

# 基于弹性关节的二维宽频隔振结构的设计及优化<sup>\*</sup>

富展展 尹佑旺 孙秀婷<sup>†</sup>  
(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

**摘要** 为了得到具有隔振功能的新型材料, 本文对带有弹性关节的新型二维隔振结构的形状、尺寸及材料的选取进行了研究. 探究了负泊松比结构实现宽频的带隙功能的作用, 分析其在低频处的隔振性能. 首先, 文章建立了基于弹性关节单元的有限元模型, 并以弹性关节的角度作为设计变量, 确定角度与单元模型前三阶模态频率之间的关系, 获得了最优的结构参数及单元构型. 其次, 对单元结构进行了动力学分析, 给出了结构的动力学响应曲线, 得到了隔振频带与结构参数的关系, 并且确定了最优角度下的带隙深度和宽度. 最后, 建立了二维隔振结构有限元模型, 对此二维结构进行了动力学分析, 得到了在不同方向激励下的动力学响应曲线. 结果表明, 该二维隔振结构在低频处具有宽而深的频率带隙, 实现了将弹性关节与二维隔振结构相结合的低频宽频隔振, 为隔振领域的结构和材料设计提供了新思路.

**关键词** 宽频隔振, 低频隔振, 负泊松比材料, 模态分析

DOI: 10.6052/1672-6553-2020-015

## 引言

随着科技的发展, 在机械加工、航空航天、海洋船舶等一些已经步入精密、超精密时代的行业, 对于振动带来的危害有着更加苛刻的要求, 低频振动的干扰直接影响精密操作的质量, 降低设备加工的精度. 一般地, 大地脉动型以及人员走动所引起频率在 0~3 Hz 的振动; 发动机、变压器能够引发频率在 6~65 Hz 的振动; 房屋自身的振动在 10~100 Hz 之间<sup>[1]</sup>. 所以, 隔振系统在低频处具有效果显著的宽频隔振能力.

主动控制的隔振系统对于避免振动带来的危害具有十分显著的效果, 然而, 其具有造价成本高, 结构复杂, 且需要性能优异的作动器与传感器等缺点. 被动无源的隔振系统结构简单、造价成本低, 被广泛应用于工程领域, 研究学者通过改变其结构特性, 来获得最优隔振效果. 因此, 针对低频带上的振动抑制共性问题, 大部分研究集中在如何设计材料的结构以实现低频隔振需求的力学特性.

传统的被动线性隔振系统, 只有减小系统的刚度或者增加承载质量, 才能实现低频、超低频隔振,

而系统的静态承载能力会降低. 因此, 准零刚度隔振系统因其能实现高静低动的特性而被广泛研究与应用. 准零刚度隔振系统在 1989 年被提出<sup>[2]</sup>, 并对其动力学特性进行了分析; CARRELLA 等<sup>[3,4]</sup>分析了准零刚度隔振系统的稳态响应并且对其做了优化设计; Xu 等<sup>[5,6]</sup>对准零刚度隔振器进行了设计和研究, 通过一系列的实验结果显示准零刚度隔振系统的性能明显优于相应的线性隔振系统, 并且实现了在跳跃频率区间内的隔振, 拓宽了低频下的有效隔振频率区间; 白晓辉等<sup>[7]</sup>利用碟形弹簧的负刚度特性, 将其与正弹簧并联, 调整参数可以降低隔振系统固有频率, 并且达到了拓宽隔振频带的目的; 彭献等<sup>[8]</sup>提出了一种准零刚度被动隔振系统, 进一步研究了负刚度特性, 避免了传统隔振的缺点; 孙秀婷等<sup>[9]</sup>设计的新型多方向准零刚度隔振平台, 通过改变三角机构的预拉压量来扩大有效的隔振频带; 张梗林等<sup>[10]</sup>通过对负泊松比蜂窝夹芯隔振器的参数进行设计, 并对其进行动力学分析, 得到了蜂窝单元的参数对隔振器结构应力、固有频率、底部振级及振级落差影响曲线, 建立了隔振器的动力学优化模型, 说明了隔振器的形状参数对曲

