

冲击减振器与非线性能量阱耦合系统的 振动抑制研究

李继伟^{1†} 赵泽福²

(1.中车永济电机有限公司 研究院, 西安 710016) (2.兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070)

摘要 建立了冲击减振器与非线性能量阱耦合系统的新型吸振模型,数值模拟的结果验证了该吸振装置的高效性.分析了其参数对主结构振幅、能量耗散以及振动频率的影响,即使系统的初始输入能量变化范围较大,耦合装置也能取得很好的吸振效果.进一步的研究结果表明适当的间隙和较高的碰撞恢复系数既可以增加系统的碰撞运动次数,又能使系统在每次碰撞过程中耗散更多的能量,且该系统中的强非线性刚度有利于吸振.

关键词 冲击减振器, 非线性能量阱, 吸振, 能量耗散

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-037

引言

非线性能量阱 (Nonlinear Energy Sink, 简称 NES) 具有结构简单、附加质量小、吸振效率高的特点,因而具有广泛的应用前景.

靶能量传递现象是指一定量的能量从主振子与非线性耦合振子间高效、快速地传递到特定的位置^[1],每次传递能量大小精确.在含有 NES 的非线性振动系统中,该能量转换过程的一大特点是在能量从主结构传递至非线性附属结构后会在阻尼的作用下耗散,不会立即返回.初始条件的选取,即初始输入能量对含 NES 的非线性系统的响应有很大的影响.Gendelman^[2]应用复变量-平均法 (complexification-averaging method) 求出了连接 NES 的非线性系统在简谐外力下的拟周期响应机制,即在不同的初始条件下,系统会出现三种不同的响应,稳态响应 (steady-state response, 简称 SSR), 弱拟周期响应 (weakly quasi-periodic response, 简称 WQR) 及强拟周期响应 (strongly quasi-periodic response, 简称 SQR). 陈恒等^[3]基于靶能量转移的原理在机翼结构耦合非线性能量阱,实现对机翼颤振的抑制.结果表明颤振可以部分甚至全部抑制.

冲击减振器^[4,5]也是一种能有效减小系统振动的装置,而在 NES 中加入碰撞因素已经被证明可以有效地抑制各类系统的振动,关于含间隙的非线性能量阱系统 (vibro-impact nonlinear energy sink, 简称 VI NES), Etienne^[6]等利用不变流形理论对一个简谐激励作用的线性主结构与自由碰撞质量块的力学特性进行了理论分析及实验研究,结果表明,在 1:1 共振时,系统除周期响应外,还可以表现出强调制响应,进一步的研究结果说明 NES 能有效地减小主结构的振动; Mostafa 等^[7]利用 VI NES 减小建筑结构的振动,傅里叶变化的结果表明,VI NES 可在宽带范围内快速地耗散能量,并能有效地降低建筑在地震中的振动; Gourc 等^[8]利用 VI NES 振子抑制车削加工系统的颤振失稳现象,求得了霍普分叉的边界条件,实验结果表明,该 VI NES 振子可有效地抑制车削加工系统的颤振; Wang 等^[9]设计了一种新型的单边碰撞的轨道非线性能量阱 (single-sized vibro-impact track nonlinear energy sink, 简称 SSVIT NES), 将其作为一个被动的能量耗散装置,即使主结构的刚度与系统的输入能量变化范围较大,该装置依然能保持很高的吸振效率.Gendelman 等^[10]分析了含 VI NES 系统的慢

变流形的稳定及不稳定分支,进一步的研究表明,系统出现混沌调制响应(chaotic strongly modulation response,简称 CSMR)时,主结构的能量可快速地传递至 NES,从而达到振动抑制的目的。

