

# 对接圆柱壳结构模态特性分析<sup>\*</sup>

李旭龙<sup>1</sup> 张忠<sup>2</sup> 魏莎<sup>1,3†</sup> 丁虎<sup>1,3</sup> 陈立群<sup>1,3</sup>

(1. 上海大学 力学与工程科学学院, 上海 200444)

(2. 北京强度环境研究所 可靠性与环境工程技术重点实验室, 北京 100076)

(3. 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

**摘要** 对接圆柱壳结构在航空航天、船舶、土木和机械等工程领域得到广泛应用,对其模态特性的分析是研究其动力学特性的重要方向。本文简要介绍了模态分析技术和最小二乘复频域法(PolyMAX)的基本原理,并对对接圆柱壳结构进行了计算模态分析和实验模态分析。实验模态分析过程中,针对自由边界的实验实现、分析结果的正确性进行了讨论,并将实验结果与计算模态分析结果进行对比,对比结果表明:对接圆柱壳结构具有圆柱壳结构一般振动特性的同时,由于对接形式的存在出现了以法兰面为分界的非对称振动。

**关键词** 对接圆柱壳结构, 模态特性, 有限元分析, 实验模态分析, 最小二乘复频域法

中图分类号:O322

文献标志码:A

## 引言

近年来,随着航空航天、船舶和机械等工程领域的迅速发展,柱壳结构得到了广泛应用。目前圆柱壳、球壳、加筋圆柱壳等<sup>[1,2]</sup>结构的振动特性已有诸多相关研究工作,但对于工程中常见的对接圆柱壳结构振动特性的研究较少。对接圆柱壳结构是一种常见的简化对接结构。此类结构模态参数是对其结构动力学特性分析的基础,是新型航天飞行器等工程结构设计优化的重要参数之一。因此,分析对接圆柱壳结构的模态特性具有十分重要的意义。

为获取该类组合结构的模态特性,许多学者展开了研究。吴仕昊等<sup>[3]</sup>基于Reissner薄壳经典理论,采用区域分解法分析了圆锥壳-柱壳-壳组合结构在不同边界条件下的自由振动特性。张帅等<sup>[4]</sup>提出了一种改进傅立叶级数的半解析方法,分析比较了结构几何参数变化对锥柱球组合壳自由振动的影响。但由于理论分析所得结果多为近似值,日益复杂的组合几何构型较难满足精度要求;有限元

仿真分析则由于结构阻尼、连接刚度等参数较难确定,计算结果的可靠性难以保证。

实验模态分析方法为上述问题提供了解决途径。王松松等<sup>[5]</sup>采用实验模态分析方法得到了不同折叠状态下Z形机翼的模态参数,为机翼结构设计提供了参考依据。焦标强等<sup>[6]</sup>基于PolyMAX模态参数识别法成功获取了轴装式制动盘的模态参数,为该类结构的结构优化设计建立了基础。王民等<sup>[7]</sup>结合实验测试和有限元仿真分析了机床主轴头的模态特性,提出增加背板可有效进行结构减震。

本文以对接圆柱壳结构为研究对象,基于ABAQUS有限元软件及LMS Test. Lab测试软件建立了有限元模型与实验模型,并分别进行计算与实验模态分析。实验模态分析过程中,针对自由边界的实验实现、分析结果的正确性进行了讨论,并将其与计算模态分析结果进行对比,验证了计算模态分析结果的正确性。通过上述分析过程得到的对接圆柱壳结构模态振型特征,可为工程领域中对接圆柱壳结构的动力学设计提供参考依据。

2021-08-11 收到第1稿,2021-09-01 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金资助项目(12072181,11702170)和机械系统与振动国家重点实验室课题资助项目(MSV202105)

† 通信作者 E-mail:s\_wei@shu.edu.cn

## 1 对接圆柱壳结构的模态分析原理

模态分析利用耦合物理坐标系统与无耦合模态坐标系统之间的转化关系,建立系统物理参数与模态参数之间的数学关系,通过测量结构的频响函数以获取振动系统的模态参数。根据材料结构特性和振动理论,对接圆柱壳结构可采用多自由度系统进行描述,其动力学微分方程可描述为<sup>[8, 9]</sup>