线影响的有效性;尹冠生等<sup>[11]</sup>对梯度负泊松比蜂窝材料的性能进行分析,得出其在结构防护上具有良好的前景。

同时我们发现:自然界中存在一些具有高静低动特性的隔振现象,鸟类腿部能够支撑整个身体的重量,而当鸟类经历飞行和跳跃着陆时,其腿部关节的肌肉软组织充当缓冲介质,以减小来自地面的能量冲击,国内外学者由此对仿生机器人腿部结构设计开展了一系列的研发工作.Shuuji Kajita 等<sup>[12]</sup>设计位置控制的双足机器人,其主要是对机器人腿部受到垂直振动进行抑制,通过对频率响应的计算,获得系统的振动模型;梁文宏等<sup>[13]</sup>对双足机器人着地振动的研究,揭示了机器人腿部产生振动主要是由于各关节周期运动和外界激励造成的,并提出了对双足机器人增加脚趾环的构想,对其进行弹性动力学分析。

李韶华等<sup>[14]</sup>通过建立刚柔耦合汽车整车模型,与刚性车进行了对比,验证了刚柔耦合车辆的正确性,并保证了汽车行驶的平顺性;Katherine A B 等<sup>[15]</sup>分析了不同冲击力对肌肉活动以及软组织力学性能的影响,并对软组织的机械性能进行研究,对腿部着陆的顺应性奠定了力学基础;Sun 等<sup>[16]</sup>设计的一种新型柔性关节隔振结构,通过对两足动物腿部机械性能的研究,发现能够起到恢复力的作用是关节,并进一步将折纸原理应用到柔性关节上,获得了结构在受到冲击和低频激励时良好的隔振效果。

受到动物腿部结构的启发,本文设计一种具有弹性关节特性的二维隔振结构,考虑弹性关节自身具有的柔韧性,利用折纸原理来实现关节弹性.研究发现,本隔振结构在低频振动方面具有足够承载能力,并且系统结构在被动控制下具有较宽的隔振频带。

1 单元结构建模及设计

1.1 单元结构

根据鸟类腿部构型,基于仿生原理提出刚柔耦合隔振材料,材料由多个隔振单元通过拓扑展开形成,单个隔振单元的结构组成如图 1 所示,是由顶板、仿生关节、弹性臂、底板等构件组成的.其中,弹性部分包含仿生关节,以及与其相连的弹性臂.仿生关节抽象为图 1 中所示的圆弧状结构,其与弹性

臂相切,弹性臂与水平方向的夹角为  $\theta$ ,上下板以及弹性臂的材料是一致的,由于关节部分与弹性臂的厚度差很大,因此,认为单元的弹性主要来自关节部位,由此形成刚柔耦合的隔振单元。

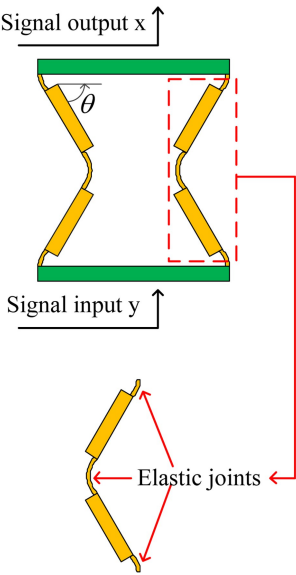


图 1 隔振结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of vibration isolation structure

如图 1 所示,由于弹性臂与关节圆弧相切,且圆弧角度的大小和弹性臂与水平方向的夹角  $\theta$  是互余的关系,所以对应不同的设计夹角  $\theta$ ,圆弧结构的弧长是不同的,但由于关节圆弧的宽度材料是不变的,因此关节圆弧的弯曲刚度也是不变的,由此可知,夹角  $\theta$  是结构的关键设计参数.隔振单元的参数如表 1 所示。

