扩展了神经系统的复杂随机动力学.

在单神经元模型中,噪声类型、噪声强度、神经元电活动和分岔类型等决定着相干共振或反相干共振的动力学特征. 例如,众多研究关注了噪声从平衡点分岔附近的静息态诱发相干共振,以及从亚临近 Hopf 分岔点附近的共存行为诱发反相干共振^[13-15]. 因为神经系统中的神经元并不是孤立存在的,而是相互耦合构成神经网络. 因此神经网络模型研究中也关注了随机共振和相干共振^[17],而且研究了网络的多种因素(如网络结构、耦合强度和突触时滞等)及神经元的动力学行为对随机共振和相干共振的重要影响^[18-24]. 例如,适中

的平均度能增强神经网络的随机共振^[18],相位噪声能诱导神经网络产生两次相干共振^[20],时滞能减弱神经网络的相干共振^[21],抑制性自突触能增强神经网络的相干共振^[24].然而,以上大部分研究关注噪声诱导位于分岔点附近的静息态产生的随机共振或相干共振.

近期,能够产生相干共振和反相干共振的条件得到了扩展.有研究发现簇放电,特别是混合振荡的簇放电也能产生相干共振^[25,26],单个峰和阈下振荡交替的混合振荡可以产生反相干共振到相干共振的转迁^[16].实际上,该混合振荡之所以能发生反相干共振向相干共振的转迁,是因为该混合振荡相对特殊的动力学行为.该混合振荡的动力学行为是较长的阈下振荡和单个峰的交替,在一定程度上具备“共存”行为的特征,因而能够发生反相干共振;而该混合振荡的阈下振荡远远多于放电峰,在很大程度上具有阈下振荡的特征,接近放电阈值,可以产生相干共振.因此,混合振荡是能够产生复杂随机动力学的重要放电行为.

混合振荡是指具有大幅值和具有小幅值振荡交替出现的一种放电模式,广泛存在于实际神经系统.例如,生理学实验研究发现:垂体催乳素细胞^[27]和大鼠内侧隔核中的氨基丁酸能神经元^[28]能产生混合振荡;在不同的抗癫痫药物作用下,内嗅皮层中的锥体神经元会产生不同类型的混合振荡^[29].此外,混合振荡与神经系统的一些功能有着紧密的联系.例如,脑中 Pre-Böttinger 神经元的混合振荡对于产生规则的呼吸至关重要^[30].因此,

研究不同混合振荡的单神经元和网络的随机动力学对于动力学和神经科学都具有重要的意义.

本文选用能产生混合振荡的含有自适应电流的改进 FitzHugh-Nagumo (FHN) 神经元模型,研究了全局电耦合神经网络的随机动力学.通过计算神经网络放电 ISI 的变差系数 (coefficient variation, CV) 发现:噪声能诱导神经网络出现反相干共振向相干共振的转迁,而且该转迁现象在较大的耦合强度范围内存在.研究结果丰富了神经网络的随机动力学,揭示了混合振荡的潜在功能.

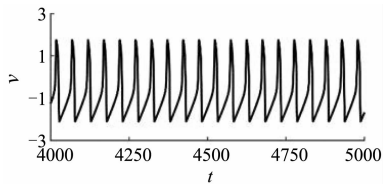
1 模型与方法

1.1 FHN 神经元模型

FHN 神经元模型是一种简单的但具有代表性的神经脉冲模型,可由如下方程描述:

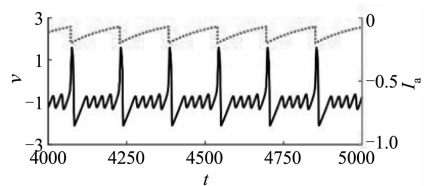
$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = v - \frac{v^3}{3} - w + I \\ \frac{dw}{dt} = \frac{av - w}{\tau} \end{cases} \quad (1)$$

式中, v 和 w 分别为膜电位和膜恢复变量, a 、 τ 和 I 为参数,它们都是无量纲的^[31].为保证膜电位的快速演化,参数 a 和 τ 在本研究中分别被固定为 5 和 60^[31].参数 I 代表刺激电流,其决定了模型的动力学行为.当 $I < -4.29$ 时,模型有一个稳定的焦点,对应静息态;当 I 稍大于 -4.29 时,模型通过 Hopf 分岔产生一个稳定的极限环,对应周期的放电态.例如,刺激电流 I 被固定为 -4.2 时,模型产生周期 1 峰放电,如图 1(a) 所示.



(a) 无自适应电流时的周期 1 峰放电

(a) Period-1 spiking with adaptive current absent



(b) 自适应电流 (点线) 作用下的周期 5 混合振荡 (实线)

(b) Period-5 mixed-mode oscillation (solid line) with adaptive current present (dotted line)

图 1 FHN 神经元模型的不同放电模式

Fig. 1 Different firing modes of the FHN neuron model

1.2 含自适应电流的改进 FHN 神经元模型

引入自适应电流是使得神经元模型产生混合振荡的常用方法^[31],本文在 FHN 神经元模型中引入自适应电流:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = v - \frac{v^3}{3} - w + I + I_a \\ \frac{dw}{dt} = \frac{av - w}{\tau} \\ \frac{dI_a}{dt} = -\frac{I_a}{\tau_a} \end{cases} \quad (2)$$

其中,变量 I_a 代表自适应电流,参数 τ_a 代表自适应电流的衰减时间. 自适应电流 I_a 满足重置条件: 当膜电位 v 正向穿越阈值 0 时,将自适应电流 I_a 赋值为 δ . 在本研究中,衰减时间 τ_a 和参数 δ 分别被固定为 150 和 -0.2 ^[31],模型产生周期 5 混合振荡,如图 1(b) 所示. 本文以该周期 5 混合振荡为例进行研究.

1.3 含自适应电流和高斯白噪声的改进 FHN 神经元网络模型

含自适应电流和高斯白噪声的 FHN 神经元网络可由如下方程描述:

$$\begin{cases} \frac{dv_i}{dt} = v_i - \frac{v_i^3}{3} - w_i + I + I_{a,i} + g \sum_{j=1}^N C_{ij}(v_j - v_i) \\ \frac{dw_i}{dt} = \frac{av_i - w_i}{\tau} + \xi_i(t) \\ \frac{dI_{a,i}}{dt} = -\frac{I_{a,i}}{\tau_a} \end{cases} \quad (3)$$

其中,下标 i ($i = 1, 2, \dots, N$) 代表网络中的第 i 个神经元. 变量 v_i, w_i 和 $I_{a,i}$ 分别代表第 i 个神经元的膜电位、膜恢复变量和接收到的自适应电流. 在本研究中,神经元的总数 N 被固定为 100. 参数 g 代表耦合强度, $g \sum_{j=1}^N C_{ij}(v_j - v_i)$ 代表第 i 个神经元接收到的耦合电流. $(C_{ij})_{N \times N}$ 为神经网络连接矩阵,本研究采用全局耦合神经网络,即当 $i = j$ 时 $C_{ij} = 1$,当 $i \neq j$ 时 $C_{ij} = 0$. $\xi_i(t)$ 代表高斯白噪声,其统计特征为: $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$ 和 $\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = 2D\delta_{ij}\delta(t - t')$. 其中 D 代表高斯白噪声的强度, $\delta(\cdot)$ 代表狄拉克函数.

