

圆柱单自由度和双自由度涡激振动特性研究^{*}

曹兴[†] 刘宇飞 于恒 孔祥鑫 李庆领

(青岛科技大学 机电工程学院, 青岛 266061)

摘要 对圆柱绕流的涡激振动过程进行了数值模拟,研究了单、双自由度下涡激振动的力学特性、振幅特性、频谱特性,探讨了单、双自由度的适用条件.结果表明,单自由度条件下,随着约化速度的增加,阻力系数时均值先增大后减小,升力系数幅值先增大后减小再增大,且进入和离开“锁定”区间时二者均会产生波动.双自由度条件下,横向与流向无量纲振幅均随雷诺数的增大先增大后减小.低质量比时,流向振动的影响不可忽略,而高质量比时,可忽略流向振动的影响.

关键词 涡激振动, 单自由度, 双自由度, 质量比, 数值模拟

DOI: 10.6052/1672-6555-2020-049

引言

圆柱涡激振动作为一种经典的流固耦合现象,广泛存在于多种工程领域中,例如高大建筑物、海洋立管、桥梁的桥墩和拉索等^[1-3].涡激振动现象具有强烈的非线性和共振特性,特别是旋涡脱落频率锁定在圆柱的固有频率上时,会持续产生大幅值共振,从而减少结构物寿命,造成疲劳破坏.因此,对于涡激振动现象的研究具有十分重要的工程与应用价值,引起了众多学者的广泛关注^[4-6].

由于流动问题的复杂性,在以往对涡激振动现象的研究中,通常忽略流向运动,只考虑横向的单自由度运动.Feng等^[7]最早开展了弹性圆柱横向单自由度涡激振动实验.Anagnostopoulos等^[8]研究了低雷诺数单自由度下圆柱的涡激振动,发现雷诺数减小会使最大振幅明显减小.Pan等^[9]对单自由度低质量比涡激振动开展了数值模拟.Klamo等^[10]研究了单自由度圆柱涡激振动的振幅,观测到了振动的三个响应分支.Jin等^[11]对单自由度圆柱涡激振动进行了数值模拟,得到了与实验非常接近的数值结果.Guilmineau等^[12]采用数值方法对单自由度、高雷诺数下涡激振动进行了研究.Khalak等^[13]通过实验方法对涡激振动进行了研究,发现质量比会对横向涡激振动响应特性产生显著影响.

后有研究提出,在某些条件下同时考虑流向和

横向两个自由度,才能对物体涡激振动现象做出准确描述,对双自由度涡激振动的研究随之增多.Gsell等^[14]直接数值研究了双自由度涡激振动的振动特性,观测到了与固有频率相关的振动变化.Wu等^[15]研究了双自由度涡激振动,发现流向运动与横向运动密切相关,并总结了两者相互作用的规律.Modir等^[16]通过实验研究发现,质量比会对双自由度涡激振动的振幅产生重要影响.Pastrana等^[17]对双自由度涡激振动的振动规律进行了研究,发现振动幅值主要取决于质量比的大小.

虽然目前对于单自由度(1-DOF)和双自由度(2-DOF)涡激振动已开展了一定程度的研究,但何时可以使用单自由度条件,何时必须使用双自由度条件,至今还未有定论.本文利用数值模拟方法对单、双自由度工况下横向与流向涡激振动的力学特性、振幅特性、频谱特性进行了研究,并在此基础上探讨了单、双自由度的适用条件.

1 数值模拟方法

1.1 物理模型与控制方程

将复杂的圆柱涡激振动现象简化为质量-弹簧-阻尼系统,柱体可以在流向(x 方向)和横向(y 方向)自由振动^[18].计算区域物理模型如图1所示,区域的几何尺寸为 $20D \times 30D$ (D 为圆柱直径, 0.1m),流体入口边界到圆柱中心的距离为 $10D$,出

2019-07-12 收到第1稿, 2019-10-07 收到修改稿.

^{*} 山东省自然科学基金项目(ZR2018PEE017)和青岛市应用基础研究计划项目(17-1-1-17-jch)

[†] 通讯作者 E-mail: qustcaox@163.com

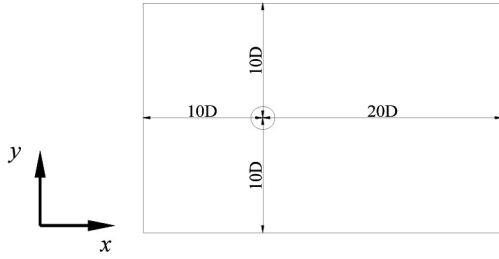


图1 物理模型

Fig.1 Physical model

口边界到圆柱中心的距离为 $20D$, 垂直于流向的上下边界到圆柱中心的距离各为 $10D$.

所采用的控制方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F_x(t) \quad (4)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F_y(t) \quad (5)$$

式中, u, v 分别为 x, y 方向的速度, m/s ; ρ 为流体密度, kg/m^3 ; μ 为流体粘度, $\text{N} \cdot \text{s/m}^2$; p 为压力, Pa ; m 为圆柱质量, kg ; c 为系统阻尼系数; k 为系统弹性系数; x, y 分别为 t 时刻运动圆柱流向、横向位移, m ; $F_x(t), F_y(t)$ 分别为圆柱受到的流向、横向流体力, N .

1.2 边界条件与数值计算方法

本文以水为流动工质, 雷诺数 $\text{Re}=200$, 选用层流模型进行计算, 以清晰的显示旋涡特性. 入口定义为速度入口边界; 出口定义为压力出口边界, 给定静压和适当的回流条件; 圆柱表面设为无滑移固体壁面, 近壁面处使用标准壁面函数法处理; 垂直于流向的上下两边界使用对称边界条件, 边界上各单元节点的变量沿法向分量为零.