本文对冲击减振器与 NES 的耦合系统进行研究,通过分析系统幅值的衰减和附加装置耗散系统初始总能量的能力,研究吸振参数对吸振效果的影响,并分析产生影响的原因。

1 模型及运动微分方程的建立

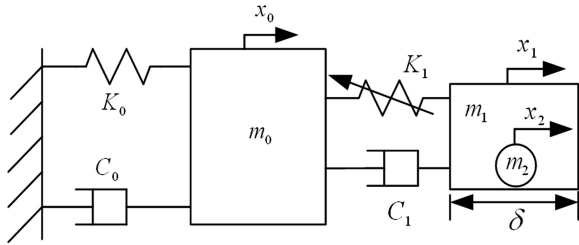


图1 非线性系统结构图

Fig.1 Structure of nonlinear system

考虑如图 1 所示的非线性系统,系统由线性主结构和 NES 构成。主结构为一个单自由度弹性系统,其质量为 m_0 ,线性刚度为 K_0 ,线性阻尼为 C_0 。NES 由两部分组成,其中, m_1 通过立方刚度 K_1 和线性阻尼 C_1 与主结构连接,而 m_2 为 m_1 内部的一自由滚动质量块,当两者位移差等于两侧间隙时发生碰撞,且 $m_1+m_2 \ll m_0$ 。系统在任意连续两次碰撞之间的无量纲运动微分方程分别可表达为:

$$\begin{cases} \ddot{x}_0 + c_0 \dot{x}_0 + x_0 + c_1(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + k_1(x_0 - x_1)^3 = 0 \\ \varepsilon_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_1(x_1 - x_0)^3 = 0 \\ \varepsilon_2 \ddot{x}_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

系统引用新时间尺度 $\tau = \omega t = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} t$,且:

$$\varepsilon_i = \frac{m_i}{m_0}, k_1 = \frac{K_1}{K_0}, c_0 = C_0 \sqrt{\frac{1}{m_0 K_0}}, c_1 = C_1 \sqrt{\frac{1}{m_0 K_0}},$$

$f = \frac{F}{m_0}$,令 $a = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$,假设碰撞块的初始位置位于 m_2 中

部,则碰撞条件可以表示为 $\{A|A \subseteq |x_1 - x_2| \geq \delta/2\}$,当 m_2 与 m_1 碰撞时,根据碰撞定理和碰撞过程中动量守恒定理,在碰撞发生的前后, m_1 与 m_2 瞬时位移保持不变,瞬时速度发生突变。相应的碰撞过程的前后瞬时速度满足以下方程

$$\begin{cases} \dot{x}_{1-} - a\dot{x}_{2-} = \dot{x}_{1+} + a\dot{x}_{2+} \\ \dot{x}_{1+} - \dot{x}_{2+} = -R(\dot{x}_{1-} - \dot{x}_{2-}) \end{cases} \quad (2)$$

式中 \dot{x}_{1-} 与 \dot{x}_{1+} 分别表示碰撞前后 m_1 与 m_2 的瞬时速度, R 为碰撞恢复系数。碰撞后, m_1 的运动满足方程(1),而 m_2 以 \dot{x}_{2+} 匀速运动直至下一次碰撞发生。

由上式可解得

$$\begin{cases} \dot{x}_{1+} = \frac{1-aR}{1+a}\dot{x}_{1-} + \frac{a(1+R)}{1+a}\dot{x}_{2-} \\ \dot{x}_{2+} = \frac{1+R}{1+a}\dot{x}_{1-} + \frac{a-R}{1+a}\dot{x}_{2-} \end{cases} \quad (3)$$

2 吸振装置的高效性

$\varepsilon_2 = 0$ 时,系统(1)变成 NES 振子连接线性主结构的非线性系统,用微分方程可表示为

$$\begin{cases} \ddot{x}_0 + c_0 \dot{x}_0 + x_0 + c_1(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + k_1(x_0 - x_1)^3 = 0 \\ \varepsilon_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_1(x_1 - x_0)^3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

对系统(4),NES 通过与主结构连接的阻尼耗散,其大小可表示为:

$$E_{\text{diss1}} = \int_0^{\tau_0} c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_0)^2 d\tau \quad (5)$$

