

考虑星历的火卫一邻近区域限制性多体问题 建模与分析^{*}

吴晓杰 王悦[†] 徐世杰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 102206)

摘要 火星及其天然卫星火卫一在深空探测领域的重要性日渐显现. 由于火星强烈的三体引力摄动, 传统二体问题下的受摄开普勒轨道在火卫一的邻近区域无法存在, 研究探测器在火卫一邻近区域的轨道运动时, 需要建立限制性多体问题模型. 为提高现有轨道模型精度, 在火卫一本体系建立了一种考虑星历的限制性多体动力学模型. 该模型考虑的因素有: 考虑真实星历、真实姿态运动与多面体引力势的火卫一引力; 考虑 J_2 项的火星三体引力摄动; 太阳、地球及木星的三体引力摄动. 在保留上述高精度模型主要特征的基础上, 为减小数值仿真计算量, 对该模型进行简化, 提出了考虑火卫一简谐天平动和球谐引力势的椭圆型限制性三体问题模型. 在两种模型和现有动力学模型中, 对准卫星轨道进行仿真, 分析了轨道的形状和星下点轨迹, 证实了本文提出的两种模型在轨道设计中的必要性.

关键词 火星火卫一系统, 星历, 多体问题, 准卫星轨道

DOI: 10.6052/1672-6553-2020-105

引言

随着我国火星探测计划的实施^[1], 火卫一和火卫二是未来可能的探测目标. 作为火星的天然卫星之一, 火卫一是人类研究太阳系起源和演化的重要样本; 而其较小的逃逸速度, 也使火卫一成为深空探测任务的理想中转站^[2]. 火卫一在深空探测领域的重要性日渐显现.

由于火卫一的质量与体积都很小, 距离火星很近, 在火星强烈的三体引力摄动下, 它的 Hill 球十分接近星体表面, 稳定运行于火卫一邻近区域的经典受摄 Kepler 轨道几乎不存在. 因此, 在火卫一探测任务设计中需要使用限制性多体问题模型. 根据前人的研究成果, 某些三体问题中存在的轨道, 如准卫星轨道 (Quasi-Satellite Orbits, QSOs) 以及平动点轨道 (Libration Point Orbits, LPOs) 等, 也存在于火卫一邻近区域内^[2,3]. 前苏联于 1988 年发射的 Phobos 88 火卫一探测器, 成功实现了环火卫一 QSO 的轨道运行, 进一步证明了 QSO 的存在性, 并为火卫一轨道动力学研究提供了宝贵的数据资料^[4]. 欧

洲航天局 (ESA)、法国国家太空研究中心 (CNES) 以及日本宇宙航空研究开发机构 (JAXA) 都设计了环绕火卫一的 QSO 用于其火星卫星探测器 (Mars Moon eXplorer, MMX) 任务^[5,6].

关于火卫一邻近区域轨道运动的研究, 最早是在圆型限制性三体问题 (Circular Restricted Three-Body Problem, CRTBP) 中进行的. Jansson 在他的硕士论文中, 应用庞加莱截面方法, 对火卫一和火卫二邻近区域的 QSO 稳定性进行了探究^[7]. CRTBP 因其结构简单、特性明显的特点, 对轨道特征的定性研究有着重要的意义与价值. 直到现在, 依然有部分研究工作使用这一简化模型, 如 Conte 等人在研究近地轨道向火卫一准卫星轨道转移时, 就使用 CRTBP 确定转移轨道的终端状态^[8]. Wallace 则基于受摄 CRTBP 模型, 对火卫一附近的准卫星轨道与平动点轨道进行仿真研究, 还对两种轨道之间的转移进行了分析^[9]. Weisel 在 Jansson 工作的基础上, 引入了火卫一的轨道偏心率作为影响因素, 建立了火星-火卫一系统的椭圆型限制性三体问题模型 (Elliptic Restricted Three-Body Problem, ERTBP),

2019-12-26 收到第 1 稿, 2020-06-30 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (11872007), 中国科协青年人才托举工程资助项目 (2017QNRC001), 和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目