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}_p \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  分别为结构的质量、阻尼、刚度矩阵;  $\mathbf{x}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}$ 、 $\ddot{\mathbf{x}}$  分别为结构的节点位移、速度、加速度向量;  $\mathbf{F}_p$  为节点等效载荷向量。

本文主要分析对接圆柱壳结构的固有特性, 方程(1)的特征方程为

$$\mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M} = 0 \quad (2)$$

其中  $\omega$  为特征频率。

通过求解方程(2)即可得到固有频率(特征值)以及振型(对应的特征向量)。同时,可将方程(1)进行拉普拉斯变换,通过变量变换将方程从时域转换到频域,方程形式如下

$$(\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K})\mathbf{X}(s) = \mathbf{F}(s) \quad (3)$$

式(3)可简写如下

$$\mathbf{Z}(s)\mathbf{X}(s) = \mathbf{F}(s) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{Z}(s)$  为系统在  $s$  域上的阻抗矩阵,则系统的传递函数矩阵可表示为

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{Z}(s)^{-1} = \frac{\text{adj}\mathbf{Z}(s)}{\det\mathbf{Z}(s)} \quad (5)$$

其中  $\text{adj}\mathbf{Z}(s)$  和  $\det\mathbf{Z}(s)$  分别为  $\mathbf{Z}$  的伴随矩阵和行列式。将式(5)按照极点展开

$$\mathbf{H}(s)_{s=i\omega} = \mathbf{H}(i\omega) = \sum_{r=1}^N \left( \frac{\mathbf{A}_r}{i\omega - p_r} + \frac{\mathbf{A}_r^*}{i\omega - p_r^*} \right) \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{A}_r$  和  $\mathbf{A}_r^*$  为第  $r$  阶模态向量且互为共轭;  $p_r$  和  $p_r^*$  为第  $r$  个特征值;  $\mathbf{H}(i\omega)$  为响应自由度  $i$  与参考自由度  $j$  之间的频响函数;  $N$  为频率带宽内结构动态响应模态数。

## 2 PolyMAX 方法的基本原理

比利时 LMS 公司基于最小二乘复指数方法开发了一种全新的频域分析方法,改进了最小二乘复指数方法在处理模态密集且频率较高系统时易产生虚假模态、极点稳态图混乱、模态定阶困难等不

足。这种模态参数辨识方法即为 PolyMAX 方法,也称最小二乘复频域方法 (Polyreference Least-Squares Complex Frequency-domain Method)<sup>[10]</sup>, 它采用 SVD 方法避免了留数的分解,使得密集空间分离且在强阻尼、模态密集情况下仍具有较好的实用性,结果的客观性更好。

实测得到的频响函数模型可表达如下

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{r=0}^p \mathbf{Z}'\boldsymbol{\beta}_r \cdot (\sum_{r=0}^p \mathbf{Z}'\boldsymbol{\alpha}_r)^{-1} \quad (7)$$

其中,  $\boldsymbol{\beta}_r$  为分子多项式系数矩阵;  $\boldsymbol{\alpha}_r$  为分母多项式系数矩阵;  $\boldsymbol{\alpha}_r$ 、 $\boldsymbol{\beta}_r$  均为实值系数, 可由最小二乘法求得;  $p$  为多项式阶数;  $\mathbf{Z}$  为多项式基函数;  $\Delta_t$  为采样时间。求得分母多项式系数  $\boldsymbol{\alpha}_r$ , 将其扩展矩阵进行特征值分解得到模态参与因子  $l_r^T$  和极点  $p_r$ 。

采用最小二乘复频域法求解模态振型时,其极点-留数模型的拟合函数为

$$\hat{\mathbf{H}}(\omega) = \sum_{r=1}^p \left[ \frac{\boldsymbol{\varphi}_r l_r^T}{i\omega - p_r} + \frac{\boldsymbol{\varphi}_r^* l_r^{*T}}{i\omega - p_r^*} \right] - \frac{\mathbf{L}_R}{\omega^2} + \mathbf{U}_R \quad (8)$$