1.4 方法

本文采用欧拉方法数值求解所有方程,积分步长为 0.001. 为了刻画神经网络的相关共振,本文首先计算网络中所有神经元的 ISI,然后采用所有神经元的 ISI 的变差系数 CV 定量地刻画神经元

网络的相干共振. 其中, CV 定义为所有神经元的 ISI 的标准差除以所有神经元的 ISI 的均值^[2,3].

此外,本文采用如下指标定量刻画网络中神经元放电的同步^[32,33]:

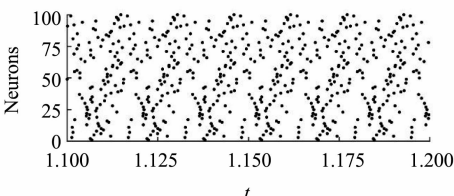
$$S = \frac{\langle \bar{v}^2 \rangle - \langle \bar{v} \rangle^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\langle v_i(t)^2 \rangle - \langle v_i(t) \rangle^2)} \quad (4)$$

其中, $\bar{v} = \sum_{i=1}^N v_i(t)/N$ 代表平均的膜电位, $\langle \cdot \rangle$ 代表关于时间的平均. S 介于 0 到 1 之间,且较大的 S 对应较强的同步.

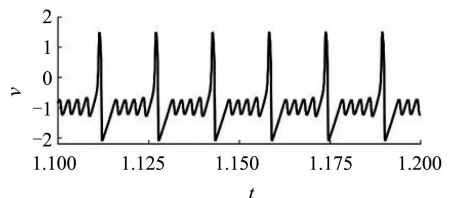
2 结果

2.1 耦合强度对确定性神经网络放电模式和放电同步的影响

图 2 刻画了不同耦合强度下所有神经元的放电的时空图(左)和网络中某个神经元的放电图(右). 其中,在放电的时空图中,每个黑点都对应于神经元的一次放电. 当耦合强度 g 很小时(例如,当 $g = 0.00000001$ 或 0.000001 时),由于初值的随机性神经元放电同步性很弱[图 2(a)、(c)],网络中单个神经元的放电为周期 5 混合振荡[图 2(b)、(d)]且与孤立神经元的放电模式类似[图 1(b)]. 当耦合强度 g 增大为 0.0001 时,网络中的放电率减小[图 2(e)],单个神经元的 ISI 增大且放电变得不规则[图 2(f)]. 当耦合强度 g 增大为 0.01 时,神经元的放电达到完全同步[图 2(g)],单个神经元的 ISI 减小且放电变得规则[图 2(h)]. 当耦合强度 g 增大为 1 时,神经元的放电仍为完全同步[图 2(i)],单个神经元的 ISI 减小且放电为规则的峰放电[图 2(j)]. 图 2 表明耦合强度的增大不仅能增强神经网络放电的同步,还能改变神经网络中的放电模式.



(a) $g = 0.00000001$ 时的时空图
(a) Space-time plots for $g = 0.00000001$



(b) $g = 0.00000001$ 时的放电图
(b) Spike trains for $g = 0.00000001$

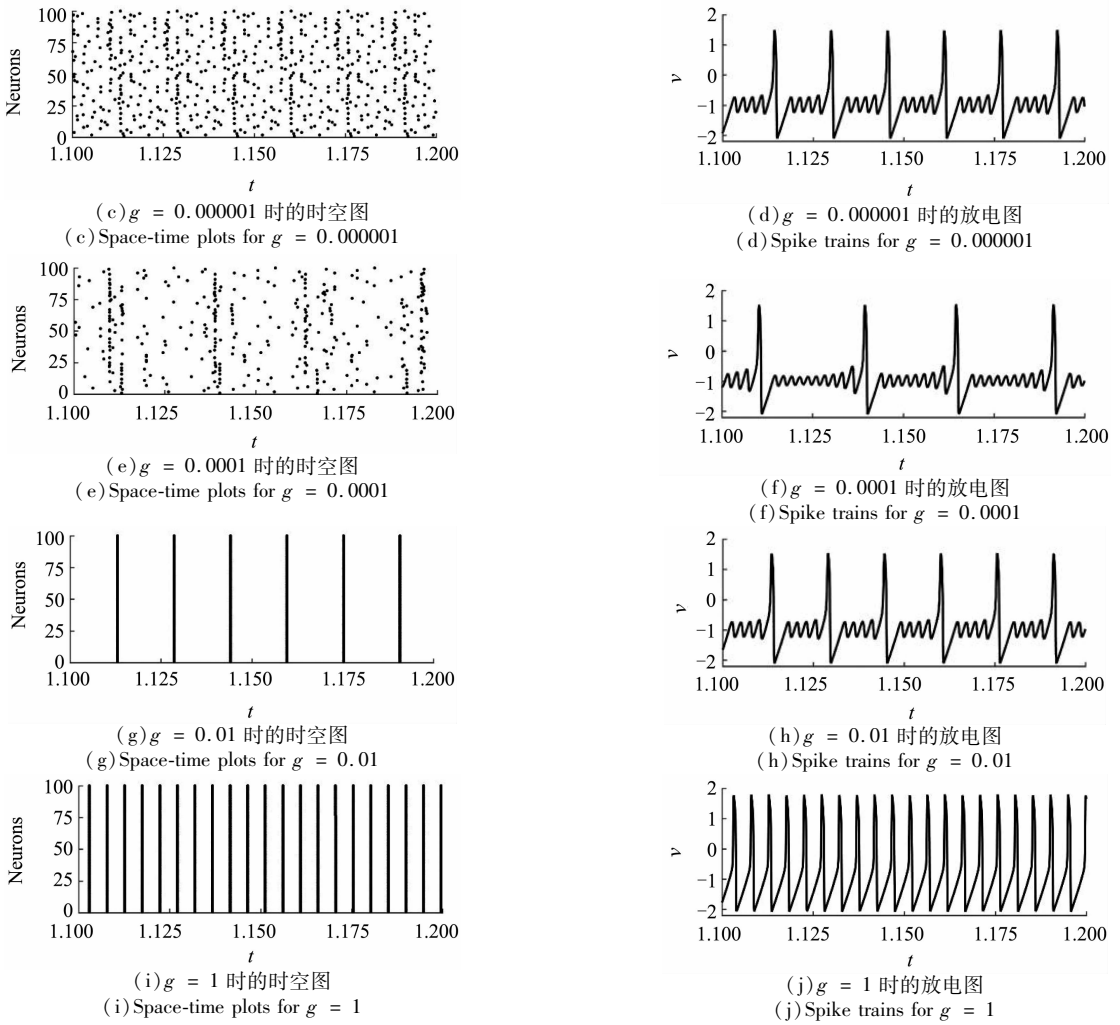


图2 不同耦合强度下确定性网络中所有神经元放电的时空图(左)和网络中某个神经元的放电图(右)