[†] 通讯作者 E-mail: ywang@buaa.edu.cn

并在此模型下探究了火卫一 QSO 稳定性的影响因素^[10]. 基于 Weisel 建立的模型, Gil 与 Schwartz 等人对火星-火卫一系统的 QSO 进行了相空间数值搜索, 证明了稳定 QSO 的存在性, 并且分析了三维准卫星轨道的一系列特性^[2]. Cabral 在他的博士论文中, 从解析与数值两个角度对 ERTBP 下 QSO 的运动模型进行了分析, 并给出了具有一定稳定时间的数值解^[11]. Tuchin 认为飞行器与火卫一之间的距离远小于火卫一的半长轴, 因此对 ERTBP 进行了 Hill 近似, 并提出了一种有约束的准卫星轨道设计方法, 以满足任务设计中的覆盖、时间和距离约束^[12]. Canalias 等人也使用了 Hill 近似的 ERTBP 模型, 采用密切轨道根数的方法对火卫一邻近区域的平面 QSO 向三维 QSO 的转移进行了研究^[13]. Zamaro 和 Biggs 等人为了提高模型的精确度, 将火卫一的球谐引力势模型引入 ERTBP 模型, 探究了火卫一附近 QSO 与 LPO 的非 Kepler 特性和它们之间的低能转移轨道^[3, 14-16]. 在人类对火星的探测任务中, 火星探测器多次飞掠火卫一, 得到了火卫一形状的影像数据. 这些数据受到学者的广泛关注, 并基于这些数据建立了火卫一的形状与引力场模型^[17-21]. 番绍炳等人 and D. J. Scheeres 等人将火卫一的多面体引力势引入到 ERTBP 模型中, 建立了更为精确的动力学模型. 在这一模型下, 他们对火卫一的平动点轨道和准卫星轨道进行了研究分析^[22, 23]. 这是目前为止, 描述火星-火卫一-飞行器限制性三体系统最精确的动力学模型之一.

然而, 目前考虑火卫一多面体引力势的 ERTBP 模型中假设火卫一处于匀速转动状态, 忽略了其受迫天平动和转动角速度的变化, 将引入较大的模型误差. 特别是在高精度的观测和着陆轨道设计中, 探测器在火卫一本体系中的相对位置极为关键. 此外, 由于火星扁率的摄动作用, 火卫一轨道在惯性空间中也在发生进动, 现有基于椭圆型限制性三体问题的模型精度有待进一步提高.

本文建立了考虑星历与火卫一天平动的限制性多体轨道动力学模型. 火卫一、火星以及其他天体的实时位置由 JPL 的 Mars097 以及 DE435 星历模型进行计算, 火卫一近似为由 16037 个节点构成的多面体, 由均质多面体的引力势公式确定其引力场, 其自转运动由 IAU 于 2018 年和 2019 年发布的天体坐标系统与旋转参数报告中的结果计算得到^[24, 25]. 这种高精度模型考虑了较多的动力学要

素, 精度高, 但计算量较大. 根据高精度模型的主要特征, 我们进一步对它进行简化: 将火卫一的自转天平动简化为简谐振动, 使用球谐引力势近似描述火卫一的不规则引力场, 火卫一的公转视为椭圆. 基于本文提出的两种模型, 我们对准卫星轨道进行数值仿真, 考察轨道的轨迹、形状以及星下点轨迹等特性, 并与番绍炳等建立的考虑火卫一多面体引力势但未考虑其天平动的 ERTBP 模型进行对比, 证实了本文提出的两种模型对任务设计的必要性.

1 动力学模型

1.1 考虑多面体引力势的椭圆型限制性三体问题

目前在研究火卫一附近的轨道动力学问题时, 火卫一环绕火星的运动轨迹常被视为椭圆, 而火卫一自转视为匀速, 天平动不加以考虑. 这种考虑次级天体公转偏心率的动力学模型被称为椭圆型限制性三体问题模型 (ERTBP). 在计算火卫一的引力场时, 番绍炳等和 Scheeres 等都采用了多面体引力势模型^[22, 23]. 他们在研究工作中使用的动力学模型是考虑多面体引力势的椭圆型限制性三体问题, 本文简称其为多面体椭圆模型 (ERTBP-shape).

在多面体椭圆模型中, 火卫一的自转天平动被忽略. 质点在系统中的绝对加速度来自于火星和火卫一的引力. 番绍炳在其文章中给出了该模型下飞行器在火卫一本体系中的运动方程, 如方程 (1) 所示^[22].