其中,  $\boldsymbol{\varphi}_r$  为模态振型;  $\mathbf{L}_R$  和  $\mathbf{U}_R$  分别为上下残余项; \* 为复共轭矩阵。

## 3 对接圆柱壳结构的计算模态分析

### 3.1 对接圆柱壳结构有限元建模

本节基于 ABAQUS 有限元软件对对接圆柱壳结构模型进行了有限元建模、网格划分以及动力学特性分析。已知对接圆柱壳结构整体采用 6061 铝合金进行加工制作,密度为  $27500 \text{ kg/m}^3$ ,弹性模量为  $71 \text{ Gpa}$ ,泊松比为  $0.33$ ,所采用的边界条件为自由边界。图 1 为对接圆柱壳结构示意图,基本参数如表 1 所示。

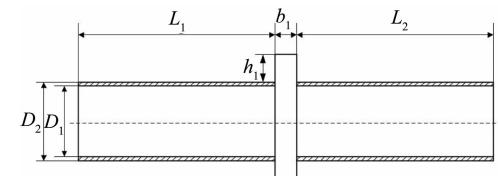


图 1 对接圆柱壳结构示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of butted cylindrical shell structure

有限元分析过程中,网格及单元设置的合理性对于分析结果的准确性影响最大且最为直接。为准确表征对接圆柱壳结构的连接形式,于螺栓孔中心处建立节点并用 MPC 约束将其与孔周的节点连接起来,随后采用 RBE2 单元进行螺栓的模拟。在对对接圆柱壳结构进行网格划分时,法兰盘部分采用

八结点线性六面体单元进行扫略生成,筒壁部分采用四节点四面体单元自适应生成,共计18060个单元,建立的模型网格如图2所示。

表1 对接圆柱壳结构基本参数

Table 1 Parameters of butted cylindrical shell structure

Parameters	Symbol	Value
Length/mm	$L_i (i=1,2)$	500
Thickness/mm	$b_1$	30
Inner diameter/mm	$D_1$	292
Outside diameter/mm	$D_2$	300
Extension length/mm	$h_1$	35

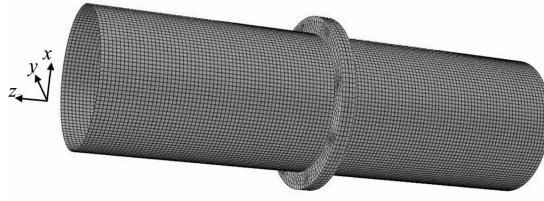


图2 对接圆柱壳结构有限元模型

Fig. 2 Finite element model of butted cylindrical shell structure

### 3.2 计算模态分析结果

通过对对接圆柱壳结构进行计算模态分析,可得到结构的各阶固有频率和模态振型,如图3所示。

从图中可以发现对接圆柱壳结构周向半波数和轴向波数随着模态阶数的增加而呈增加趋势,表现为圆柱壳结构的一般振动特性。同时,由于结构为螺栓对接形式,部分阶模态振型呈现出以法兰面为分界的非对称振动,该振动特性可为结构工程领域的动力学设计提供参考依据。

## 4 对接圆柱壳结构的实验模态分析

### 4.1 实验方案

为验证有限元模型及模态分析结果的正确性,本节对对接圆柱壳结构进行实验模态分析。实验过程采用单点激励多点响应形式,利用冲击力锤施加脉冲激励,通过力传感器信号和拾振点处的三轴加速度传感器信号反馈给数据采集系统,结合输入和输出信号进行曲线拟合,从而识别系统模态参数。

在实验模态测试过程中,所用到的仪器设备包括:LMS Sadas Mobile(SCM04)多通道数据采集器、B&K三轴加速度传感器(Type:4529-B-001)、B&K 8206-002型冲击锤和LMS Test. Lab 数据采集分析系统,实验模态测试系统如图4所示。