表 1 单元结构尺寸

Table 1 Unit structure size

	Platform	Elastic arm	Arc	Units
Length	40	15	5	mm
Width	3	3	0.8	mm
Density	$2.7\times10^3$	$2.7\times10^3$	$1.6\times10^3$	$\text{kg/m}^3$
Young's modulus	$70\times10^3$	$70\times10^3$	$7.8\times10^2$	MPa
Poisson's ratio	0.3	0.3	0.47	—

单元结构的结构参数已经给出(如表 1 所示),其承载能力在其有效的隔振频率范围内是足够的。

1.2 固有频率的最优判据

分析图 1 的仿生隔振单元,一般来说,隔振带隙处于不同阶固有频率的中间位置,通过改变弹性臂与水平方向的夹角  $\theta$ ,分析其带隙的宽度和深度的变化。

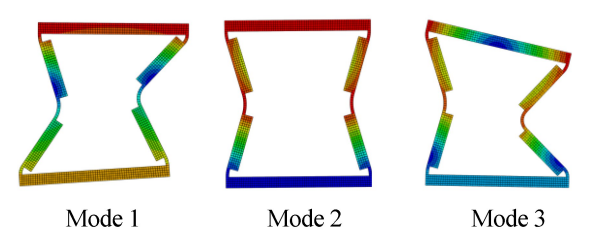


图 2 前三阶模态

Fig.2 Finite element mode of the first three orders

通过有限元模型的建立,设置的边界条件是将底板固定,进行模态分析,可以得到如图 2 所示的前三阶有限元模型,并可以得到对应的固有频率.随后,改变弹性臂与水平方向的夹角  $\theta$ ,分析其带隙的宽度和深度的变化.

表 2 不同角度  $\theta$  的前三阶固有频率

Table 2 The first three order frequency of different angles  $\theta$

$\theta$	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (Hz)	$f_3$ (Hz)
40°	1.87	2.77	3.43
45°	1.23	1.88	2.22
50°	2.74	4.74	5.39
55°	1.62	2.73	3.14
60°	3.01	5.62	5.81
62°	3.38	6.27	6.92
64°	3.39	6.64	7.19
66°	3.51	7.31	8.03

如表 2 所示,在其他结构几何尺寸不变的情况下,改变  $\theta$  的大小,通过模态分析,得到单元结构的前三阶固有频率,比较第二阶固有频率和第三阶的固有频率差值的大小,获得最优角度下的单元结构.

通过弹性臂与水平位置角度  $\theta$  的变化,各前三阶的固有频率也随之改变,其最优的情况是第一阶频率与第二阶频率相隔最远,实现低频带宽频的带隙,所以,除了角度为可调的参数,在其他参数确定的情况下,角度  $\theta$  使得第二阶和第二阶频率距离最近,就可以得到低频带内的宽频带隙.角度  $\theta$  与频率之间的关系如下

$$I_i = \{\theta \mid |f_3 - f_2| = \min\}.$$

(1)

式(1)中  $f_2$  是第二阶固有频率,  $f_3$  是第三阶固有频率.

以式(1)作为判断依据,由表 2 的单元有限元模型前三阶固有频率的变化,可以看出在 60°时,第二阶和第三阶的固有频率的差值最小,其大小为 0.19Hz,初步判断此时单元结构是最优的,能否使

得结构达到宽频隔振,需要进一步获得带隙的宽度来进行论证.

1.3 单元的动力学响应

分析不同角度  $\theta$  的单元结构在相同激励下的动力学响应曲线,并进一步地确定对应的带隙宽度.在相同边界条件下,通过改变结构参数确定不同角度与固有频率之间的关系.如 2.2 节初步得到  $\theta$  等于 60°时,第二阶和第三阶频率距离最近.