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_r = & \boldsymbol{a}_{\text{Mars}} + \boldsymbol{a}_{\text{Moon}} - \boldsymbol{a}_{\text{M-O}} - \boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r}) \\ & - 2\boldsymbol{\omega}_0 \times \dot{\boldsymbol{r}} \end{aligned} \quad (1)$$

式中的 $\boldsymbol{\omega}_0$ 为火卫一自转角速度矢量, 指向火卫一本体系的 z 轴方向; $\boldsymbol{a}_{\text{Mars}}$ 和 $\boldsymbol{a}_{\text{Moon}}$ 分别是火星与火卫一对飞行器的引力加速度; $\boldsymbol{a}_{\text{M-O}}$ 是火星对火卫一的引力加速度; $\boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{r})$ 与 $2\boldsymbol{\omega}_0 \times \dot{\boldsymbol{r}}$ 分别是飞行器相对旋转参考系的离心加速度与科氏加速度. 多面体椭圆模型中火卫一的引力加速度 $\boldsymbol{a}_{\text{Moon}}$ 采用了 Scheeres 的匀质不规则多面体引力势模型^[26]. 多面体椭圆模型是目前火卫一附近轨道运动最精确的动力学模型之一.

1.2 考虑星历的限制性多体问题

为进一步提高模型精度, 本文在多面体椭圆模型基础上, 考虑火星、火卫一在惯性空间的真实星历, 以及火卫一自转的天平动, 还考虑了火星的 J_2 项引力摄动和太阳、木星以及地球的三体引力摄动, 建立了考虑星历的限制性多体问题模型. 本文

将该模型简称为星历多体模型(N-body problem with ephemeris and physical libration, NBP-EL).

考虑火卫一本体坐标系有如下的特征:某时刻,火卫一在惯性空间的加速度矢量为 $\mathbf{a}_{\text{Phobos}}$,瞬时姿态角速度矢量为 $\boldsymbol{\omega}$,角加速度矢量为 $\boldsymbol{\alpha}$,在其本体系统中的质点,若不考虑质点对其他天体的影响,动力学方程如方程(2)所示.

$$\mathbf{a}_a - \mathbf{a}_{\text{Phobos}} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{a}_{\text{coriolis}} + \mathbf{a}_{\text{centrifugal}} \quad (2)$$

式中, \mathbf{r} 表示质点相对火卫一本体系的位置矢量, \mathbf{a}_a 表示质点所有绝对加速度矢量之和, $\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}$ 是参考系角加速度产生的加速度矢量, $\mathbf{a}_{\text{coriolis}}$ 与 $\mathbf{a}_{\text{centrifugal}}$ 分别表示质点的科氏加速度和离心加速度,形式如公式(3).

$$\mathbf{a}_{\text{coriolis}} = 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}, \mathbf{a}_{\text{centrifugal}} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (3)$$

建立方程(2)形式的星历多体模型需要确定火卫一的姿态运动.在2018年和2019年,IAU工作小组给出了火卫一在惯性空间中的旋转姿态参数^[24,25].根据IAU报告中给出的火卫一姿态信息,我们可以计算得到火卫一的姿态、自转角速度和角加速度.根据这些信息,同时可以实现惯性系和火卫一本体系之间的坐标转换.方程(2)中的 $\mathbf{a}_a - \mathbf{a}_{\text{Phobos}}$ 表示质点加速度矢量与火卫一加速度矢量之差,主要包括:火卫一对质点的引力加速度 $\mathbf{a}_{\text{Phobos-SC}}$,由多面体模型给出;火星引力产生的引力加速度摄动 $\mathbf{a}_{\text{Mars-SC}} - \mathbf{a}_{\text{Mars-Phobos}}$,包括火星的 J_2 项;太阳、木星和地球产生的引力摄动.

火卫一引力场采用多面体引力场模型.根据Scheeres的引力势公式^[26],可以写出火卫一本体系中坐标向量为 \mathbf{r} 的质点所受到的引力加速度,如公式(4)所示.

$$\mathbf{a}_{\text{Phobos-SC}}(\mathbf{r}) = -G\sigma \sum_{e \in \text{edges}} L_e \mathbf{E}_e \mathbf{r}_e + G\sigma \sum_{f \in \text{faces}} \omega_f \mathbf{F}_f \mathbf{r}_f \quad (4)$$

其中, \mathbf{E}_e , \mathbf{F}_f 是只与多面体形状有关的矩阵, G 是万有引力常数,本文取 $6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$, σ 是多面体的平均密度,火卫一的平均密度取 $1.861 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, \mathbf{r}_e , \mathbf{r}_f 分别是目标点到某条边与某个面上任意一点的位置矢量.