为准确描述试验件的几何特征,本节在LMS Test. Lab软件中的Geometry模块建立了一个由多个测点组成的结构模型。对于整体结构将其沿周向进行8等分,其中圆柱壳部分按照实际尺寸沿轴向进行了10等分(间隔10cm)并将等分点设为测点,法兰盘部分则根据实际尺寸在特征点进行测点的设置,共划分112个测点。拾振点的选取应避开关注模态的节点位置以得到完整的各阶模态结果,实际共布置拾振点8个,采取非对称的布置方式。图5为对接圆柱壳结构拾振点位置示意图。

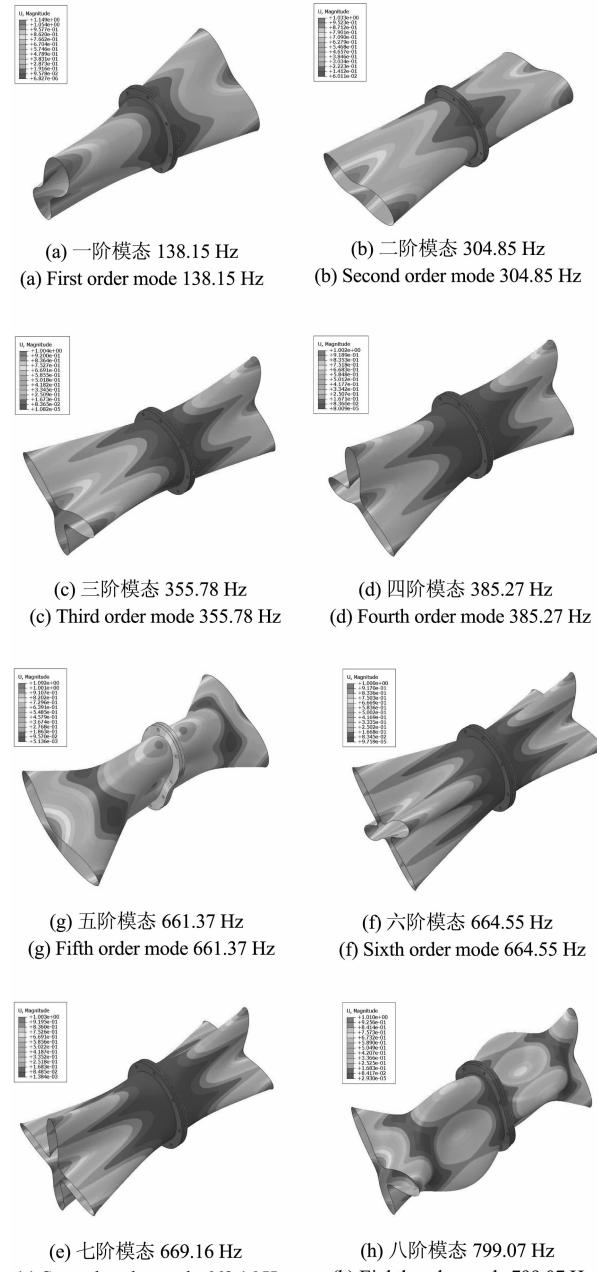


图3 前8阶有限元模态分析结果

Fig. 3 Finite element analysis results of the first 8 modes

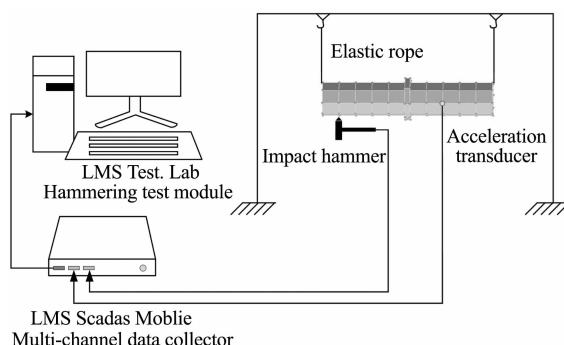


图4 实验模态测试系统示意图  
Fig. 4 Schematic diagram of experimental modal test system

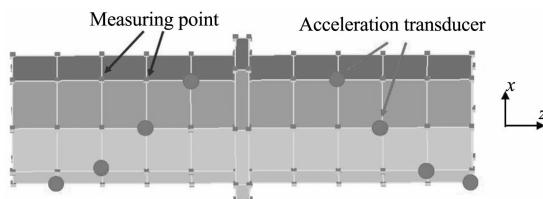
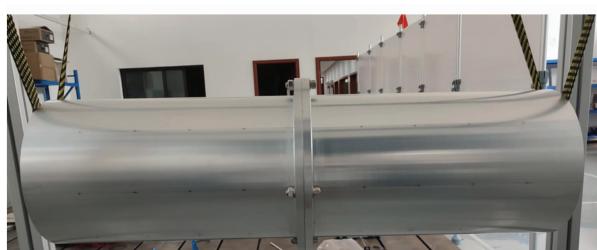


