

# 基于性能需求的基础隔震结构附加调谐惯容阻尼器的优化设计研究\*

叶昆<sup>†</sup> 舒率

(华中科技大学 土木工程与力学学院, 武汉 430074)

**摘要** 为了克服调谐质量阻尼器(Tuned Mass Damper, TMD)质量过大的缺陷,用惯容器(Inerter)代替TMD中的质量块,形成调谐惯容阻尼器(Tuned Inerter Damper, TID).将TID附加在基础隔震结构的隔震层,对TID进行优化设计研究.以两自由度基础隔震结构体系的简化模型为研究对象,以白噪声激励下的振动响应为指标对TID进行参数研究,确定了一种以隔震层水平位移控制为约束、以最小上部结构绝对加速度为优化目标的优化问题,在两种控制准则下对TID进行优化设计,与仅附加线性粘滞阻尼器(Linear Viscous Damper, LVD)的基础隔震结构进行比较,最终发现TID对基础隔震结构的性能控制有着良好的效果,能同时降低隔震层水平位移和上部结构绝对加速度,并且效果优于LVD.

**关键词** 调谐惯容阻尼器, 基础隔震结构, 性能需求, 优化设计

DOI: 10.6052/1672-6553-2020-063

## 引言

众所周知,在设防以及罕遇地震作用下,基础隔震结构的上部结构层间位移(绝对加速度)反应将大大降低,但是这种良好的抗震性能是以橡胶隔震支座发生水平大变形为代价而实现的,由于橡胶隔震支座是整个基础隔震结构的薄弱环节,一旦支座的水平变形需求超过了其水平变形能力,将会导致橡胶隔震支座失效,从而造成上部结构的严重破坏<sup>[1]</sup>.为了保证在强烈地震作用下基础隔震结构的隔震层水平位移能够得到有效控制,最为有效的方式就是在隔震层附加一定数量的耗能减震装置,形成所谓的被动、主动或者半主动混合控制系统.在这些不同形式的耗能减震装置中,应用最为广泛的是传统线性粘滞阻尼器(Linear Viscous Damper, LVD)和调谐质量阻尼器(Tuned Mass Damper, TMD)这两种被动耗能减震装置.对于LVD而言,如果在隔震层附加过多的阻尼,虽然可以有效地减小隔震层水平位移,但往往会导致上部结构层间位移和绝对加速度反应的增加.对于TMD而言,一方面需要很大的质量比才能有效降低隔震层的水平位移,另一方面需要在隔震层提供足够大的空间来满足TMD中附属质量的行程需要,而这两方面的缺陷限制TMD在实际工程中更为广泛的应用<sup>[2]</sup>.

近年来,基于机电相似性原理而提出惯容器(Inerter)由于具有显著的质量放大效应,在结构振动控制领域逐渐受到关注<sup>[3-5]</sup>,一些学者也提出了利用基于惯容器的被动耗能减震装置来减小基础隔震结构中隔震层水平位移的想法,并开展了一定的研究.基于经典的基础隔震结构基准模型(Benchmark Model),Pradono等<sup>[6]</sup>通过数值仿真分析研究了仅仅附加惯容器对于减小隔震层水平位移的有效性.Saito等<sup>[7]</sup>提出了不同形式的基于惯容器的被动耗能减震装置,并对这些装置减小隔震层水平位移的效果进行了较为详尽的比较研究.Domenico等<sup>[8,9]</sup>一方面提出了将TMD与Inerter串联连接形成所谓的TMDI(Tuned Mass Damper Inerter, TMDI),另一方面将TMD的质量用Inerter代替形成所谓的调谐惯容阻尼器(Tuned Inerter Damper, TID),将基础隔震结构简化为经典的两自由度(2DOF)模型,基于随机振动理论得到了不同优化目标下的TMDI/TID最优参数,通过数值分析验证了附加TMDI/TID对于减小隔震层水平位移的有效性.孙洪鑫等<sup>[10]</sup>同样将基础隔震结构简化为2DOF模型,基于 $H_2$ 优化准则以及将上部结构最小层间位移作为优化目标,在忽略上部结构和隔震层阻尼的情况下,推导出了附加TID最优参数的解析解.