计算火星对质点与火卫一的引力加速度时,包含 J_2 项的火星引力势可表示为式(5)^[27].

$$U_{\text{Mars}} = \frac{\mu}{r} \left[1 - J_2 \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \frac{1}{2} \left(3 \left(\frac{z}{r} \right)^2 - 1 \right) \right] \quad (5)$$

式中的 R_{\oplus} 表示火星的标称半径,取3389.5km, J_2 取

1.96045×10^{-3} , z 是目标点在火星本体系统中的 z 坐标.对公式(5)在惯性系中求偏导,可得到火星引力场在目标点的加速度矢量.

对于太阳、木星与地球的引力加速度,本文按中心引力场进行求解,各天体在惯性系中的位置由JPL的DE435星历计算得到.

1.3 考虑简谐天平动和球谐引力势的椭圆型限制性三体问题

星历多体模型是一种拟真度较高的动力学模型,它对火卫一附近的动力学要素做了尽可能真实的还原和模拟,是仿真验证飞行器在火卫一邻近区域运动轨迹的重要工具.但是,星历多体模型中的天体位置和火卫一天平动都是与仿真时刻相关的,模型不具有周期性,无法反映系统固有的近似周期特性.而且多面体引力势模型计算量比较大,数值仿真效率有待进一步提高.

为了便于在火卫一附近进行名义轨道设计,求解常用的任务轨道,我们根据星历多体模型的主要特征,对其进行简化:

1) 将火卫一围绕火星的公转轨道视为椭圆;

2) 火卫一的不规则引力场由球谐函数引力势进行计算.距离火卫一质心 r 、经度为 λ 、纬度为 φ 处的球谐函数引力势按公式(6)计算.

$$U(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^J \left(\frac{R_0}{r} \right)^n \sum_{m=-n}^n K_{mn} Y_{mn}(\varphi, \lambda) \quad (6)$$

其中: $Y_{mn} = P_{mn}(\sin\varphi)e^{im\lambda}$, P_{mn} 表示连带勒让德多项式函数, R_0 为火卫一的标称半径,一般取11.12km, K_{mn} 为火卫一的球谐引力势系数,是一组常复数, J 为是球谐函数取到的阶数,本文取4.

3) 将火卫一自转的天平动现象简化为一个绕其自转轴的简谐振动,其自转角度 θ 、角速度 ω 与角加速度 $\dot{\omega}$ 如公式(7)所示,并假设自转轴垂直于轨道平面;

$$\begin{aligned} \theta &= \omega_0 t - 1.143 \sin \omega_0 t \\ \omega &= \omega_0 - 1.143 \omega_0 \cos \omega_0 t \\ \dot{\omega} &= 1.143 \omega_0^2 \sin \omega_0 t \end{aligned} \quad (7)$$

其中 ω_0 为火卫一的平均自转角速度.

4) 忽略太阳、地球与木星的三体引力摄动,火星的三体引力摄动按中心引力场计算.

这种简化的模型考虑了火卫一的椭圆公转轨道、简化的自转天平动和火卫一的球谐函数引力势,我们称这种模型为考虑天平动的球谐椭圆模型(ERTBP with gravity harmonics and physical libration, ERTBP-HL).ERTBP-HL模型中的各种

动力学要素都具有周期性,易于分析,在该模型下可以求解系统中的共振周期轨道.图1展示了ERTBP-HL模型下与火卫一公转共振比分别为4:3、3:2和2:1的周期轨道.

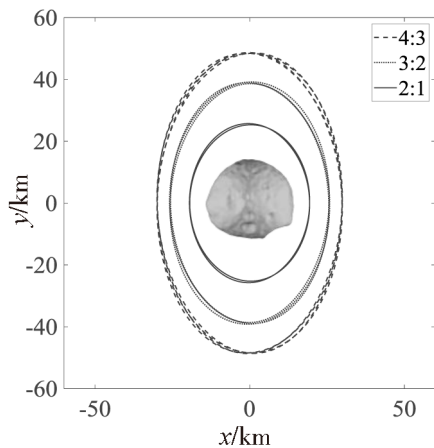


图1 ERTBP-HL模型中的共振QSO

Fig. 1 Resonant QSOs with ERTBP-HL

2 准卫星轨道仿真

2.1 轨道预报精度

飞行器轨道预报是任务设计的基础.简化模型由于存在模型误差,在进行轨道预报时,可能会产生较大的位置预报误差.图2展示了ERTBP-HL模型下4:3共振QSO在不同动力学模型中三个火卫一公转周期内的轨迹,以及两种简化模型与星历多体模型之间的位置误差.