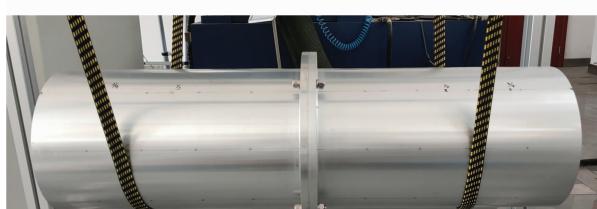
图5 对接圆柱壳结构拾振点位置  
Fig. 5 Position of pickup points for butted cylindrical shell structure

## 4.2 边界条件的实验实现

约束边界往往需特制夹具进行实现且夹具的优劣会对结构的模态特性产生较大的影响。基于此,试验过程中采用自由边界进行模态测试。目前模拟自由边界的方式主要有:弹性绳悬挂、海绵垫支撑、橡胶垫支撑等,本文根据试验件几何结构的特殊性,采用了弹性绳悬挂的方式。同时,为避免边界条件对测试结果的影响,进行了多种悬挂方式的探讨,如图6所示。



(a) 贯穿悬挂  
(a) Penetrating suspension mode



(b) 非贯穿悬挂  
(b) Non-penetrating suspension mode

图6 试验件的悬挂方式  
Fig. 6 Suspension modes

通过上述多角度的比较与分析,可得出以下两点结论:(1)非贯穿悬挂方式较大地影响了激励-响应过程,从而使得部分频率响应函数在模态较为密集处出现混乱;(2)针对对接圆柱壳结构,若需获取较高质量频响函数,贯穿悬挂方式更利于数据采集与分析。

表2为不同悬挂方式下固有频率的对比结果,其绝对差值最小为0.13 Hz、最大为2.12 Hz,相对误差最小为0.04%、最大为0.67%。结果表明不同悬挂方式对于模态测试结果的影响较小,两组结果中固有频率吻合度较高。为进一步探讨悬挂方式的具体影响,本文分析比较了不同悬挂方式下利用PolyMAX方法计算得到的极点稳态图,以模态较为密集的频段600~700 Hz、850~950 Hz为例,如图7所示。通过对密集频段处的极点稳态图可知,贯穿悬挂方式能够得到一系列稳定的物理极点从而获取真实的模态参数信息,而非贯穿悬挂方式在SUM曲线(频响函数的集总函数曲线)的峰值频率处易出现“v”点,即不稳定点。

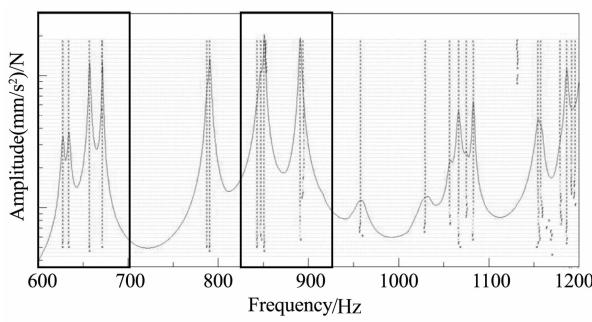
表2 不同悬挂方式下系统的固有频率

Table 2 Comparison of natural frequencies under different suspension modes

Mode	LMS Test. Lab		Difference/ Hz	Error/ %
	Penetrating/ Hz	Non-penetrating/ Hz		
1	133.84	134.03	0.19	0.14
2	289.02	290.98	1.96	0.67
3	356.46	356.33	0.13	0.04
4	381.10	381.69	0.59	0.15
5	634.54	635.96	1.42	0.22
6	634.10	636.22	2.12	0.33
7	657.85	656.30	1.55	0.24
8	787.53	786.78	0.75	0.09