2019-09-10 收到第1稿,2019-11-18 收到修改稿.

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: kun.ye@hust.edu.cn

Feng Qian 等<sup>[11]</sup>讨论了串联附加TID和并联附加TID的隔震性能,并以上部结构最小层间位移为目标进行了优化,得到了调谐参数的解析解.需要指出的是,在已有TID用于基础隔震结构性能控制的优化研究中,所采用的都是无约束单一优化目标(例如:隔震层水平位移,上部结构层间位移或者TID的能量耗散指标等).对于基础隔震结构而言,上部结构的层间位移(或绝对加速度)和隔震层水平位移是最为关注的反应量,因此合理的基础隔震优化设计应该同时考虑上述两个反应量.考虑到隔震层中的橡胶隔震支座是整个基础隔震结构的关键构件,本文在附加TID基础隔震结构的优化设计中采用了有约束的单一优化目标:确定最优的TID参数使得在满足隔震层水平位移性能需求的情况下上部结构的层间位移(或绝对加速度)反应最小.

基于上述优化目标,本文提出基于性能需求的基础隔震结构附加调谐惯容阻尼器的优化设计方法.首先将基础隔震结构简化为2DOF模型,在随机振动的框架下,计算在白噪声作用下隔震层水平位移和上部结构绝对加速度的标准差,得到满足上述优化目标的TID优化参数,并通过比较附加最优TID与附加LVD的基础隔震结构之间的性能差异,确定TID用于基础隔震结构性能控制的合理性能需求目标.

## 1 附加调谐惯容阻尼器的基础隔震结构

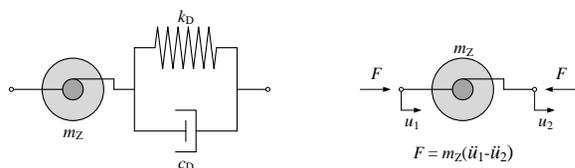
### 1.1 运动方程

与TMD的构造相类似,TID由如图1所示的弹簧、阻尼器和惯容器三个基本力学元件构成,其中 $k_D$ 和 $c_D$ 和 $m_Z$ 分别为相应的刚度系数、阻尼系数和惯容系数(与质量同量纲).如图1a所示,对于惯容器这种两端点的力学元件,惯容力与两端点之间的相对加速度成正比(如图1b所示):

$$F = m_Z(\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2) \quad (1)$$

式中, $F$ 为惯容力; $\ddot{u}_1$ 和 $\ddot{u}_2$ 分别为惯容器两端点的加速度.

对于基础隔震结构而言,通常可以选取经典的



(a) Mechanical model of TID (b) Mechanical model of inerter

图1 调谐惯容阻尼器(TID)和惯容器(Inerter)力学模型

Fig.1 The mechanical models of TID and inerter

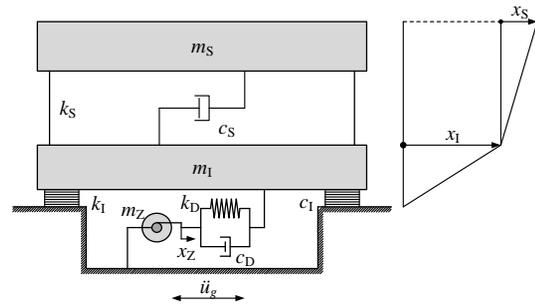


图2 附加TID的基础隔震结构力学模型

Fig.2 The mechanical model of base-isolated structure with TID

两自由度体系简化模型作为研究对象,附加TID后整个基础隔震结构就成为如图2所示的三自由度体系(3DOF)简化模型.其中, $x_1$ 和 $x_s$ 分别隔震层的水平位移和上部结构的层间位移; $m_1$ 和 $m_s$ 分别为隔震层的质量和上部结构的等效质量; $k_1$ 和 $k_s$ 分别为隔震层和上部结构的等效水平刚度; $c_1$ 和 $c_s$ 分别为隔震层和上部结构的阻尼系数.这样附加TID的基础隔震结构的运动方程为:

$$m_s(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_s) + c_s\dot{x}_s + k_s x_s = -m_s\ddot{x}_g \quad (2)$$

$$m_s(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_s) + m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1 x_1 + c_D(\dot{x}_1 - \dot{x}_D) + k_D(x_1 - x_D) = -(m_s + m_1)\ddot{x}_g \quad (3)$$

$$m_Z\ddot{x}_Z + c_D(\dot{x}_D - \dot{x}_1) + k_D(x_D - x_1) = 0 \quad (4)$$

定义以下反映基础隔震结构动力特性的相关参数,即上部结构和隔震结构的自振圆频率 $\omega_s$ 和 $\omega_1$ :

$$\omega_s = \sqrt{k_s/m_s}; \quad \omega_1 = \sqrt{k_1/(m_s + m_1)} \quad (5)$$

上部结构和整个基础隔震结构的阻尼比 $\lambda_s$ 和 $\lambda_1$ 为

$$\lambda_s = \frac{c_s}{2m_s\omega_s}; \quad \lambda_1 = \frac{c_1}{2(m_s + m_1)\omega_1} \quad (6)$$

上部结构和惯容器相对于基础隔震结构的质量比 $r_s$ 和 $r_z$ 为

$$r_s = \frac{m_s}{m_s + m_1}; \quad r_z = \frac{m_Z}{m_s + m_1} \quad (7)$$

TID的附加刚度比 $\beta$ 和附加阻尼比 $\lambda_D$ 分别为

$$\beta = \frac{k_D}{k_1}; \quad \lambda_D = \frac{c_D}{2(m_s + m_1)\omega_1} \quad (8)$$

将式(5)至式(8)所定义的参数代入方程(2)至(4),得到矩阵形式的运动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{E}\ddot{x}_g \quad (9)$$

式中,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} r_s & r_s \\ r_s & 1 \\ & & r_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2r_s\lambda_s\omega_s & & \\ & 2(\lambda_1 + \lambda_D)\omega_1 & -2\lambda_D\omega_1 \\ & -2\lambda_D\omega_1 & 2\lambda_D\omega_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} r_s\omega_s^2 & & \\ & (1 + \beta)\omega_1^2 & -\beta\omega_1^2 \\ & -\beta\omega_1^2 & \beta\omega_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_s \\ x_1 \\ x_z \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} r_s \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

## 1.2 地震激励及随机响应

将地面加速度  $\ddot{x}_g$  模拟为一个高斯零均值白噪声随机过程,视其功率谱密度为一个常数  $S_{\ddot{x}_g} = S_0$ . 这种方法虽然忽略了对激励频率成分的依赖性,但和自然地震一样具有随机的概率性.运动方程(9)可以改为一阶状态向量形式:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\ddot{x}_g \quad (11)$$

式中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{O}_{3 \times 3}$  和  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  分别表示  $3 \times 3$  的零矩阵和单位矩阵.如果激励为零均值白噪声且体系振动的初始条件为零,则平稳随机响应  $\mathbf{z}(t)$  与其转置向量之积的期望可以表示为协方差矩阵  $\mathbf{G} = \mathbf{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^T]$ ,而且该协方差矩阵  $\mathbf{G}$  将满足如下的李雅普诺夫方程 (Lyapunov equation)<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{A}\mathbf{G} + \mathbf{G}\mathbf{A}^T + 2\pi S_0 \mathbf{B}\mathbf{B}^T = 0 \quad (13)$$

利用 Matlab 中内置的 lyap 函数可以求解方程(13),从而得到平稳响应的协方差矩阵  $\mathbf{G}$ . 对应于一阶状态向量  $\mathbf{z}(t)$ ,协方差矩阵  $\mathbf{G}$  的主对角元素依次为:上部结构层间位移的方差  $\sigma_{x_s}^2$ ,隔震层水平位移的方差  $\sigma_{x_1}^2$ ,惯容器两端相对位移的方差  $\sigma_{x_D}^2$ ,上部结构层间速度的方差  $\sigma_{\dot{x}_s}^2$ ,隔震层水平速度的方差  $\sigma_{\dot{x}_1}^2$  和惯容器两端相对速度的方差  $\sigma_{\dot{x}_D}^2$ .根据上述主对角元素以及方程(9),上部结构绝对加速度的方差  $\sigma_{\ddot{x}_{sr}}^2$  可以根据下式确定:

$$\sigma_{\ddot{x}_{sr}}^2 = 4\lambda_s^2\omega_s^2\sigma_{x_s}^2 + \omega_s^4\sigma_{x_s}^2 \quad (14)$$