由图可知,在仿真初始阶段,ERTBP-shape模型在较短时间内能够追踪星历多体模型下的QSO轨迹,具有较好的精度.但经过一定时间后,ERTBP-shape模型与星历多体模型产生较大的距离偏差.与ERTBP-shape模型相比,ERTBP-HL模型在整个仿真过程中都可以很好近似NBP-EL模型的轨迹,位置误差可以控制在数公里内.现有的ERTBP-shape模型只在短时间内是有效的,限制了在实际任务设计中的应用,而我们提出的ERTBP-HL模型可以在长时间内保证轨道预报的准确性,可应用于探测任务的名义轨道设计.

2.2 星下点轨迹

在任务轨道设计中,飞行器的星下点轨迹也是一个重要指标,是判断飞行器是否能够完成探测任务的重要依据.图3展示了不同动力学模型下相同初始状态仿真得到的QSO星下点轨迹与对应轨道高度的比较.

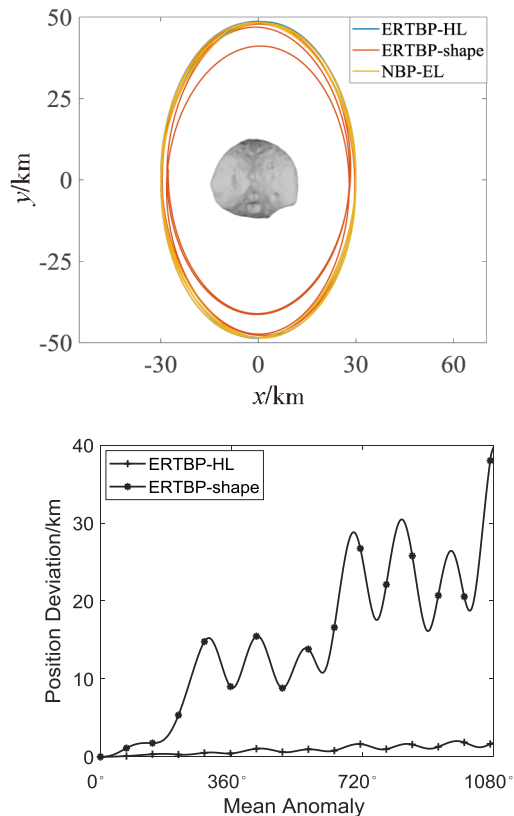


图2 不同简化模型中的QSO相对星历多体模型的轨迹误差

Fig.2 Position deviations of the QSO with simplified models compared with the NBP-EL model

从图中可以看出,基于现有ERTBP-shape模型的轨道,在考虑天体的真实星历与火卫一自转天平动后,轨道的星下点轨迹覆盖范围和在特定位置的轨道高度都有所改变.对覆盖范围和轨道高度的错误估计,可能会对科学探测产生不利影响.而考虑了火卫一简谐天平动的ERTBP-HL模型,在星下点覆盖范围和轨道高度方面,与高保真度的NBP-EL相比,误差都较小.因此,在任务设计中考虑火卫一天平动的影响是必要的.

2.3 轨道形状

探测任务往往会对飞行器的轨道形状提出要求,如观测任务中可能需要轨道保持周期或拟周期状态,而轨道转移或着陆任务中则需要准卫星轨道在平面内有一定的漂移,以选择合适的转移或着陆窗口.在不同的动力模型下,对ERTBP-HL下得到的3:2共振QSO进行仿真,结果如图4所示.