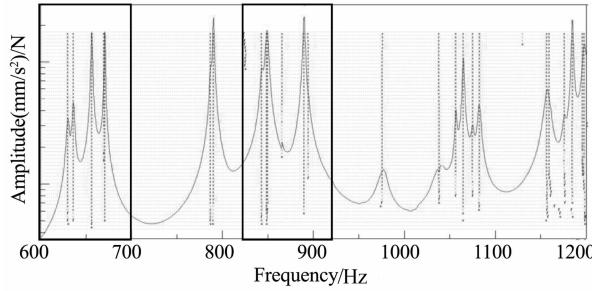
## 4.3 实验模态分析结果及对比

基于上述研究,本文采用贯穿悬挂方式对对接圆柱壳结构自由边界进行模拟,并沿用上述实验过程进行模态测试实验。实验中,依次对112个测点进行径向激励并对对应的频率响应函数进行5次有效值平均,计算得到前8阶固有频率及阻尼比。表3为对接圆柱壳结构前8阶模态参数汇总,其中,m、n分别表示模态的轴向波数和周向半波数。



(a) 贯穿悬挂方式的极点稳态图

(a) Stabilization diagram for penetrating suspension mode



(b) 非贯穿悬挂方式的极点稳态图

(b) Stabilization diagram for non-penetrating suspension mode

图 7 不同悬挂方式下极点稳态图

Fig. 7 Stabilization diagram of system under different suspension modes

表 3 对接圆柱壳结构前 8 阶模态参数

Table 3 The first 8 order modal parameters of butted cylindrical shell structure

Mode	Frequency	Damping	Modal characteristics
1	133.84 Hz	0.32 %	$m = 2, n = 2$
2	289.02 Hz	0.26 %	$m = 2, n = 2$ , symmetry
3	356.46 Hz	0.12 %	$m = 2, n = 3$
4	381.10 Hz	0.13 %	$m = 2, n = 3$ , symmetry
5	634.54 Hz	0.23 %	$m = 2, n = 4$
6	634.10 Hz	0.23 %	$m = 2, n = 4$ , symmetry
7	657.85 Hz	0.16 %	$m = 4, n = 2$ , symmetry
8	787.53 Hz	0.15 %	$m = 4, n = 3$

模态置信因子(MAC)是振型向量之间的点积,用以评价两个模态振型的相关性,可表示为

$$\text{MAC} = \frac{|\boldsymbol{\varphi}_i^T \boldsymbol{\varphi}_j|^2}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_j^T \boldsymbol{\varphi}_j} \quad (9)$$

其中  $\boldsymbol{\varphi}_i, \boldsymbol{\varphi}_j$  为模态振型向量。MAC 矩阵提供了一种模态相似度的评判依据,当模态置信度矩阵非对角线元素越小,各阶计算模态振型的独立性则越好,图 8 为此次实验模态测试的 MAC 值。从图中结果可以看出,MAC 矩阵对角线上元素均接近于 1,非对角线上元素均接近于 0,各阶模态振型相互独立。MAC 矩阵表明,实验模态测试结果准确可靠,基于 PolyMAX 模态参数识别方法能够有效识别复

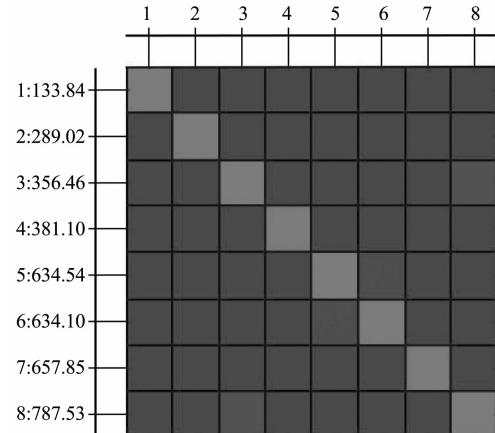
杂结构的模态参数。

根据模态振型一致原则,将实验模态分析结果与计算模态分析结果进行对比,如表 4 所示。通过表 4 可以发现,实验模态分析结果与计算模态分析结果具有较小的相对误差,其中最大相对误差为 5.24%,满足精度要求。综上,实验模态测试结果验证了有限元建模及模态分析的正确性。