Fig.2 Space-time plots of all neurons(left)and spike trains of a neuron(right)in the deterministic network for different coupling strengths

为了深入刻画耦合强度对确定性神经网络放电模式和放电同步的影响,图3刻画了网络中所有神经元的ISI和网络的同步指标 S 随着耦合强度的 g 的变化规律.由图3(a)可知,随着耦合强度 g 的增大,网络中神经元的放电从周期5混合振荡,经过复杂放电,变为周期1峰放电,平均ISI先增大

后减小(红色虚线),平均ISI的增大和减小分别是由小幅振荡的个数增加和减少引起的.由图3(b)可知,当耦合强度 g 较小时($g < 0.0004$ 时),网络的同步性较弱,当 g 较大时($g \geq 0.0004$ 时),网络的同步为完全同步态.



(a) 所有神经元的ISI(黑色点)和ISI的平均(红色虚线)随着耦合强度 g 的变化规律

(b) 网络的同步指标随着耦合强度 g 的变化规律
(b) Dependence of the synchronization index on the coupling strength g

(a) Dependence of ISIs of all neurons(black dots)and the mean of ISIs(red dashed line)on the coupling strength g

图3 确定性网络的动力学行为随着耦合强度 g 的变化规律

Fig.3 Dependence of dynamics of the deterministic network on the coupling strength g

2.2 弱耦合神经网络中反相干共振向相干共振的转迁

当网络中神经元间的耦合很弱时(例如,当 $g = 0.0001$ 时),图4刻画了不同噪声强度 D 下网络中某个神经元的膜电位随时间的演化(左)和所有神经元的ISI统计直方图(右).当 D 很小时(例如,当 $D = 0.0000001$ 时),膜电位的振荡为较规则的混合振荡[图4(a)],ISI的分布较集中,在240~330之间[图4(b)].当 D 增大至0.000032时,一些小ISI出现[图4(c)],导致ISI的分布变宽,在50~390之间[图4(d)],表明神经元的放电规律性变弱.当 D 增大至0.0032时,放电的规律性增强[图4(e)],这反映在ISI的分布变窄(在30~130之间)且ISI统计直方图的高度增大[图4(f)].当 D 进一步增大至 $D = 3.16$ 时,ISI的分布范围变宽(在20~170之间)且ISI统计直方图的高度降低[图4(h)],表明放电的规律性又变弱[图4(g)].

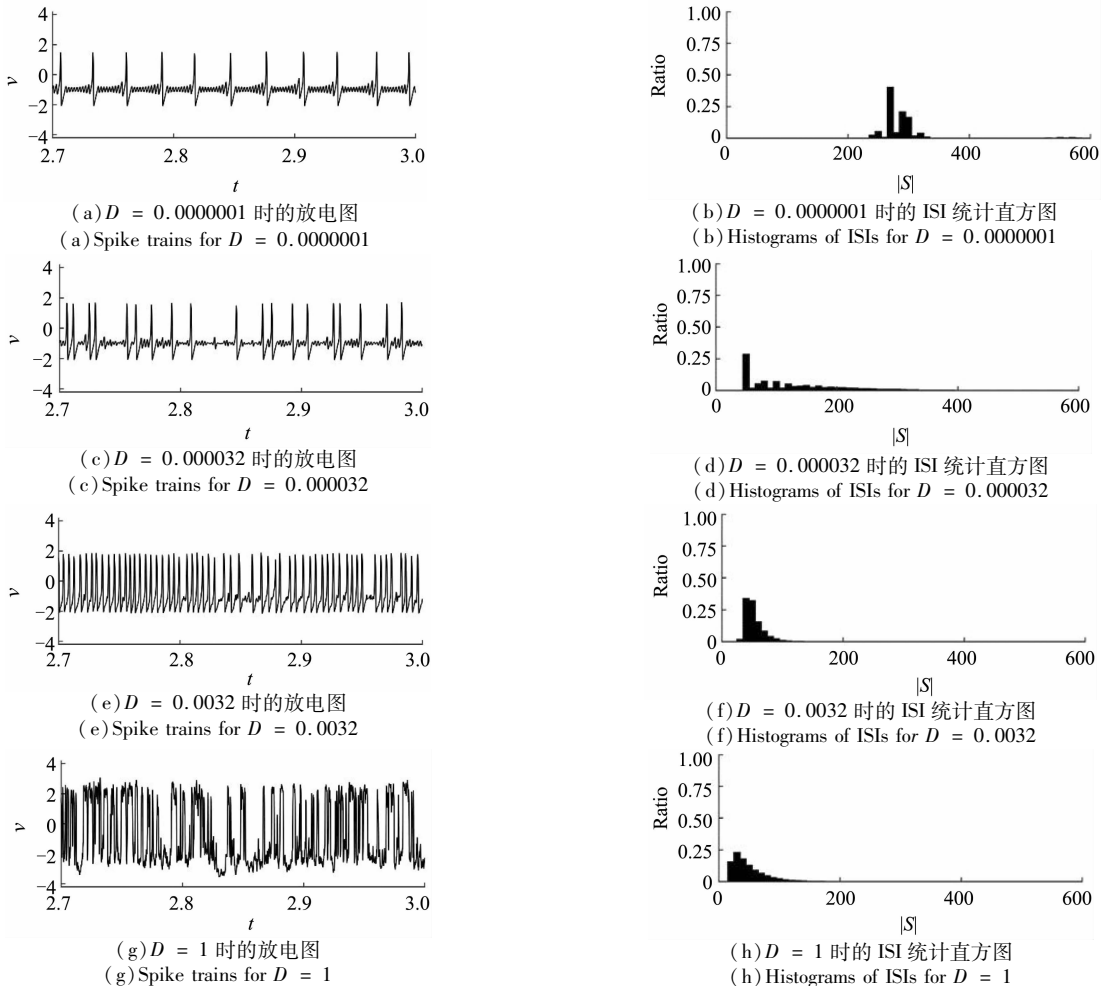


图4 当耦合强度 $g = 0.0001$ 时,不同噪声强度 D 下网络中某个神经元的放电图(左)和所有神经元的ISI统计直方图(右)
Fig. 4 Spike trains of a neuron in the network(left) and histograms of ISIs of all neurons (right) for different noise intensities D with the coupling strength $g = 0.0001$

图4提示:随着噪声强度的增大,神经网络的放电规律性变弱后又变强,可能先出现反相干共振再出现相干共振.