从图中可以看出,ERTBP-shape模型下的轨道形状与星历多体模型有着比较大的差别.而对于考虑了火卫一自转天平动的ERTBP-HL模型,其仿真结果与星历多面体模型非常接近.因此,现有的ERTBP-shape模型在设计轨道构型时有明显误差,

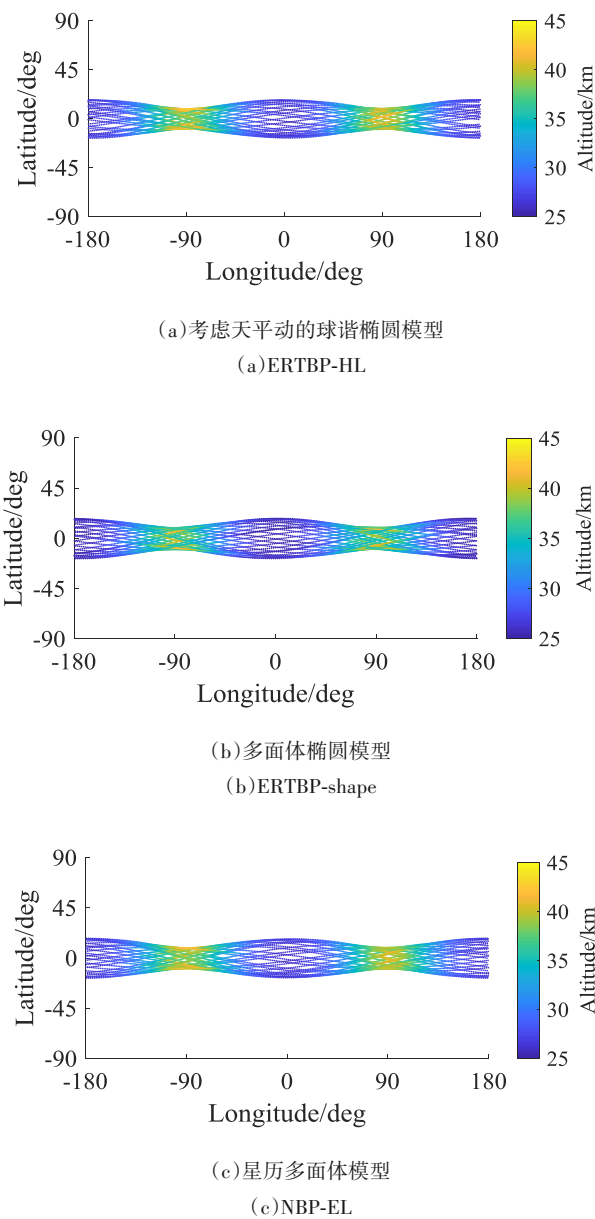


图3 不同模型下QSO的星下点轨迹

Fig.3 Ground tracks of QSOs with different dynamic models

有必要引入火卫一自转天平动的影响,使用本文提出的两种模型进行轨道的设计与分析。

3 结论

本文提出一种研究火卫一邻近区域飞行器运动的高精度轨道动力学模型:火星与火卫一的相对位置由星历模型计算确定,引入太阳系主要天体的引力摄动,考虑火星引力的 J_2 项摄动,在考虑真实姿态运动的火卫一本体系中建立轨道运动方程.在保留高精度模型主要特征的基础上,为减小数值仿真计算量,对其进行了抽象与简化,提出了考虑火卫一简谐天平动和球谐引力势的椭圆型限制性三