相比较与仅有 NES 吸振,系统(1)增加了碰撞部分,因此,系统还可以通过在每次碰撞中损失的动能来耗散能量,其大小可以表示为:

$$E_{\text{diss2}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_1 (x_{1i-}^2 - x_{1i+}^2) + \varepsilon_2 (x_{2i-}^2 - x_{2i+}^2)) \quad (6)$$

式中 i 表示碰撞次数。

吸振装置耗散能量占系统初始总能量的比例为 $\eta = E_{\text{diss}}/E_0 \times 100\%$ 。吸振装置耗散的总能量为 $E_{\text{diss}} = E_{\text{diss1}} + E_{\text{diss2}}$, E_0 为系统的初始总能量,考虑只有主结构受到瞬态冲击,初试总能量 $E_0 = 0.5(x_0^2 + \dot{x}_0^2) + 0.25(x_0 - x_1)^4$ 。由式(5)可以看出,在每次碰撞过程中, NES 和冲击振子的速度幅值变化越大,系统损失的能量也就越大,结合(3)式两振子碰撞前后的速度表达式,其速度的变化是与其质量和碰撞恢复系数决定的,当两振子作为吸振装置时,理想情况为每次碰撞前两者有较大的相对速度,而碰撞后其速度均接近于 0,这样碰撞前后该装置可以尽可能地吸收来自主结构的能量。另一方面,由(4)式可以看出,碰撞前后 NES 振子速度的突变也会引起 E_{diss1} 的变化,对于 E_{diss1} ,当主系统速度 \dot{x}_0 和 NES 的速度 \dot{x}_1 相位刚好相差半个周

期时,其相对速度才会最大.无量纲化后主系统的固有频率为1,对于单独的 NES 振子,其振动频率与振幅之间的关系为:

$$\omega_1 = \sqrt{3k_1/4\varepsilon_1} A_1 \quad (7)$$

可以看出,NES 的振动幅值越大,其振动频率也会越大,而保守系统(1)会以衰减的形式振动,因此,在振动的过程中 NES 振子的频率会逐渐变低,从而可能与主结构分别产生多个频率的共振.对于冲击振子来说,由于其在任意两次连续碰撞之间做匀速运动,因此,其振动频率 ω_2 与振动速度和间隙之间的关系可以表示为:

$$\omega_2 = \frac{2\pi |\dot{x}_{20-} - \dot{x}_{10-}| |\dot{x}_{20+} - \dot{x}_{10+}|}{\delta (|\dot{x}_{20-} - \dot{x}_{10-}| + |\dot{x}_{20+} - \dot{x}_{10+}|)} \quad (8)$$

为验证系统(1)更高效的吸振性能,选取系统(4)作为对比参照,为保证对比的有效性,两系统选取相同的附加总质量、刚度和阻尼系数,同时取相同的初始条件, $c_0 = 0.02$, $c_1 = 0.01$, $k_1 = 1$, 系统(1)中取 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.05$, 碰撞恢复系数 $R_1 = 0.9$, 碰撞间隙 $\delta = 1$, 系统(2)中 $\varepsilon_1 = 0.1$, 假设系统受到瞬态位移激励作用,取初始条件 $x_0 = x_1 = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_2 = 0$, $x_0 = 0.5$, 主结构的响应及系统的能量耗散过程如图2所示.可以看出,相比较于仅有 NES 吸振,增加冲击振子后主结构的位移在 $\tau > 15$ 时有了明显的减弱,且在 $\tau > 18$ 时振动的幅值已经很小.同时,从(b)中可以看出,增加冲击振子后吸振装置吸收系统初始总能量的比例达到了 78%,其中,冲击装置吸收了 26%,这比仅有 NES 吸振的情况提高了 12%.