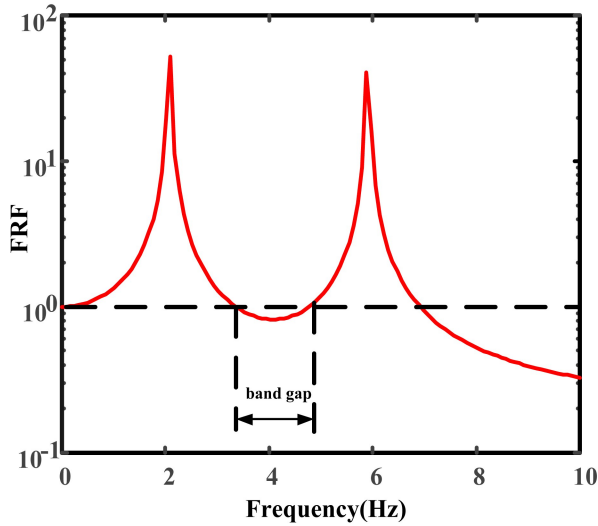


图 3 最优单元频响函数曲线

Fig.3 Frequency response function curve of the optimal unit

结构单元的弹性臂与水平方向的夹角为 60°的频率响应函数曲线(FRF)如图 3 所示.显然,在第一阶和第二阶共振频率之间有相应的带隙,可以看到第一阶共振频率约为 2Hz,第二阶共振频率在 6Hz 附近,由此可以判断,本单元结构的带隙范围在 2Hz~6Hz 之间.

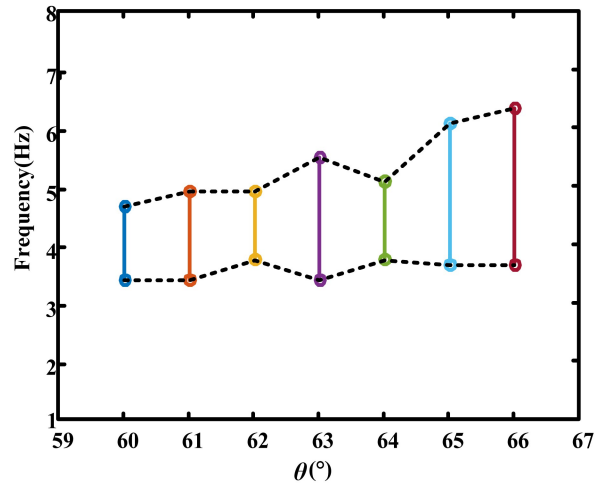


图 4 不同角度  $\theta$  对应的带隙宽度

Fig.4 Bandgap width corresponding to different angles  $\theta$



如图4所示,带隙的宽度与结构参数之间是复杂的对应关系.增大角度 $\theta$ ,带隙的起始点先增大后减小,随后又增大,因此不同的角度下,带隙的起始频率的变化是呈波浪变化.当角度在 $60^\circ$ ~ $70^\circ$ 度之间变化时,带隙的范围在3Hz到6Hz之间,因此1.2节通过固有频率的优化准则得到的最优结构参数并不是带隙最宽的充分条件,还需要设计隔振单元的其他参数来调节第一阶固有频率,以实现更宽的隔振带隙.因为在 $\theta < 60^\circ$ 时,不存在宽频的带隙,所以图4中并未显示带隙宽度.当 $\theta \geq 60^\circ$ 时,存在低频带内较宽的带隙.

## 2 二维宽频模型及隔振效果

### 2.1 二维模型

基于在单元结构中得到的理论依据,取单元关节角度 $\theta$ 为 $60^\circ$ ,建立二维宽频隔振结构模型.