表 4 实验模态结果与有限元结果对比

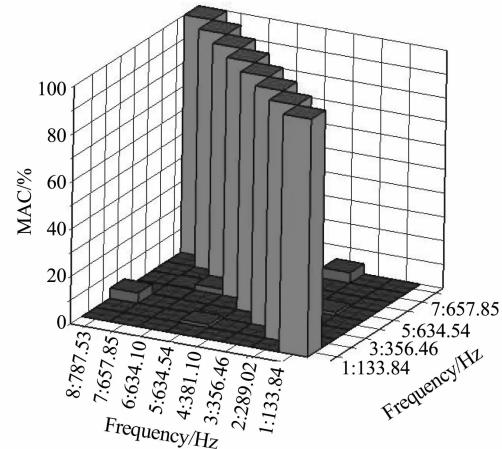
Table 4 Comparison of modal experimental values and finite element results

Modes	Experiment result/Hz	ABAQUS result/Hz	Difference /Hz	Error /%
1	133.84	138.15	4.31	3.12
2	289.02	304.85	15.83	5.19
3	356.46	355.78	0.68	0.19
4	381.10	385.27	4.17	1.08
5	634.54	664.55	30.01	4.52
6	634.10	669.16	35.06	5.24
7	657.85	661.37	3.52	0.53
8	787.53	799.07	11.54	1.44



(a) MAC 矩阵俯视图

(a) Top view of MAC matrix



(b) MAC 矩阵侧视图

(b) Side view of MAC matrix

图 8 实验模态分析的 MAC 矩阵

Fig. 8 MAC matrix of experimental modal analysis

## 5 结论

本文采用ABAQUS有限元软件建立了对接圆柱壳结构有限元模型，并进行了计算模态分析。采用LMS数据采集分析系统进行了多种悬挂方式下的对接圆柱壳结构实验模态测试，并基于最小二乘复频域法进行了实验模态分析。通过上述模态分析过程及结果，可得以下结论：

(1) 实验模态分析结果与计算模态分析结果具有较好的一致性，前者验证了有限元模型及模态分析结果的正确性，所建立模型可广泛运用于对接圆柱壳结构的模态振动分析。

(2) 贯穿悬挂方式对于对接圆柱壳结构自由边界条件的实验实现更优。通过该种悬挂方式，可获取较高质量的频响函数，从而获取真实的模态振型及其他模态振动参数。

(3) 通过对接圆柱壳结构模态振型的分类讨论，发现其周向的半波数和轴向波数随着频率的增加而呈增加趋势，表现为圆柱壳结构的一般振动特性。但由于结构为对接形式，模态振型呈现出以法兰面为分界的非对称振动，该特性可为结构工程领域的动力学设计提供参考依据。