为了定量地验证神经网络会出现反相干共振向相干共振的转迁,图5(a)描述了当 $g = 0.0001$ 时变差系数 CV 随着噪声强度 D 的变化规律.随着噪声强度 D 的增大, CV 先增大后减小再增大,并在 $D = 0.000032$ 处达到局部最大值(反相干共振),在 $D = 0.0032$ 处达到局部最小值(相干共振).图5(a)表明:随着噪声强度 D 的增大,弱耦合神经网络会出现反相干共振向相干共振的转迁.图5(b)描述了ISI的标准差(红色圆圈)和均值(蓝色方格)随着噪声强度 D 的变化规律.变差系数 CV 的先增大是由ISI的标准差增大而ISI的均值减小引起的;变差系数 CV 的后减小是由ISI的标准差减小慢于ISI的均值减小引起的;变差系数 CV 的再增大是由ISI的标准差增大而ISI的均值几乎不变引起的.

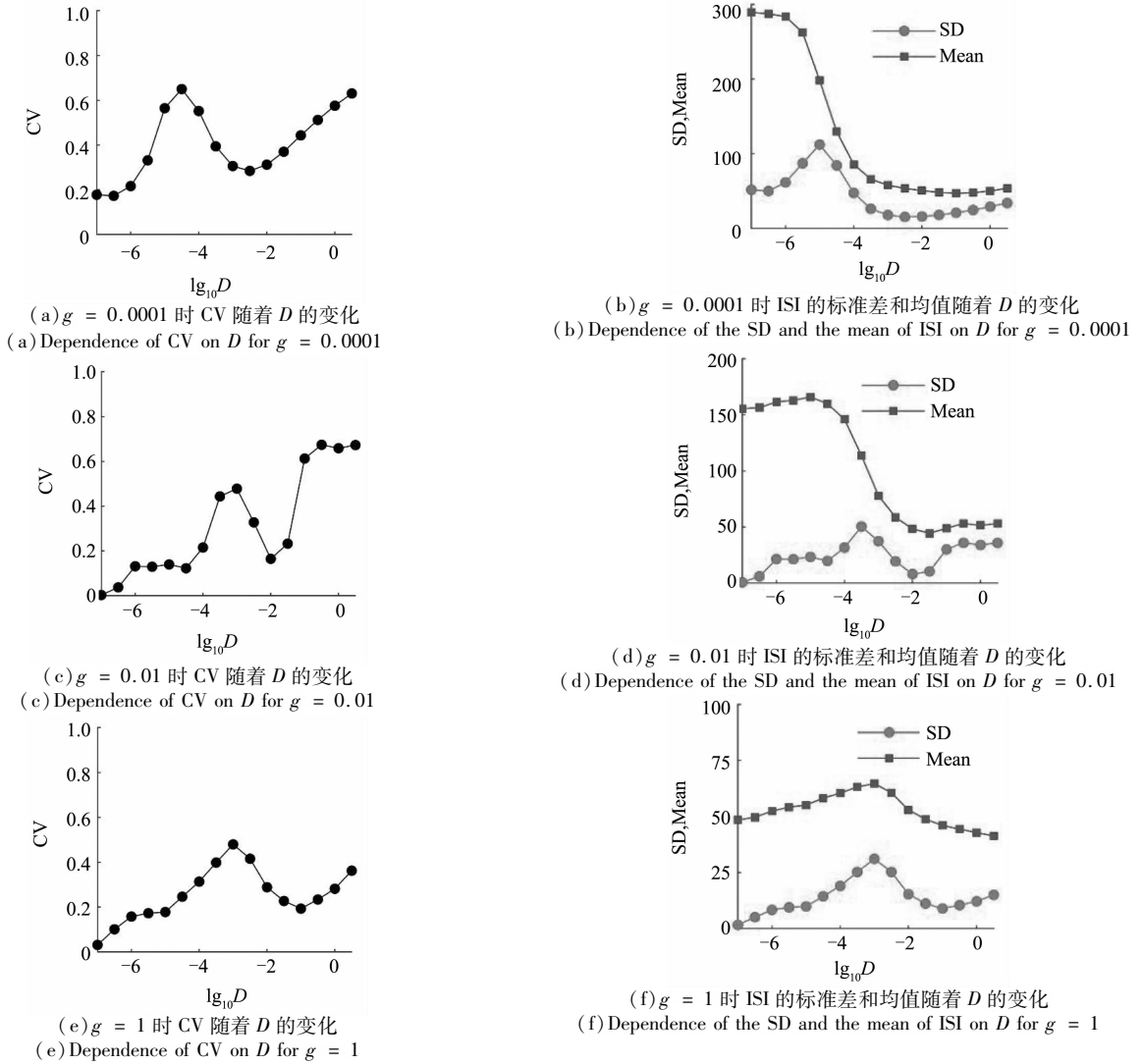


图 5 不同耦合强度 g 下,变差系数 CV(左)及 ISI 的标准差和均值(右)随着噪声强度 D 的变化
Fig. 5 Dependence of the CV (left) and the standard deviation(SD) and the mean of ISIs (right) on the noise intensity D for different coupling strengths g

2.3 中等耦合神经网络中反相干共振向相干共振的转迁

当耦合中等时(例如,当 $g = 0.01$ 时),随着噪声强度 D 的增大,CV 先增大后减小再增大,如图 5(c) 所示,并在 $D = 0.001$ 处达到局部最大值(反相干共振),在 $D = 0.01$ 处达到局部最小值(相干共振),还会出现反相干共振向相干共振的转迁.图 5(d) 描述了 ISI 的标准差和均值随着噪声强度 D 的变化规律.与弱耦合强度下不同的是,反相干共振和相干共振出现的噪声强度都增大.