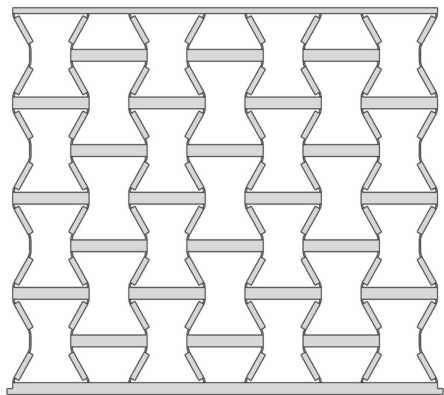
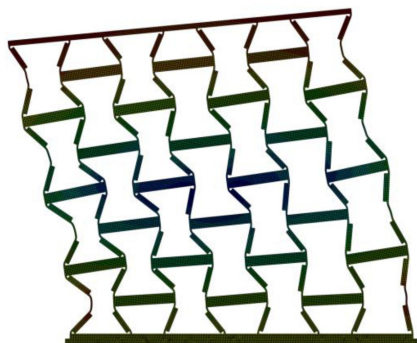


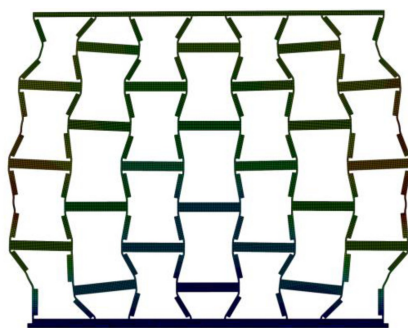
图5 二维宽频隔振结构模型

Fig.5 Two-dimensional broadband vibration isolation structure model

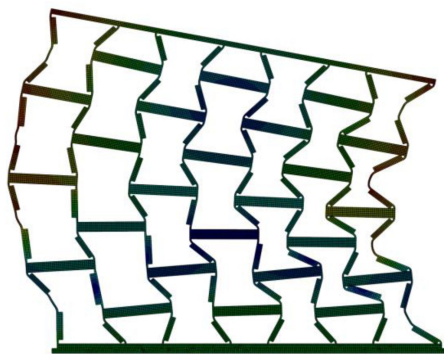
建立的二维宽频隔振结构模型是一种周期结构,如图5所示,每一个单元结构除 $\theta$ 为 $60^\circ$ 不变,其它结构的尺寸均不变,将其固定在厚度为3mm的基础底板上.



(a) Modal 1 of 2-D broadband vibration isolation structure



(b) Modal 2 of 2-D broadband vibration isolation structure



(c) Modal 3 of 2-D broadband vibration isolation structure

图6 二维宽频隔振结构的前三阶模态

Fig.6 The first three order models of 2-D broadband vibration isolation structure

首先对二维宽频隔振模型进行模态分析,得到如图6所示的前三阶模态变形图.图(a)和(c)是第一阶固有频率和第三阶固有频率的振型,其中的变形是由图(2)中的单元前三阶模态耦合得到的.图(b)是第二阶共振频率的振型,平台趋于平稳,说明二维宽频结构能够承受水平载荷,避免使其受到剪力的破坏.

### 2.2 二维宽频模型的动力学响应

将二维宽频隔振结构模型固定在基础底板上承受不同的位移激励信号.对建立如图5所示的二维模型进行动力学响应分析,在 $0 \sim 150\text{Hz}$ 之间进行扫频,得到如图7所示的频响曲线,分别对基础底板施加水平方向和竖直方向的位移激励,可以得到两个方向的频响曲线以及带隙的范围.

图7所示的(a)图中,带隙(gap-1)的宽度和深度均是最大的,其带隙范围在 $4.5\text{Hz} \sim 68.2\text{Hz}$ 之间,此时,二维宽频结构能够抵御来自水平方向激励,尤其在低频激励下能够使得被隔振的结构得到保护.图(b)是底板所受到的是来自竖直方向的位移