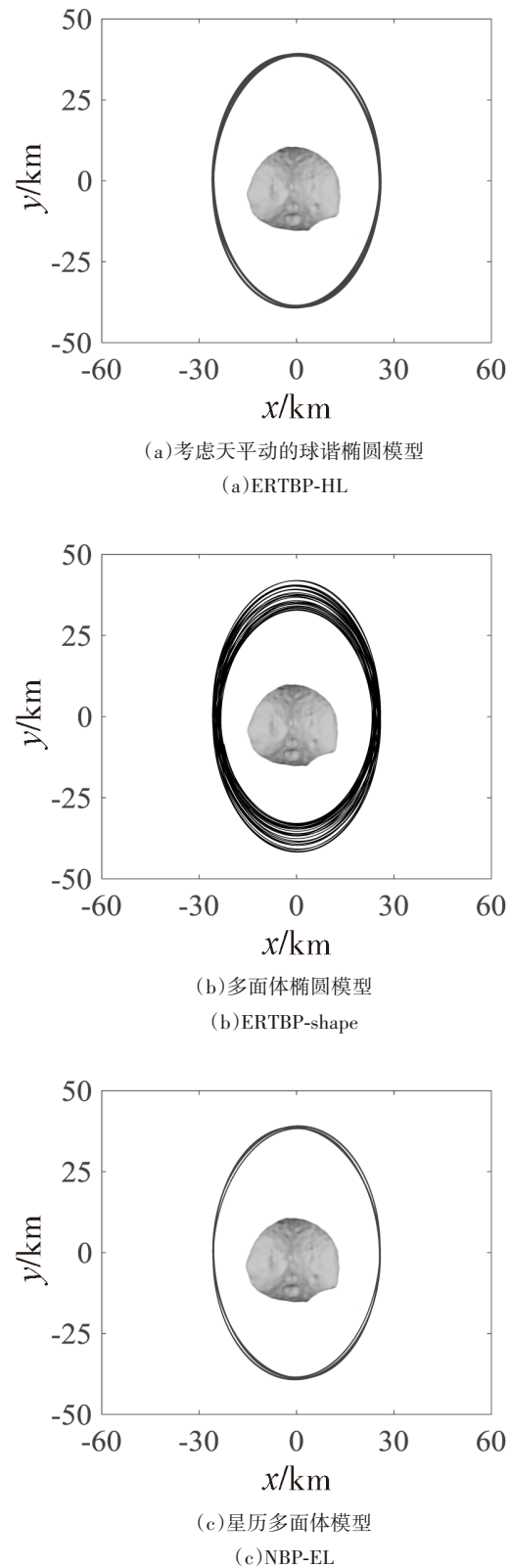


图4 不同模型下的QSO轨迹

Fig.4 Trajectories of QSOs with different dynamic models

体问题模型.在两种新模型和现有模型中,对火卫一邻近区域的准卫星轨道进行了仿真,分析了不同模型下准卫星轨道的轨迹、形状与星下点轨迹等特

性.发现在现有模型下,仿真结果中的轨道特性与高精度模型有较大的误差,而本文提出的考虑天平动的球谐椭圆模型与高精度模型非常接近,可在轨道设计中代替高精度模型进行名义轨道设计.仿真和分析结果证实,在轨道设计中,现有的多面体椭圆模型误差较大,有必要使用本文提出的星历多面体模型或其简化模型,即考虑天平动的球谐椭圆模型,进行轨道设计.

参考文献

- 耿言,周继时,李莎,等.我国首次火星探测任务.深空探测学报,2018,5(5):399~405(Geng Y, Zhou J S, Li S, et al. A brief introduction of the first Mars exploration mission in China. *Journal of Deep Space Exploration*, 2018, 5(5): 399~405 (in Chinese))
- Gil P J S, Schwartz J. Simulations of quasi-satellite orbits around Phobos. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(3): 901~914
- Zamaro M, Biggs J D. Identification of new orbits to enable future mission opportunities for the human exploration of the Martian moon Phobos. *Acta Astronautica*, 2016, 119: 160~182
- Duxbury T C, Zakharov A V, Hoffmann H, et al. Spacecraft exploration of Phobos and Deimos. *Planetary and Space Science*, 2014, 102: 9~17
- Ikeda H, Mitani S, Mimasu Y, et al. Orbital operations strategy in the vicinity of Phobos. In: 26th International Symposium on Space Flight Dynamics (ISSFD), Matsuyama, Japan, 2017
- Canalias E, Lorda L, Martin T, et al. Trajectory analysis for the Phobos proximity phase of the MMX mission. In: 26th International Symposium on Space Flight Dynamics (ISSFD), Matsuyama, Japan, 2017
- Jansson S W. Stable orbits about the Martian moons [Master Thesis]. Ohio: Air Force Institute of Technology, 1990
- Conte D, Spencer D B. Mission analysis for Earth to Mars-Phobos distant retrograde orbits. *Acta Astronautica*. 2018, 151: 761~771
- Wallace M, Parker J S, Strange N J, et al. Orbital operations for Phobos and Deimos exploration. In: AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, the USA, Minnesota, August 13~16, 2012
- Wiesel W E. Stable orbits about the Martian moons. *Journal of Guidance Control Dynamics*. 1993, 16: 434~440
- Cabral F. On the stability of quasi-satellite orbits in the elliptic restricted three-body problem: application to the Mars-Phobos system [Ph.D Thesis]. Lisbon: Technical University of Lisbon, 2011
- Tuchin A G. Quasi-synchronous orbits and their employment for the approach of a spacecraft to Phobos. *Cosmic Research*, 2007, 45(2): 131~136
- Canalias E, Lorda L, Hekma E. Transfer between planar and three-dimensional quasi satellite orbits in the vicinity of Phobos. In: 29th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Ka'anapali, Hawaii, USA, Jan 13~17, 2019
- Zamaro M, Biggs J D. Dynamical system techniques for designing libration point orbits in proximity of highly-inhomogeneous planetary satellites: application to the Mars-Phobos elliptic three-body problem with additional gravity harmonics. In: International Congress on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace, and Sciences. Norway, Narvik, July 15~18, 2014
- Zamaro M, Biggs J D. Natural motion around the Martian moon Phobos: the dynamical substitutes of the libration point orbits in an elliptic three-body problem with gravity harmonics. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2015, 122: 263~302
- Zamaro M. Natural and artificial orbits around the Martian moon Phobos [Ph.D Thesis]. Glasgow: University of Strathclyde, 2015
- Chao B F, Rubincam D P. The gravitation field of Phobos. *Geophysical Research Letters*, 1989, 16(8): 859~862
- Willner K, Oberst J, Hussmann H, et al. Phobos control point network, rotation, and shape. *Earth and Planetary Science Letters*. 2010, 294: 541~546
- Wahlisch M, Willner K, Oberst J, et al. A new topographic image atlas of Phobos. *Earth and Planetary Science Letters*. 2010, 294: 547~553
- Willner K, Shi X, Oberst J. Phobos' shape and topography models. *Planetary and Space Science*, 2014, 102: 51~59
- 史弦,平劲松,叶叔华,等.基于形状的火卫一重力场研究.航天器工程,2012,21(2):6~11(Shi X, Ping J S, Ye S H, et al. Analysis of shape-based gravity field model for Phobos. *Journal of Spacecraft Engineering*, 2012, 21(2): 6~11 (in Chinese))
- 番绍炳,王悦,石玉,等.环绕火卫一的稳定准卫星轨道搜索与分析.中国科学:物理学力学天文学,2019,49:084506(Fan S B, Wang Y, Shi Y. Search and analysis on quasi-satellite orbits around Martian moon Phobos. *Scientia Sinica Physica, Mechanica and Astronomica*, 2019, 49(8): 084506(in Chinese))
- Scheeres D J, Van wal S S, Olikara Z, et al. Dynamics in the Phobos environment: advances in space research. *Advances in Space Research*, 2019, 63(1): 476~495