(4) 模态振型MAC矩阵表明，实验模态分析结果准确可靠，基于PolyMAX方法可准确识别模态参数。

## 参 考 文 献

- 1 李海超, 庞福振, 李玉慧, 等. 复杂边界条件圆柱壳自由振动特性分析. 振动工程学报, 2020, 33(1): 56~63 (Li H C, Pang F Z, Li Y H, et al. Free vibration characteristics analysis of circular cylindrical shell under complex boundary conditions. *Journal of Vibration Engineering*, 2020, 33(1): 56~63 (in Chinese))
- 2 杨念, 陈炉云, 易宏, 等. 任意应力状态下的圆柱壳振动特性研究. 上海交通大学学报, 2016, 50(9): 1506~1513 (Yang N, Chen L Y, Yi H, et al. Vibration Characteristics of cylindrical shell in arbitrary stress state. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2016, 50(9): 1506~1513 (in Chinese))
- 3 吴仕昊, 瞿叶高, 华宏星. 圆锥壳-圆柱壳-球壳组合结构自由振动分析. 振动与冲击, 2013, 32(6): 109~114, 120 (Wu S H, Qu Y G, Hua H X. Free vibration analysis of joined conical-cylindrical-spherical shells. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(6): 109~114, 120 (in Chinese))
- 4 张帅, 李天匀, 朱翔, 等. 改进傅里叶级数法求解封口锥柱球组合壳的自由振动. 振动工程学报, 2021, 34(3): 601~609 (Zhang S, Li T Y, Zhu X, et al. Modified Fourier series method to solve the free vibration of the coupled conical-cylindrical-spherical shell with closed ends. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(3): 601~609 (in Chinese))
- 5 王松松, 郭翔鹰, 王帅博. 变截面Z型折叠机翼振动特性的有限元与实验分析. 动力学与控制学报, 2020, 18(6): 84~89 (Wang S S, Guo X Y, Wang S B. Finite element analysis and experiment on vibration of z-shaped morphing wing with variable section. *Journal of Dynamics and Control*, 2020, 18(6): 84~89 (in Chinese))
- 6 焦标强, 曹建行, 吕宝佳, 等. 基于PolyMAX模态参数识别法的轴装式制动盘模态试验. 中国铁道科学, 2020, 41(5): 102~107 (Jiao B Q, Cao J H, Lv B J, et al. Modal test of shaft-mounted brake disc based on Poly-MAX modal parameter identification method. *China Railway Science*, 2020, 41(5): 102~107 (in Chinese))
- 7 王民, 牛焕焕, 高相胜, 等. 电火花机床主轴头的模态分析与减振设计. 振动、测试与诊断, 2017, 37(5): 905~909, 1061~1062 (Wang M, Niu H H, Gao X S, et al. Modal analysis and vibration reduction design on an EDM machine tool spindle. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(5): 905~909, 1061~1062 (in Chinese))
- 8 陆海秋, 李德葆. 工程振动试验分析. 北京: 清华大学出版社, 2015 (Lu Q H, Li D B. Experimental analysis of engineering vibration. Beijing: Tsinghua University Press, 2015 (in Chinese))
- 9 傅志方, 华宏星. 模态分析理论与应用. 上海: 上海交通大学出版社, 2000 (Fu Z F, Hua H X. Theory and application of modal analysis. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2000 (in Chinese))
- 10 Peeters B, Auweraer H V, Guillaume P, et al. The Poly-MAX frequency domain method: a new standard for modal parameter estimation. *Shock and Vibration*, 2004, 11(1): 395~409

## MODAL ANALYSIS OF BUTTED CYLINDRICAL SHELL STRUCTURE \*

Li Xulong<sup>1</sup> Zhang Zhong<sup>2</sup> Wei Sha<sup>1,3†</sup> Ding Hu<sup>1,3</sup> Chen Liqun<sup>1,3</sup>

(1. Shanghai University, School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai 200444, China)

(2. Science and Technology on Reliability and Environment Engineer Laboratory, Beijing Institute of Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, China)

(3. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai 200072, China)

**Abstract** Butted cylindrical shell structure is widely used in aerospace, shipbuilding, civil engineering and mechanical engineering. Modal analysis is an important research direction to study its structural characteristics. This study briefly introduces the modal analysis technology and the basic principle of the polyreference least-squares complex frequency-domain method (PolyMAX), and the finite element modal analysis and experimental modal analysis of butted cylindrical shell structures are carried out. In the process of experimental modal analysis, the experimental realization of the free boundary and the correctness of the analysis results are discussed, and the analysis results are compared with the finite element modal analysis results. The results show that while the butted cylindrical shell structure has the general vibration characteristics of the cylindrical shell structure, the asymmetric vibration with the flange as the boundary occurs due to the existence of the docking form.

**Key words** butted cylindrical shell structure, modal characteristics, finite element analysis, experimental modal analysis, polyreference least-squares complex frequency-domain method

Received 11 August 2021, Revised 1 September 2021.

\* The project Supported by the National Natural Science Foundation of China (12072181, 11702170) and the State key Laboratory of Mechanical Systems and Vibration (MSV202105)

† Corresponding author E-mail: s\_wei@shu.edu.cn