为了更深入地描述该转迁现象,图 6 刻画了几组关键噪声强度 D 下,网络中某个神经元的膜电位随时间的演化(左)和所有神经元的 ISI 统计直

方图(右).当 D 很小时(例如,当 $D = 0.0000001$ 时),膜电位的振荡为规则的混合振荡模式[图 6(a)],ISI 的分布很集中,在 150 ~ 160 之间[图 6(b)].当 D 增大至 0.001 时,放电的规律性变弱[图 6(c)],ISI 的分布变宽,在 50 ~ 200 之间[图 6(d)].当 D 增大至 0.01 时,放电规律性增强[图 6(e)],ISI 的分布变窄(在 40 ~ 100 之间)且 ISI 统计直方图的高度增大[图 6(f)].当 D 进一步增大至 1 时,放电的规律性又变弱[图 6(g)],ISI 的分布范围变宽(在 20 ~ 190 之间)且 ISI 统计直方图的高度降低[图 6(h)].当 $D = 0.001$ 时(反相干共振),放电达到最不规则的状态;当 $D = 0.01$ 时(相干共振),放电达到最规则的状态.

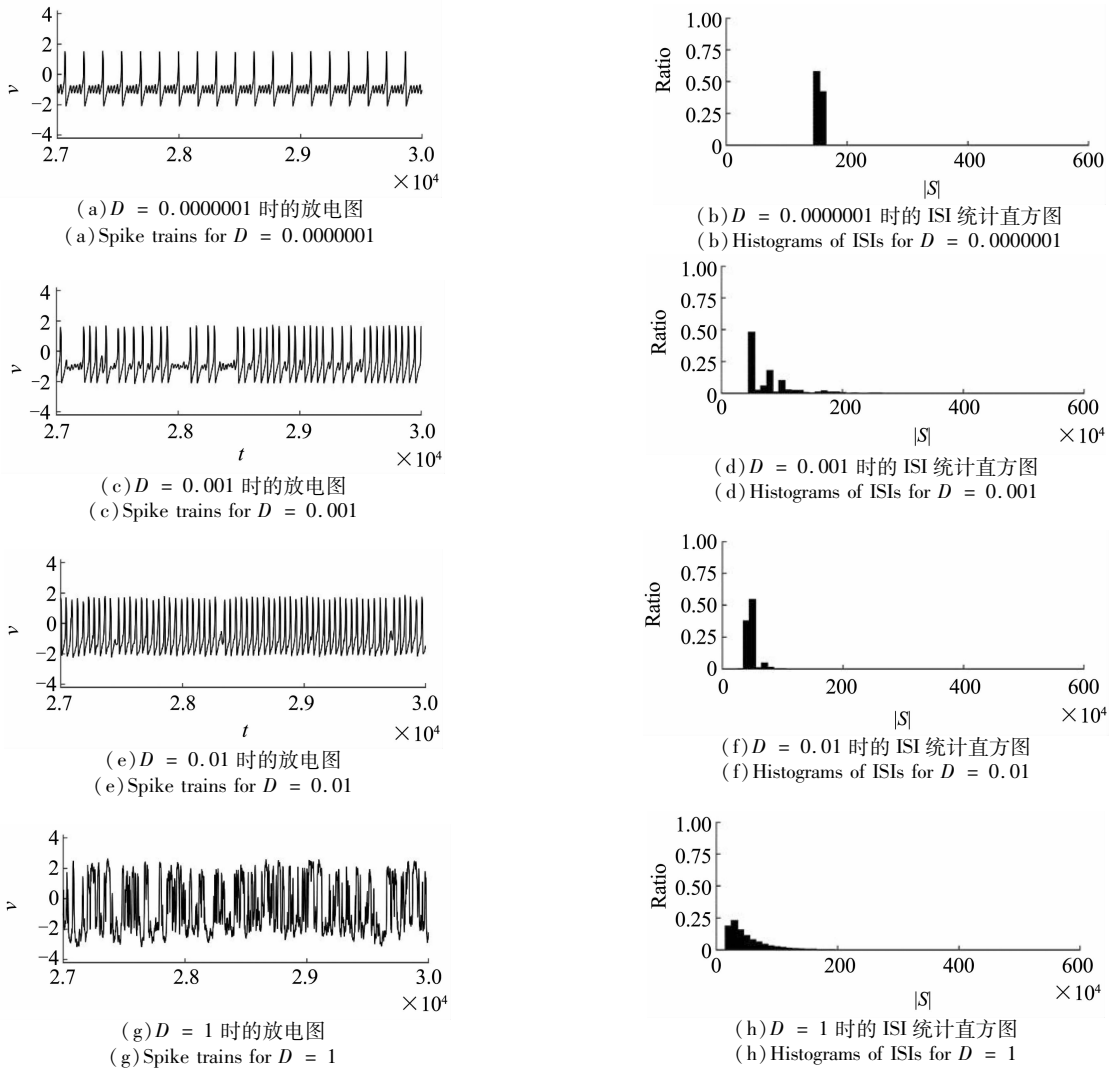


图6 当耦合强度 $g = 0.01$ 时,不同噪声强度 D 下网络中某个神经元的放电图(左)和所有神经元的 ISI 统计直方图(右)

Fig.6 Spike trains of a neuron in the network(left)and histograms of ISIs of all neurons (right)for different noise intensities D with the coupling strength $g = 0.01$

2.4 强耦合神经网络中反相干共振向相干共振的转迁

当耦合很强时(例如,当 $g = 1$ 时),网络还会出现反相干共振向相干共振的转迁,如图 5(e)所示. 变差系数 CV 在 $D = 0.001$ 处达到局部最大值(反相干共振),在 $D = 0.1$ 处达到局部最小值(相干共振). 图 5(f)描述了 ISI 的标准差和均值随着噪声强度 D 的变化规律. 变差系数 CV 的先增大是由 ISI 的标准差增大快于 ISI 的均值增大引起的;变差系数 CV 的后减小是由于 ISI 的标准差减小快于 ISI 的均值减小引起的;变差系数 CV 的再增大是由 ISI 的标准差增大而均值减小引起的. 相比于弱和中耦合强度,ISI 的均值变化范围相对较小.

图 7 刻画了不同噪声强度 D 下网络中某个神经元的膜电位随时间的演化(左)和所有神经元的 ISI 统计直方图(右). 当 D 很小时(例如,当 $D = 0.0000001$ 时),在强耦合的作用下神经元的活动近似为规则的周期 1 峰放电[图 7(a)],这不同于弱和中耦合强度,所有神经元的 ISI 集中分布在 40 附近[图 7(b)]. 当 D 增大至 0.001 时,神经元的放电规律性减弱[图 7(c)],ISI 的分布变宽(在 40 ~ 240 之间)且 ISI 统计直方图的高度降低[图 7(d)]. 当 D 增大至 0.1 时,神经元的放电规律性增强[图 7(e)],ISI 的分布变窄(在 30 ~ 90 之间)且 ISI 统计直方图的高度增加[图 7(f)]. 当 D 进一步增大至 1 时,神经元的放电规律性减弱[图 7(g)],

ISI 的分布变宽(在 30 ~ 90 之间)且 ISI 统计直方图的高度降低[图 7(h)]. 当 $D = 0.001$ 时(反相

干共振),放电达到最不规则的状态;当 $D = 0.1$ 时(相干共振),放电达到最规则的状态.