- 24 Archinal B A, A'Hearn M F, Bowell E, et al. Report of the IAU working group on cartographic coordinates and rotational elements; 2015. *Celestial Mechanics and Dynamical Astromony*. 2018, 130(3):22
- 25 Archinal B A, Acton C H, Conard A, et al. Correction to: Report of the IAU working group on cartographic coordinates and rotational elements; 2015. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2019, 131(12):61
- 26 Werner R A, Scheeres D J. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia. *Celestial. Mechanics and Dynamical. Astronomy*. 65 (3) , 1996: 313~344
- 27 肖业伦. 航空航天器运动的建模: 飞行动力学的理论基础. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003(Xiao Y L. Modeling on movement of aerospace vehicle. Beijing: BUAA Press, 2003(in Chinese))

MODELING AND ANALYSIS OF RESTRICTED N-BODY PROBLEM WITH EPHEMERIS IN VICINITY OF PHOBOS *

Wu Xiaojie Wang Yue[†] Xu Shijie

(School of Astronautics, Beihang University, Beijing 102206, China)

Abstract Mars and its natural moon, Phobos, are of great significance for deep space explorations. The N-Body Problem is necessary for the design of orbits around Phobos, since the traditional perturbed Keplerian orbit is proved to be impossible in the vicinity of Phobos. A restricted N-Body Problem model with the ephemeris of celestial bodies is established in Phobos' body-fixed reference frame. The influencing factors considered in this model include: the polyhedron gravity field of Phobos with the real attitude libration; Mars attractive force with J_2 ; gravitational perturbations of Sun, Jupiter and Earth. This model is further simplified according to its characteristics with an elliptical restricted three-body problem model considering Phobos' approximated harmonic libration and gravity harmonics being established. Orbits are simulated with different models with the trajectories and ground tracks being depicted. Comparisons are made among simplified models and the high-fidelity model to confirm the necessity of the proposed models.

Key words Mars-Phobos system, ephemeris, N-body problem, quasi-satellite orbits

Received 26 December 2019, revised 30 June 2020.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11872007), the Young Elite Scientist Sponsorship Program by CAST (2017QNRC001) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities.

[†] Corresponding author E-mail: ywang@buaa.edu.cn