## 2 附加调谐惯容阻尼器参数优化设计

### 2.1 优化问题

为了衡量相对于基础隔震结构没有附加 TID 的情况,附加 TID 后基础隔震结构的隔震层水平位

移和上部结构绝对加速度均方反应的变化程度,定义如下两个无量纲的反应比  $R_X$  和  $R_A$ :

$$R_X = \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_{x_{10}}}; \quad R_A = \frac{\sigma_{\ddot{x}_{sr}}}{\sigma_{\ddot{x}_{sr0}}} \quad (15)$$

其中,  $R_X$  和  $R_A$  分别表示隔震层水平位移和上部结构绝对加速度的反应比;  $\sigma_{x_{10}}^2$  和  $\sigma_{\ddot{x}_{sr0}}^2$  分别表示没有附加 TID 的基础隔震结构隔震层位移和上部结构绝对加速度的均方反应.这样对于附加 TID 的基础隔震结构的优化设计问题可以表示为有约束的单目标优化问题,其中隔震层水平位移反应比  $R_X$  为根据性能需求而预先确定的约束值,上部结构绝对加速度反应比  $R_A$  为目标函数,相应的数学表达式如下

$$\begin{aligned} & \text{Find } r_{z, \text{opt}} \beta_{\text{opt}} \lambda_{D, \text{opt}} \\ & \text{minimize } R_A \\ & \text{Subjected to } R_X \leq R_{X, \text{Target}} \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $R_{X, \text{Target}}$  为根据性能需求而预先确定的约束值.

### 2.2 优化结果

2DOF 基础隔震结构的参数为:基础隔震结构周期  $T_1 (=2\pi/\omega_1) = 2.50\text{s}$ ;上部结构周期  $T_s (=2\pi/\omega_s) = 0.50\text{s}$ ;基础隔震结构阻尼比  $\lambda_1 = 15\%$ ;上部结构阻尼比  $\lambda_s = 2\%$  以及上部结构质量比  $r_s = 0.833$ .假定该基础隔震结构附件 TID 后隔震层水平位移的减小程度不同(即不同的  $R_{X, \text{Target}}$ ),根据公式(16)所定义的有约束优化问题,利用 Matlab 内置非线性优化函数 fmincon 求解最优的 TID 参数(即  $\beta_{\text{opt}}$ ,  $\lambda_{D, \text{opt}}$  和  $r_{z, \text{opt}}$ ).

图3给出了不同  $R_{X, \text{Target}}$  (区间为:0.50~0.90)下基础隔震结构上部结构最优绝对加速度反应比  $R_{A, \text{opt}}$  以及相应的  $\beta_{\text{opt}}$ ,  $\lambda_{D, \text{opt}}$  和  $r_{z, \text{opt}}$ .从该图可以看出:存在一个最优的  $R_{X, \text{Target, opt}}$  使得上部结构最优加速度反应比取得最小值;  $\beta_{\text{opt}}$  随着  $R_{X, \text{Target}}$  的减小而减小,而  $\lambda_{D, \text{opt}}$  随着  $R_{X, \text{Target}}$  的减小而增大;  $r_{z, \text{opt}}$  随着  $R_{X, \text{Target}}$  的减小而增大.

### 2.3 分析讨论

上一节优化计算的结果说明了 TID 能在控制隔震层水平位移的同时抑制上部结构绝对加速度的升高,不过为了研究其控制能力的程度,还需要与附加 LVD 的情况进行对比,为此规定了以下两种控制准则来确定 LVD 的基本参数.