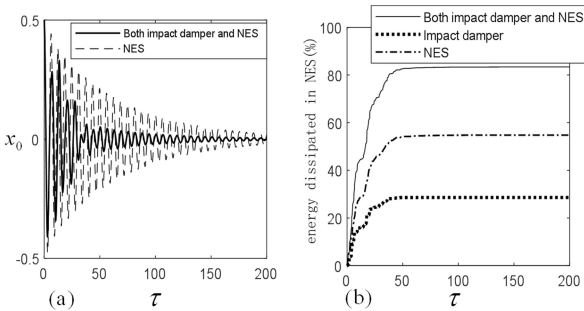


图2 主结构的响应及系统的能量耗散

Fig.2 Displacement response of main structure and percentage of energy dissipated in absorbers

再选取另一组初始条件,假设系统同时受到瞬时位移和瞬时速度激励, $x_0 = 5$, $\dot{x}_0 = 1$, 其余初始条件及参数均不变,两系统的响应及能量耗散过程如图3所示.可以看出,在增大了系统的初始总能量

后,冲击振子对振动的抑制仍然有明显的改善,其中主结构振幅在 $\tau > 40$ 有明显的减小;由于 NES 振子对系统初始输入能量有很大的选择性,所以,在这种情况下,仅用 NES 吸振的效果并不明显,吸收系统初始总能量的比例约为 6%,在增加了冲击振子后提高至 92%,其中,冲击振子吸收的比例占 65%.图4为增大系统初始能量后主结构与 NES 相对速度的变化,可以看到,系统在全振动过程中,加入冲击振子后振动更剧烈,在振动的初始阶段,主结构和 NES 的相对速度为不含冲击振子时的 5 倍,在时间 $\tau > 20$ 后系统的振动均较为平缓,但此时冲击振子的作用仍然使主结构与 NES 的相对速度保持在较大的范围内,这就导致了两个对吸振有利的因素:一是可以将更多的动能集中在附加结构上,在加入冲击振子前,附加结构中的动能 $E = 0.5\varepsilon x_1^2$,加入冲击振子后附加结构的瞬态动能可表示为 $E_1 = 0.5(\varepsilon_1 x_1^2 + \varepsilon_2 x_2^2)$,两者进行比较,在该组参数下 $\varepsilon = 2\varepsilon_1$,但 NES 的振动速度幅值达到了无冲击振子时的 6 倍,仅此一项动能就可达到无冲击振子时的 18 倍,加上冲击振子的动能还要更大;二是可以将更多的能量耗散在附加阻尼中,根据

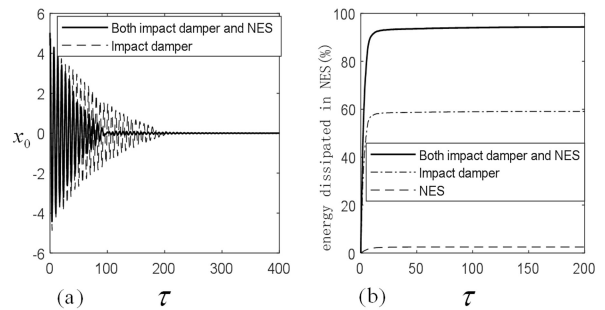


图3 主结构的响应及系统的能量耗散

Fig.3 Displacement response of main structure and percentage of energy dissipated in absorbers