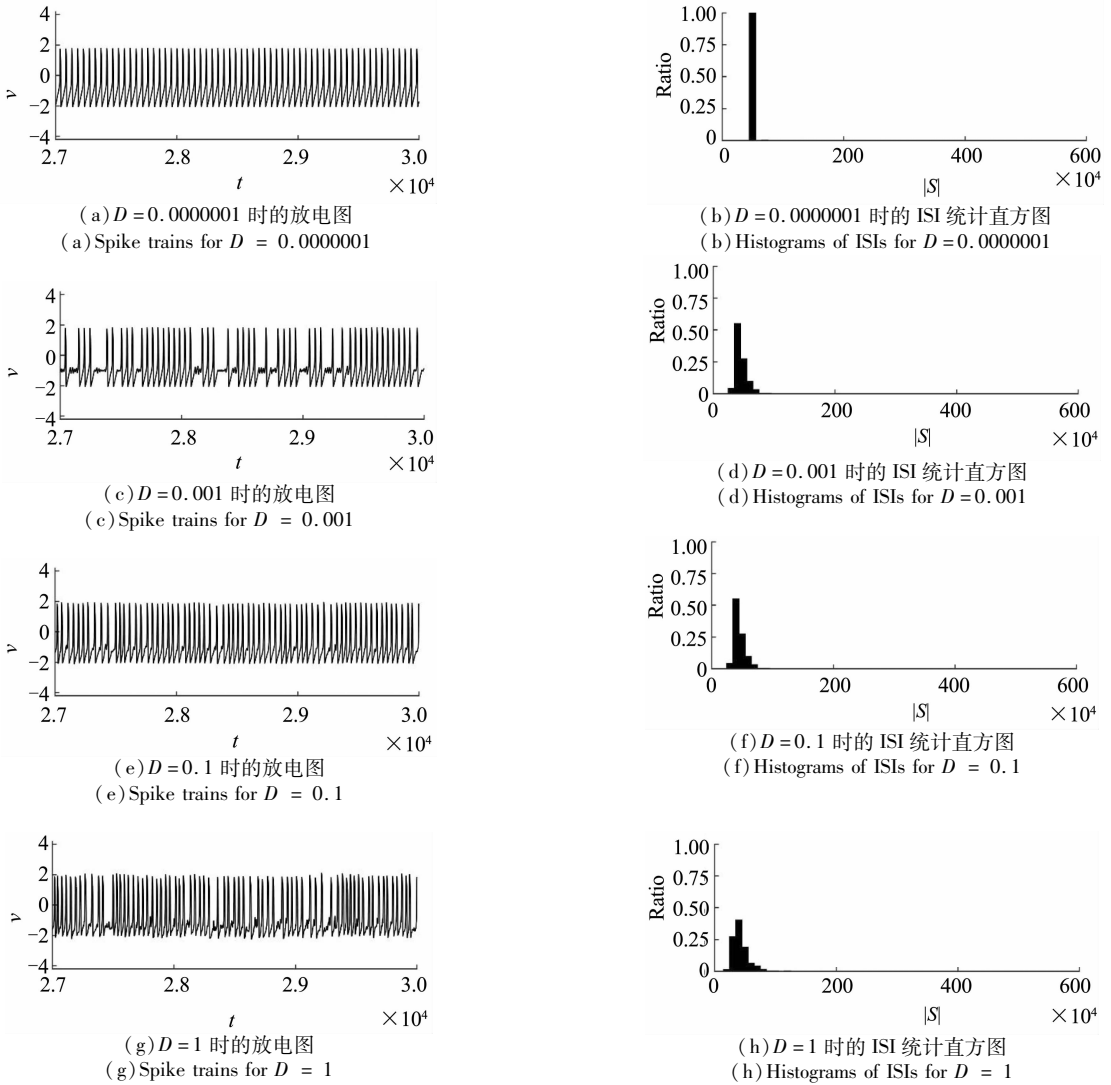


图7 当耦合强度 $g = 1$ 时,不同噪声强度 D 下网络中某个神经元的放电图(左)和所有神经元的 ISI 统计直方图(右)
Fig.7 Spike trains of a neuron in the network(left) and histograms of ISIs of all neurons(right) for different noise intensities D with the coupling strength $g = 1$

2.5 不同耦合强度下的反相干共振向相干共振的变迁

2.2 ~ 2.4 节中的结果表明:对于弱、中和强三组不同的耦合强度,神经网络都会出现反相干共振向相干共振的变迁. 图 8 刻画了六组不同耦合强度 g 下变差系数 CV 随着噪声强度 D 的变化规律. 首先,对于六组不同的耦合强度 g ,变差系数 CV 都先增大后减小再增大. 这表明对于六组不同的耦合强度 g ,神经网络都会出现反相干共振向相干共振的变迁. 此外,随着耦合强度 g 的增大,反相干共振和相干共振对应的噪声强度 D 右移. 这说明随着耦合强度的增大,出现反相干共振和相干共振的

噪声强度都增大.

图 9 描绘了变差系数 CV 随着噪声强度 D 和耦合强度 g 的变化规律. 其中,深色区域对应于小的 CV 值,浅色区域对应于大的 CV 值,如颜色条所示. 首先,对于固定的耦合强度 g ,随着噪声强度 D 的增大,CV 先增大后减小再增大. 这表明对于不同的耦合强度 g ,神经网络都会出现反相干共振向相干共振的变迁. 此外,随着耦合强度 g 的增大,反相干共振对应的噪声强度(黑色虚线标注)和相干共振对应的噪声强度(白色虚线标注)整体上都有右移的趋势. 这说明随着耦合强度的增大,出现反相干共振和相干共振的噪声强度整体上都有增大

的趋势.