激励,带隙(gap-1)的范围在 5.3Hz~32.9Hz 之间,也能够达到低频带下宽频的隔振效果,此时可以避免来自竖直方向振动带来的危害。

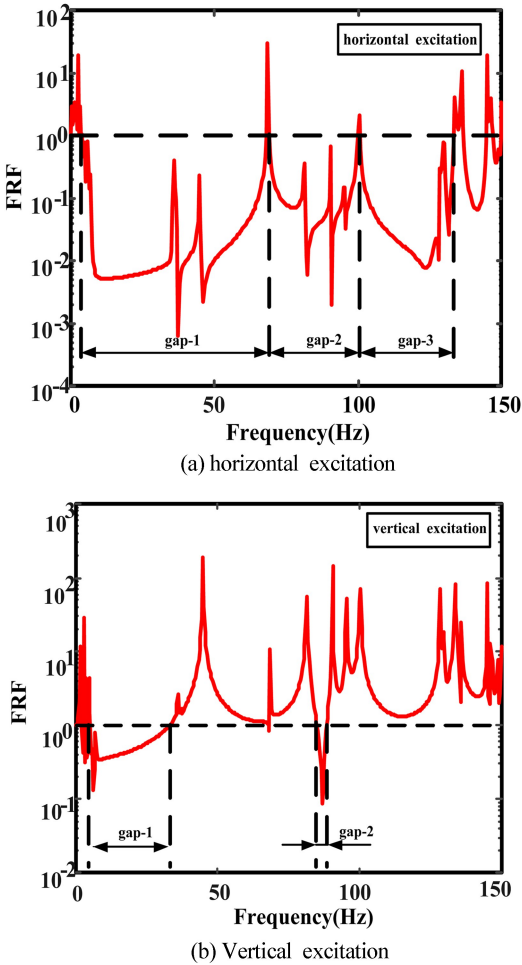


图 7 二维宽频结构频率响应曲线

Fig.7 Frequency response curve of 2-D broadband structure

3 结论

本文用带有负泊松比的材料,建立单元隔振结构模型,通过对比不同角度下单元结构前三阶的固有频率以及带隙范围,得到最优单元隔振模型,并建立二维隔振模型,进行动力学响应分析,实现了宽且深的带隙功能。

此外,在单元结构的动力学响应分析中,其带隙宽度呈波浪趋势变化,所以,要确定最优的单元结构,还需要设计其他结构参数,使单元结构的带隙宽度达到最优。

参 考 文 献

1 刘延斌,韩秀英,马佳佳,等. 基于气动肌肉和负刚度

机构的主、被动宽频隔振研究. 振动与冲击,2014,33(24):179~186(Liu Y B,Han X Y,Ma J J,et al. Active and passive broad-frequency vibration isolation based on PAM and negative stiffness element. *Journal of Vibration and Shock*,2014,33(24) 179~186(in Chinese) )

2 Alabuzhew P M, Rivin E I. Vibration protection and measuring systems with quasi-zero stiffness. New York: Hemisphere Publishing Corporation,1989

3 Carrella A, Brennan M J, Kovacic I, et al. On the force transmissibility of a vibration isolator with quasi-zero-stiffness. *Journal of Sound and Vibration*,2009,322(4):707~717

4 Shaw A D, Neild S A, Wagg D J, et al. A nonlinear spring mechanism incorporating a bistable composite plate for vibration isolation. *Journal of Sound and Vibration*, 2013,332(24):6265~6275

5 Xu D L, Zhang Y Y, Zhou J X, et al. On the analytical and experimental assessment of the performance of a quasi-zero-stiffness isolator. *Journal of Vibration and Control*, 2014,20(15):2314~2325

6 徐道临,余奇平,周加喜,等. 准零刚度隔振系统跳跃频率区间隔振研究. 中国机械工程,2014,25(2):230~235 (Xu D L, Yu Q P, Zhou J X, et al. Study on vibration attenuation in jumping frequency interval of quasi-zero-stiffness vibration isolation. *China Mechanical Engineering*,2014,25(2):230~235(in Chinese) )