(1)相同的阻尼比:算得附加 TID 的结构不同  $R_{X, \text{Target}}$  (区间为:0.50~0.90)下基础隔震结构上部结构最优绝对加速度反应比  $R_{A, \text{opt}}$  以及相应的  $\beta_{\text{opt}}$ ,

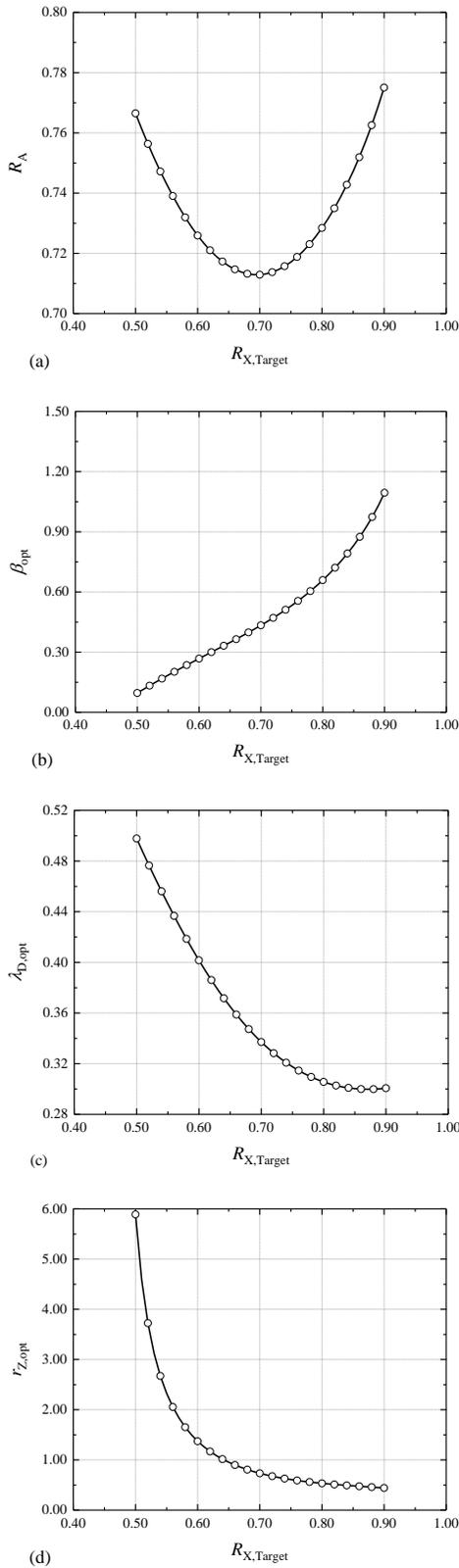


图3 不同 $R_{X,Target}$ 下最优的(a)加速度反应比以及(b)相应的 $\beta_{opt}$ , (c) $\lambda_{D,opt}$ 和(d) $r_{Z,opt}$   
Fig.3 The result of optimal (a)  $R_A$  and according (b) $\beta_{opt}$ , (c)  $\lambda_{D,opt}$  and (d)  $r_{Z,opt}$

$\lambda_{D,opt}$  和  $r_{Z,opt}$ , 控制LVD的阻尼比与TID最优阻尼比  $\lambda_{D,opt}$  一致, 计算其隔震层水平位移和上部结构绝对

加速度的反应比RX和RA, 与TID进行对比, 如图4所示. 附加TID和LVD的结构的隔震层水平位移均随阻尼比 $\lambda_{D,opt}$ 的增大而减小, 且TID的隔震层水平位移反应比LVD大; 而附加TID的结构的上部结构绝对加速度反应随阻尼比 $\lambda_{D,opt}$ 的变化存在极小值点, 并且在绝大部分范围上比LVD小.