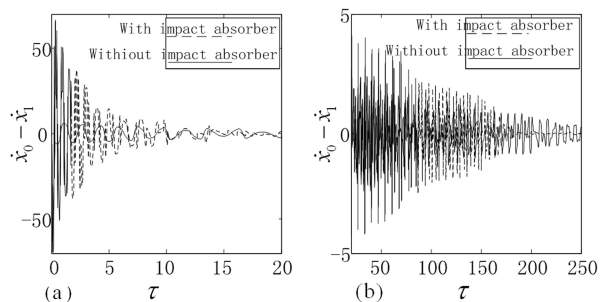


图4 相对速度曲线

Fig.4 Curve of relative velocity

式(4),主结构与NES的相对速度越大,吸振器阻尼耗散的能量越多。

3 碰撞参数分析

对于系统(1),碰撞因素有三个,分别为碰撞块的质量 ε_2 ,碰撞恢复系数 R 及碰撞间隙 δ ,三者对吸振系统的性能互相影响。一般来说,作为附加装置,吸振器的总质量不宜过大,在前面的分析中选择 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$,且附加总质量为0.1,但对两振子间的质量关系并没有做详细的研究。在本部分内容中,以附加总质量不变作为前提,对两振子间的质量关系,碰撞恢复系数及碰撞间隙作进一步研究。

由于已经规定附加总质量不变,因此,当给定碰撞块质量 ε_2 时, ε_1 的值也就确定了。选取与前文中相同的刚度阻尼值,初始条件 $x_0 = 0.6, \dot{x}_0 = 0.5, x_1 = \dot{x}_1 = x_2 = \dot{x}_2 = 0$,图5为 ε_2 分别取0.01、0.03、0.06、0.09时吸振装置吸收系统初始总能量比例随碰撞恢复系数 R 及碰撞间隙 δ 的变化图。可以看出,在 ε_2 不断增加($a \rightarrow d$)的过程中,吸振装置初始总能量吸收比例从75增加到90,在 ε_2 较小时,吸振效率高的区域内碰撞恢复系数较小,随着 ε_2 的增大,吸振效果更好的区域在向碰撞恢复系数增大的方向移动。从总体来看,过大和过小的碰撞间隙均不利于吸振。

图6为图5(d)参数 $R=0.75, \delta$ 分别取0.2、1.2和2.2、3.2时两碰撞振子速度的时间历程图。可以看出:(1)在每个快速碰撞运动发生的区域内,两振子首次发生碰撞时的相对速度最大,随着碰撞次数的增加,两振子的相对速度减小,然后进入非碰撞区域,当两振子的相对速度再次达到一定值时,系统又会产生快速的碰撞运动;(2)在碰撞间隙增大的过程中,快速碰撞区域的数量在减少,同时从每个快速碰撞区域内碰撞的次数也在减少,但从每个快速碰撞区域的首次碰撞来看,两振子的相对速度有一个先增大后减小的趋势。在 $\delta=1.2$ 时,两振子产生快速碰撞时的相对速度在2左右而且能维持较长的时间,该组参数的取值位于图5(d)中颜色最深的区域,即吸收系统初始总能量最高的区域内。前文已经提到,吸振系统的性能与其振动频率有很大的关系,基于此,还需分析在上述几种情况下系统的频率特性。