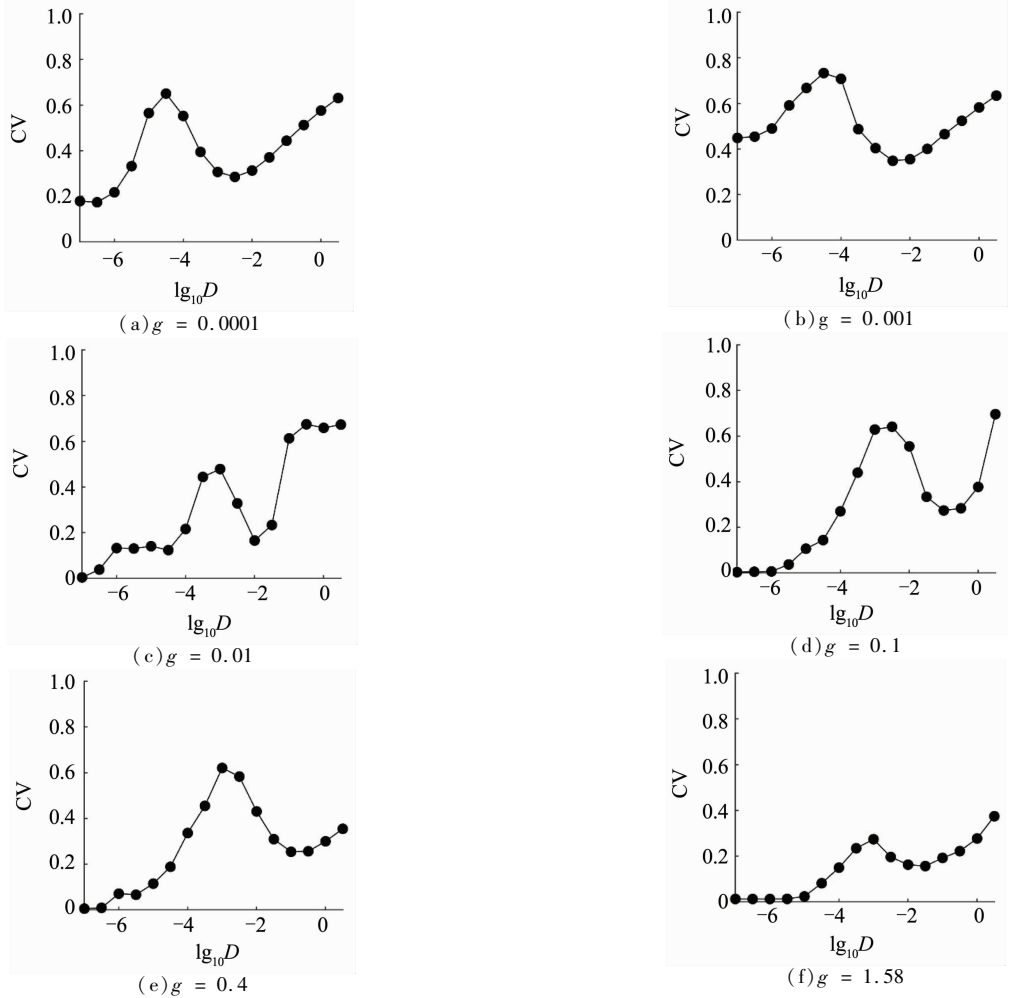


图8 不同耦合强度 g 下,网络的变差系数 CV 随着噪声强度 D 的变化规律
Fig. 8 Dependence of the CV of the network on the noise intensity D for different coupling strengths g

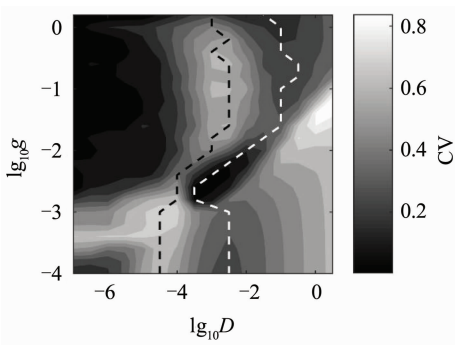


图9 变差系数 CV 随耦合强度 g 和噪声强度 D 的变化规律

Fig. 9 Dependence of the CV on both the coupling strength g and the noise intensity D

3 结论

混合振荡和相干共振都是神经系统的有代表性和重要意义的动力学行为. 本文深入研究了神经元网络混合振荡的随机动力学. 结果发现, 高斯白

噪声能诱导反相干共振向相干共振的转迁, 比一般网络只出现相干共振或者只出现反相干共振更为复杂, 而且该现象不依赖于神经元间的耦合强度. 本结果将最近研究发现的单神经元混合振荡会表现出反相干共振向相干共振的转迁^[16]现象扩展到了网络, 丰富了神经元网络的复杂随机动力学, 揭示了具有混合振荡的神经网络在信息处理中的潜在功能.

此外, 本文还揭示耦合强度对混合振荡有重要的影响, 增大耦合强度不仅能增强神经网络的同时, 还能使得混合振荡过渡为周期 1 峰放电. 因此, 强耦合强度下的反相干共振向相干共振的转迁是从周期 1 开始的, 不像弱和中等耦合强度下及单神经元^[16]中是从混合振荡开始的. 因此, 进一步研究不同的网络行为在噪声作用下是否会出现相干共振的转迁, 是需要研究的随机动力学问题. 此外, 最

近研究表明抑制性自突触能增强神经元及网络的相干共振^[24, 34]. 因此, 研究不同的耦合或者调控对混合振荡神经网络中共振转迁的影响也十分重要.