(2) 相同的  $R_{X,Target}$ : 算得附加TID的结构不同  $R_{X,Target}$  (区间为: 0.50~0.90) 下基础隔震结构上部结构最优绝对加速度反应比  $R_{A,opt}$  以及相应的  $\beta_{opt}$ ,  $\lambda_{D,opt}$  和  $r_{Z,opt}$ , 与附加LVD时发生相同位移时的上部结构最优绝对加速度反应比  $R_{A,opt}$  以及相应的  $\lambda_{D,opt}$  进行对比, 如图5所示. 附加TID和LVD的结构所需的附加阻尼比  $\lambda_{D,opt}$  均随  $R_{X,Target}$  的增大而减小, 且TID所需的阻尼比  $\lambda_{D,opt}$  比LVD大; 而附加TID的结构的上部结构绝对加速度反应随  $R_{X,Target}$  的变化存在极小值点, 并且比LVD小.

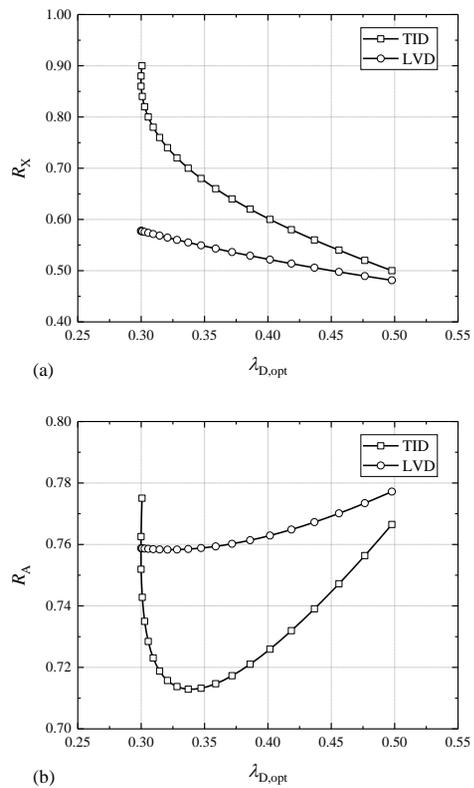


图4 附加相同阻尼比情况下最优TID与LVD的性能比较: (a)  $R_x$ 和(b)  $R_A$

Fig.4 The comparison between optimal TID and LVD with the same damping ratio: (a)  $R_x$  and (b)  $R_A$

### 3 小结

本文以一个两自由度基础隔震结构为基本体系, 在结构隔震层上附加了TID, 计算在白噪声作

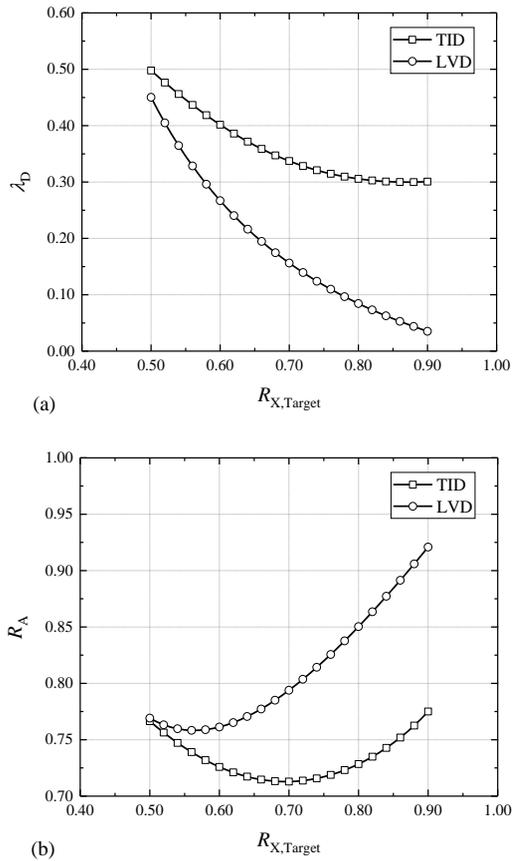


图5 相同 $R_{X,Target}$ 情况下最优TID与LVD的性能比较:  
(a)  $\lambda_D$ 和(b)  $R_A$

Fig.5 The comparison between optimal TID and LVD with the same  $R_{X,Target}$ : (a)  $\lambda_D$  and (b)  $R_A$

用下隔震层水平位移和上部结构绝对加速度的标准差,确定了一种以隔震层水平位移控制为约束、以最小上部结构绝对加速度为优化目标的优化问题,对TID进行优化设计研究.在给定基本参数以及两种控制准则(相同的阻尼比、相同的 $R_{X,Target}$ )下,比较了TID和LVD对上部结构绝对加速度的控制效果,发现在合理控制范围内,尽管TID所需阻尼比以及对应隔震层水平位移比LVD大,但是TID对上部结构绝对加速度的限制明显优于LVD.从而说明,在基础隔震结构的隔震层上附加TID的方法的确能在控制隔震层水平位移的同时抑制上部结构绝对加速度的升高.