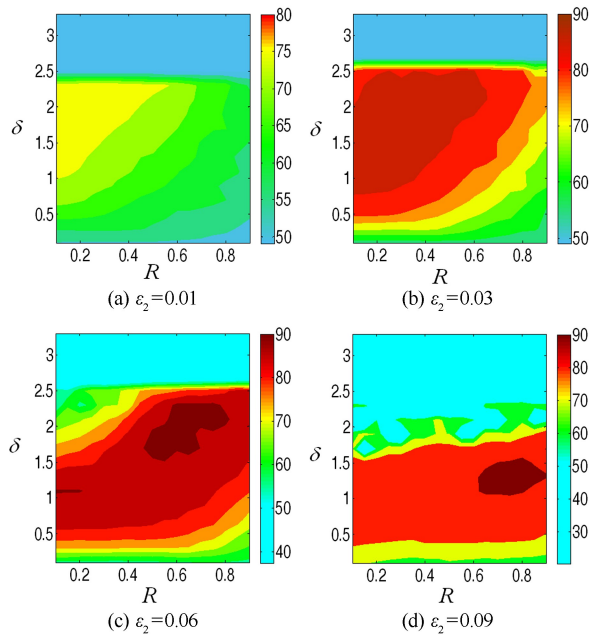


图5 初始总能量吸收比例图

Fig.5 Percentage of initial energy dissipated in absorbers

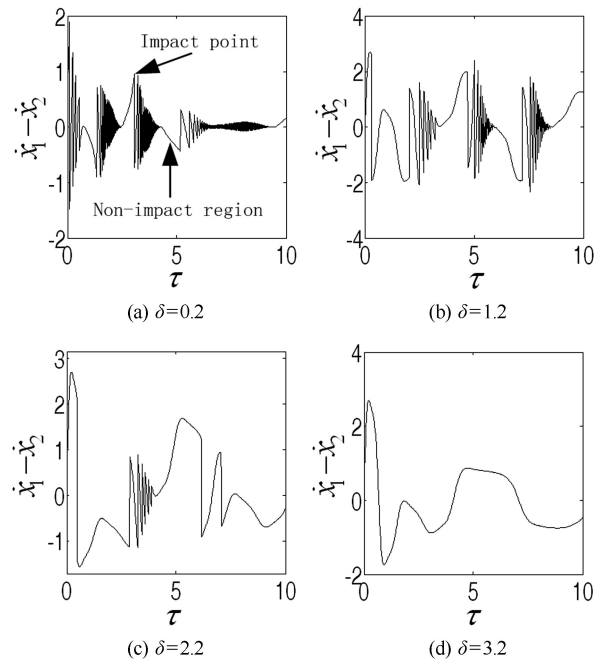


图6 相对速度变化图

Fig.6 Curve of relative velocity

图7为图6对应的频谱分析图,可以看出,在碰撞间隙为0.2时,系统的振动频率非常分散,基波频率成分最多,占0.02,频率为2的成分占不足0.01;碰撞间隙为1.2时,频率为1和2的成分分别占0.07和0.08,同时频率为3的成分约占0.05。碰撞间隙继续增大,系统振动的频率会向基频集中,其它频率的成分均会减少。该振动系统衰减的过程中频率会发生变化,但主要起减振作用的频率还是

基频、二倍频和三倍频,在 b 中,这三种成分的频率占比均较多,当系统处于不同的振动频率时,吸振装置可以根据与主结构相同的振动频率振动,从而达到更好的吸振减振效果。

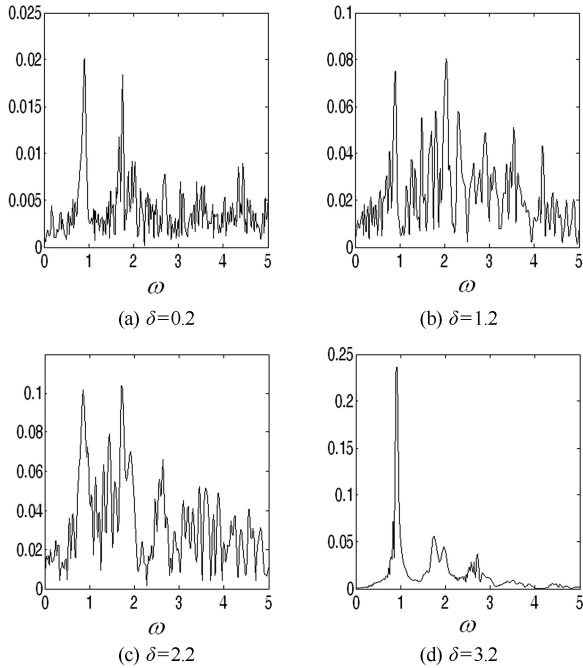


图7 频谱图

Fig.7 Frequency spectrum

NES 系统可以具有很强的非线性刚度,由式(7)可以得出,当非线性刚度增强时,NES 的振动频率也会随之增高,这也会使得系统在振动衰减过程中频率为二倍频和三倍频的成分增多,从而达到进一步吸振的目的。