7 白晓辉,白鸿柏,郝慧荣. 碟形弹簧负刚度在低频精密隔振中的应用研究. 新技术新工艺,2009(10):24~27 (Bai X H, Bai H B, Hao H R. Application research on the negative stiffness of disk spring used in low frequency precision vibration isolation. *New Technology and New Process*,2009(10):24~27(in Chinese) )

8 彭献,张施详. 一种准零刚度被动隔振系统的非线性共振响应分析. 湖南大学学报(自然科学版),2011,38(8):34~39 (Peng X,Zhang S X.Nonlinear resonance response analysis of a kind of passive isolation system with quasi-zero stiffness. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*,2011,38(8):34~39(in Chinese) )

9 孙秀婷,富展展. 一类新型多方向准零刚度隔振平台. 力学季刊,2018,39(2):249~257 (Sun X T, Fu Z Z. A novel multi-direction quasi-zero-stiffness vibration isolation platform. *Chinese Quarterly of Mechanics*,2018,39(2):249~257(in Chinese) )

10 尹冠生,姚兆楠. 梯度负泊松比蜂窝材料的冲击动力学性能分析. 动力学与控制学报,2017,15(1):52~58

- (Yin G S, Yao Z N. Dynamic crushing performance of graded auxetic honeycombs with negative poisson's ratio. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(1): 52~58 (in Chinese))
- 11 张梗林, 杨德庆. 船舶宏观负泊松比蜂窝夹芯隔振器优化设计. 振动与冲击, 2013, 32(22): 68~72 (Zhang G L, Yang D Q. Optimization design of an auxetic honeycomb isolator in a ship. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(22): 68~72 (in Chinese))
  - 12 Kajita S, Asano F, Morisawa M, et al. Vertical vibration suppression for a position controlled biped robot. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2013, 1637~1642
  - 13 梁文宏, 马朝锋, 刘凯. 双足机器人着地振动研究. 机械设计, 2008(6): 27~29 (Lang W H, Ma C F, Liu K. Study on the touchdown vibration of biped robot. *Journal of Machine Design*, 2008(6): 27~29 (in Chinese))
  - 14 李韶华, 张兵, 黄玉亭. 刚柔耦合重型汽车建模及通过连续减速带的平顺性分析. 动力学与控制学报, 2018, 16(5): 397~402 (Li S H, Zhang B, Huang Y T. Modeling of rigid-flexible coupled heavy-duty vehicle and ride comfort analysis when passing through continuous speed bumps. *Journal of Dynamics and Control*, 2018, 16(5): 397~402 (in Chinese))
  - 15 Katherine A B, Benno M N. Changes in muscle activity in response to different impact forces affect soft tissue compartment mechanical properties. *Journal of Biomechanical Engineering*, 2006, 129(4): 594~602
  - 16 Sun X T, Xu J, Wang F, et al. A novel isolation structure with flexible joints for impact and ultralow-frequency excitations. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, 146-147: 366~376

## DESIGN AND OPTIMIZATION OF BROADBAND VIBRATION ISOLATION STRUCTURE WITH ELASTIC JOINTS \*

Fu Zhanzhan   Yin Youwang   Sun Xiuting<sup>†</sup>

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract** To fulfill broadband low-frequency vibration isolation, a new two-dimensional negative Poisson's ratio structure with elastic joints was proposed. Firstly, the finite element model of the unit cell was established, and the angle of the elastic joint was taken as a design variable. The effect of the angle on the first three natural frequencies was analysed, and the optimal angle and element configuration were obtained. Secondly, the dynamic analysis of the unit cell was carried out to reveal the relationship between the isolation frequency band and the angle. Finally, the dynamic analysis of the vibration isolation structure was carried out, and the dynamic responses under different excitation directions were obtained. The results showed that this vibration isolation structure achieves a wide and deep band gap at low frequencies, and realizes low-frequency and wide-frequency vibration isolation, which provides a new idea for the structure and material design for vibration isolation.

**Key words** broadband vibration isolation, low frequency vibration isolation, negative poisson's ratio material, modal analysis