## 参 考 文 献

1 Park S, Ghasemi H, Shen J, et al. Simulation of the seismic performance of the Bolu Viaduct subjected to near-fault ground motions. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2004, 33:1249~1270

2 王亚楠,李慧,杜永峰. TMD-基础隔震混合控制体系在近场地震作用下的能量响应与减震效果分析. *振动与冲击*, 2014, 33(4): 204~209 (Wang Y N, Li H, Du Y F. Analyze of energy respond and vibration control effect of TMD-base-isolation system under near field earthquake. *Vibration and Shock*, 2014, 33(4): 204~209 (in Chinese))

3 毛明,王乐,陈轶杰,等. 惯容器及惯容器-弹簧-阻尼器悬架研究进展. *兵工学报*, 2016, 37(3): 525~534 (Mao M, Wang L, Chen Y J, et al. Research progress of inerter and inerter-spring-damper suspension. *Acta Armamentarii*, 2016, 37(3): 525~534 (in Chinese))

4 Lazar I F, Neild S A, Wagg D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2014, 43(8): 1129~1147

5 Ikago K, Saito K, Inoue N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(3): 453~474

6 Pradono M H, Iemura H, Igarashi A, et al. Application of angular-mass dampers to base-isolated benchmark building. *Structural Control and Health Monitoring*, 2008, 15(5): 737~745

7 Saitoh M. On the performance of gyro-mass devices for displacement mitigation in base isolation systems. *Structural Control and Health Monitoring*, 2012, 19(2): 246~259

8 De Domenico D, Ricciardi G. Optimal design of a novel tuned inerter damper system for reducing the displacement demand of base-isolated structures. In: Proceedings of the AIMETA 2017—Proceedings of the 23rd Conference of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics, 2017

9 De Domenico D, Ricciardi G. An enhanced base isolation system equipped with optimal tuned mass damper inerter (TMDI). *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2018, 47(5): 1169~1192

10 Sun H X, Zuo L, Wang X, et al. Exact H2 optimal solutions to inerter-based isolation systems for building structures. *Structural Control and Health Monitoring*, 2019, 26(6): e2357

11 Qian F, Luo Y F, Sun H X, et al. Optimal tuned inerter dampers for performance enhancement of vibration isolation. *Engineering Structures*, 2019, 198, 109464

12 Lin Y. Probabilistic theory of structural dynamics. New York: McGraw-Hill, 1967

# OPTIMAL DESIGN OF BASE-ISOLATED STRUCTURE WITH SUPPLEMENTAL TUNED INERTER DAMPER BASED ON PERFORMANCE REQUIREMENT \*

Ye Kun<sup>†</sup> Shu Shuai

(School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract** To overcome the drawback to the overlarge mass of Tuned Mass Damper (TMD), Tuned Inerter Damper (TID) has been obtained by replacing mass element of TMD with inerter. A base-isolated structure, simplified as a 2-degree-of-freedom (2DOF) system, with supplemental TID was studied by stochastic response analysis with an optimal method based on performance requirement, which considered the target displacement of isolation layer as a constraint, and acceleration of superstructure as an optimal object. The optimal designs of TID with two control criteria and the comparison with the same structure with supplemental Linear Viscous Damper (LVD), which is a unitary damper, were conducted. The analysis results indicated that the displacement of isolation layer and the acceleration of superstructure could be reduced simultaneously by the attachment of TID, which was significantly more advantageous than LVD.

**Key words** tuned inerter damper (TID), base-isolated structure, performance requirement, optimal design