4 结论

本文研究了冲击减振器与非线性能量阱耦合系统的吸振效果,分析了碰撞块质量、碰撞间隙及碰撞恢复系数三个碰撞因素对系统的吸振性能的影响,结果表明:1) 即使系统的初始输入能量变化范围很大,该耦合系统仍然能够实现高效吸振;2) 耦合振子总质量不变的情况下,若要使耦合振子吸收更多的初始总能量,则需在增大碰撞块质量的同时增大碰撞恢复系数;3) 碰撞恢复系数不能过大也不能太小,这样既可以增加一定时间内系统的碰撞次数,又能使系统在每次碰撞过程中损失更多的能量;4) 强非线性刚度能进一步增强系统的吸振性能。

参 考 文 献

- 1 Kopidakis G, Aubry S, Tsironis G P. Targeted energy transfer through discrete breathers in nonlinear systems. *Physical Review Letters*, 2001, 87(16):165501
- 2 Gendelman O V, Starosvetsky Y L. Quasi-periodic response regimes of linear oscillator coupled to nonlinear energy sink under periodic forcing. *Journal of Applied Mechanics*, 2007, 74(2):325~331
- 3 陈恒,王扬渝,金江明.带控制截面机翼结构基于非线性能量阱的颤振抑制. *动力学与控制学报*, 2017, 15(5):459~466 (Chen H, Wang Y Y, Jin J M. Flutter suppression for a rigid airfoil with a control surface by nonlinear energy sink. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(5):459~466 (in Chinese))
- 4 徐兴,苏少卿,乔世民.冲击减振器减振机理的研究. *浙江大学学报*, 1992, 26(5):499~505 (Xu X, Su S Q, Qiao S M. A theoretical and experimental research on the performance of impact damper. *Journal of Zhejiang University*, 1992, 26(5):499~505 (in Chinese))
- 5 王栋.冲击减振器对振动能量耗散性能分析. *机械工程学报*, 2014, 50(17):87~92 (Wang D. Analysis of vibration energy dissipation with vibro-impact absorber. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(17):87~92 (in Chinese))
- 6 Etienne G, Guilhem M, Sebastien S, et al. Targeted energy transfer under harmonic forcing with a vibro-impact nonlinear energy sink: analytical and experimental developments. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2015, 137(3):1~7
- 7 Ahmadi M, Attari N K A, Shahrouzi M. Structure seismic response mitigation using optimized vibro-impact nonlinear energy sink. *Journal of Earthquake Engineering*, 2015, 19(2):193~219
- 8 Gourc E, Seguy S, Michon G, et al. Quenching chatter instability in turning process with a vibro-impact nonlinear energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 355:392~406
- 9 Wang J J, Nicholas W, Billie F S, et al. Numerical and experimental study of the performance of a single-sized vibro-impact track nonlinear energy sink. *Journal of Earthquake Engineering*, 2016, 45:635~652
- 10 Gendelman O V, Alloni A. Dynamics of forced system with vibro-impact energy sink. *Journal of Sound and Vi-*

bration, 2015,358:301~314

VIBRATION REDUCE FOR AN IMPACT DAMPER COUPLED WITH NONLINEAR ENERGY SINK

Li Jiwei^{1†} Zhao Zefu²

(1. *Research Institute, CRRC Yongji Electric Co. Ltd, Xi'an 710055, China*)

(2. *School of Mechatronic Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China*)

Abstract A new absorber combining an impact damper coupled with nonlinear energy sink (NES) was proposed, and its vibration attenuation efficiency was investigated by numerical simulations. The influences of absorber parameters on the amplitude of main structure, energy dissipating and vibration frequency were analyzed. It was demonstrated that this coupled system possesses high absorbing performance even in a wide range of initial input energy, and an appropriate clearance or a large restitution coefficient c_a increases the number of collision and dissipate more energy at each collision. Moreover, strong nonlinear stiffness is in favor of enhancing vibration absorption.

Key words impact damper, nonlinear energy sink, vibration absorption, energy dissipation