参 考 文 献

- 1 Benzi R, Suter A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. *Journal of Physics A*, 1981, 14(11): L453 ~ L457
- 2 Pikovsky A, Kurths J. Coherence resonance in a noise-driven excitable system. *Physical Review Letters*, 1997, 78(5): 775 ~ 778
- 3 Lindner B, Garciaojalvo J, Neiman A, et al. Effects of noise in excitable systems. *Physics Reports*, 2004, 392(6): 321 ~ 424
- 4 Mompo E, Ruizgarcia M, Carretero M, et al. Coherence resonance and stochastic resonance in an excitable semiconductor superlattice. *Physical Review Letters*, 2018, 121(8): 086805
- 5 Chowdhury A, Clerc M G, Barbay S, et al. Weak signal enhancement by nonlinear resonance control in a forced nano-electromechanical resonator. *Nature Communication*, 2020, 11(1): 2400
- 6 Hussein R, Kohler S, Bayer J C, et al. Spectral properties of stochastic resonance in quantum transport. *Physical Review Letters*, 2020, 125(20): 206801
- 7 Peters K J H, Geng Z, Malmir K, et al. Extremely broadband stochastic resonance of light and enhanced energy harvesting enabled by memory effects in the nonlinear response. *Physical Review Letters*, 2021, 126(21): 213901
- 8 张强, 王剑龙, 李扬, 等. 有界噪声激励下系统随机共振的改善. *动力学与控制学报*, 2021, 19(6): 52 ~ 58 (Zhang Q, Wang J L, Li Y, et al. Improvement of stochastic resonance under bounded noise excitation. *Journal of Dynamics and Control*, 2021, 19(6): 52 ~ 58 (in Chinese))
- 9 Der Groen O V, Wenderoth N. Transcranial random noise stimulation of visual cortex: stochastic resonance enhances central mechanisms of perception. *Journal of Neuroscience*, 2016, 36(19): 5289 ~ 5298
- 10 Potok W, Bachinger M, van der Groen O, et al. Transcranial random noise stimulation acutely lowers the response threshold of human motor circuits. *Journal of Neuroscience*, 2021, 41(17): 3842 ~ 3853
- 11 Shukla B, Bidelman G M. Enhanced brainstem phase-locking in low-level noise reveals stochastic resonance in the frequency-following response (FFR). *Brain Research*, 2021, 1771: 147643
- 12 Soderlund G B W, Johnels J A, Rothen B, et al. Sensory white noise improves reading skills and memory recall in children with reading disability. *Brain and Behavior*, 2021, 11(7): e02114
- 13 Uzuntarla M, Cressman J R, Ozer M, et al. Dynamical structure underlying inverse stochastic resonance and its implications. *Physical Review E*, 2013, 88(4): 042712
- 14 Bashkirtseva I, Neiman A B, Ryashko L. Stochastic sensitivity analysis of noise-induced suppression of firing and giant variability of spiking in a Hodgkin-Huxley neuron model. *Physical Review E*, 2015, 91(5): 052920
- 15 Slepukhina E. Stochastic sensitivity analysis of noise-induced mixed-mode oscillations in Morris - Lecar neuron model. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 2017, 12(4): 74 ~ 90
- 16 Liu Y F, Lu B, Zhang W Q, et al. Transition from Anti-coherence resonance to coherence resonance for mixed-mode oscillations and period-1 firing of nervous system. *International Journal of Modern Physics B*, 2021, 35(29): 2150295
- 17 Ma J, Tang J. A review for dynamics in neuron and neuronal network. *Nonlinear Dynamics* 2017, 89(3): 1569 ~ 1578
- 18 Yilmaz E, Uzuntarla M, Ozer M, et al. Stochastic resonance in hybrid scale-free neuronal networks. *Physica A*, 2013, 392(22): 5735 ~ 5741
- 19 贾雁兵, 杨晓丽, 孙中奎. 异质性和时滞作用下神经网络的共振动力学. *动力学与控制学报*, 2014, 12(1): 86 ~ 91 (Jia Y B, Yang X L, Sun Z K. Impact of diversity and delays on the resonance dynamics of neuronal networks. *Journal of Dynamics and Control*, 2014, 12(1): 86 ~ 91 (in Chinese))
- 20 Jia Y B, Gu H G. Transition from double coherence resonances to single coherence resonance in a neuronal network with phase noise. *Chaos*, 2015, 25(12): 123124
- 21 Masoliver M, Malik N, Scholl E, et al. Coherence resonance in a network of FitzHugh-Nagumo systems: Interplay of noise, time-delay, and topology. *Chaos*, 2017, 27(10): 101102
- 22 刘超凡, 孙晓娟, 李慧妍. 噪声诱使模块化神经网络产生随机多共振现象. *动力学与控制学报*, 2019, 17(2): 191 ~ 196 (Liu Z F, Sun X J, Li H Y. Stochastic-multi-resonance induced by noise in a neuronal network of subnetworks. *Journal of Dynamics and Control*, 2019, 17(2): 191 ~ 196 (in Chinese))
- 23 Cheng G H, Gui R, Yao Y G, et al. Enhancement of temporal regularity and degradation of spatial synchronization induced by cross-correlated sine-Wiener noises in regular and small-world neuronal networks. *Physica A*, 2019, 520: 361 ~ 369
- 24 Jia Y B, Gu H G, Li Y Y, et al. Inhibitory autapses enhance coherence resonance of a neuronal network. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2021, 95: 105643

- 25 Guan L N, Gu H G, Jia Y B. Multiple coherence resonances evoked from bursting and the underlying bifurcation mechanism. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100 (4) : 3645 ~ 3666
- 26 Cao B, Wang R X, Gu H G, et al. Coherence resonance for neuronal bursting with spike undershoot. *Cognitive Neurodynamics*, 2021, 15 : 77 ~ 90
- 27 Vo T, Bertram R, Tabak J, et al. Mixed mode oscillations as a mechanism for pseudo-plateau bursting. *Journal of Computational Neuroscience*, 2010, 28 : 443 ~ 458
- 28 Serafin M, Williams S, Khateb A, et al. Rhythmic firing of medial septum non-cholinergic neurons. *Neuroscience*, 1996, 75 : 671 ~ 675
- 29 Ghaffari B V, Kouhnavard M, Elbasiouny S M. Mixed-mode oscillations in pyramidal neurons under antiepileptic drug conditions. *Plos One*, 2017, 12 : e0178244
- 30 Bacak B J, Kim T, Smith J C, et al. Mixed-mode oscillations and population bursting in the pre-Bötzinger complex. *eLife*, 2016, 5 : e13403
- 31 Börgers C. An introduction to modeling neuronal dynamics. Cham, Switzerland : Springer, 2017
- 32 Uzuntarla M, Barreto E, Torres J J. Inverse stochastic resonance in networks of spiking neurons. *Plos Computational Biology*, 2017, 13 (7) : e1005646
- 33 Wang C Y, Zhang J Q, Wu Z X, et al. Collective firing patterns of neuronal networks with short-term synaptic plasticity. *Physical Review E*, 2021, 103 (2) : 022312
- 34 Ding X L, Jia B, Li Y Y, et al. Enhancement of coherence resonance induced by inhibitory autapse in Hodgkin - Huxley model. *International Journal of Modern Physics B*, 2021, 35 (7) : 2150110

TRANSITION FROM ANTI-COHERENCE RESONANCE TO COHERENCE RESONANCE IN A NETWORK COMPOSED OF NEURONS WITH MIXED-MODE OSCILLATIONS *

Wu Yuanmeng Jia Yanbing[†]

(School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471000, China)

Abstract Mixed-mode oscillations and coherence resonance widely exist in the biological nervous system and are closely related to certain physiological functions. In this paper, a improved FitzHugh-Nagumo neuronal model that can generate mixed-mode oscillations is used to construct an electrically coupled neuronal network model. In the deterministic network model, it is shown that through increasing the coupling strength, the neuronal firing reaches complete synchronization and the mixed-mode oscillation turns into period-1 spiking. After introducing Gaussian white noise to the network, it is shown that, when the coupling strength is within a large range, the coefficient variation of interspike intervals first increases, then decreases, and further increases if increasing the noise intensity, implying that transition from anti-coherence resonance to coherence resonance occurs. The results not only expands complex stochastic dynamics of the neuronal networks, but also reveals potential functions of mixed-mode oscillations.

Key words Mixed-mode oscillations, coherence resonance, anti-coherence resonance, neuronal network

Received 1 January 2022, revised 15 February 2022.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11802086) and the Scientific and Technological Project of Henan Province(202102310410)

[†] Corresponding author E-mail: jiayanbing@haust.edu.cn