压力-速度耦合选择 Coupled 算法, 压力项离散采用 Standard 格式, 动量方程离散采用 Quick 格式, 瞬态项采用二阶隐式格式, 动网格方法同时采用扩散光顺法与网格重构法, 控制方程的求解采用四阶龙格-库塔法并通过 UDF 实现, 时间步长设置为 0.002s . 当计算域内所有控制体积的各方程平均绝对残差在 10^{-5} 以下时, 认为迭代计算收敛.

1.3 网格划分与独立性验证

为提高计算精度并节省计算资源, 对计算区域

采取结构化网格划分, 圆柱周围区域网格加密处理, 远场区域网格相对稀疏. 圆柱水动力可分解为法向升力和流向阻力, 将升力 F_l 和阻力 F_d 无量纲化, 分别得到升力系数 C_l 和阻力系数 C_d :

$$C_l = \frac{2F_l}{\rho U^2 D} \quad (6)$$

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho U^2 D} \quad (7)$$

式中, U 为流体速度, m/s ; F_l, F_d 分别为作用于单位长度圆柱上的升力、阻力, N/m .

选用密度不同的四套网格系统进行独立性测试, 按照网格单元数由小到大 (8250、15058、19110、23483) 依次编号为网格 1-4, 计算得到的 C_d 时均值、 C_l 幅值和 St 如图 2 所示. 随着网格单元数的增加, C_d 时均值、 C_l 幅值和 St 均逐渐增大且变化趋势逐渐平缓, 当网格单元数大于网格 3 的单元数后, 误差小于 1.0% , 数值计算结果已经满足网格独立性的要求. 综合考虑计算精度和效率, 本文选取网格 3 进行计算. 网格划分示意图如图 3 所示.

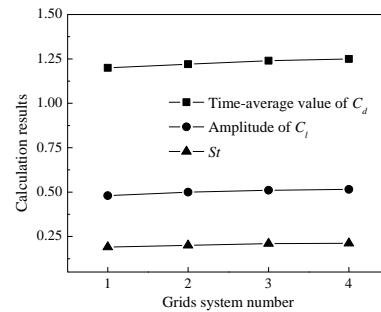


图2 网格独立性验证

Fig.2 Summary of grids independence checks for simulation

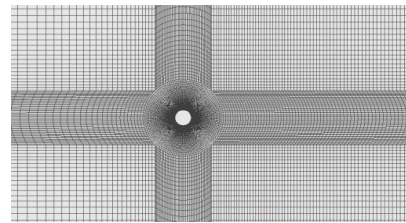


图3 计算区域网格

Fig.3 Schematic of the computational grids

1.4 数值计算方法验证

质量比 m^* 反映材料特性, 表征固体密度与流体密度的比值, 可由下式计算:

$$m^* = \frac{4\bar{m}}{\rho\pi D^2} \quad (8)$$

t 时刻运动圆柱流向无量纲位移 A_x^* 和横向无量纲位移 A_y^* 反映圆柱振动位移与圆柱直径之间的

联系,可由下式计算:

$$A_x^* = \frac{x}{D}$$

(9)

$$A_y^* = \frac{y}{D}$$

(10)

约化速度 Ur 反映流体速度与圆柱直径的关系,可由下式计算:

$$Ur = \frac{U}{f_n D}$$

(11)

式中, \bar{m} 表示单位长度柱体的质量, kg/m; f_n 表示柱体的固有频率, Hz.

1.5%、2.5%, 在 $Ur=8$ 时均相差 18%.

本文计算得到的 A_x^* 、 A_y^* 与文献中相比, 具有相同的变化趋势和合理的误差, 证明了本文数值计算方法的准确性.

2 数值计算结果与分析

2.1 单自由度涡激振动特性

圆柱绕流单自由度涡激振动在 $Re=150$ 、 $m^*=2.55$ 条件下开展, 工况如表 1 所示.

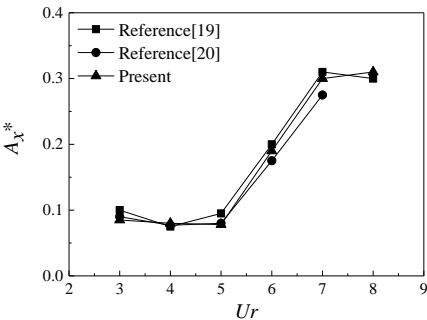
表 1 单自由度涡激振动工况表

Table 1 Working cases of one degree of freedom of vortex-induced vibration

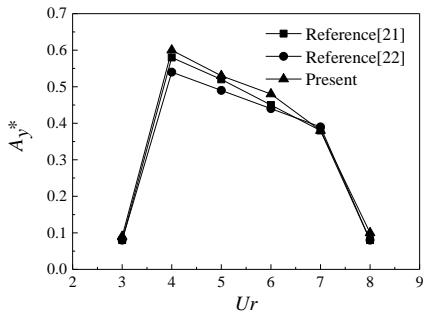
| | Case1 | Case2 | Case3 | Case4 | Case5 | Case6 | Case7 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ur | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| f_n / Hz | 8.33 | 6.25 | 5.00 | 4.17 | 3.57 | 3.13 | 2.78 |

2.1.1 升力系数与阻力系数

不同约化速度下升力系数、阻力系数的时间历程曲线如图 5 所示, 图中横坐标 Ut/D 为无量纲时间. 图 5(a)~(b) 中, C_d 时均值和 C_l 幅值处于过渡状态, 继而在图 5(c)~(e) 中出现等幅振荡, 随后在图 5(f)~(g) 中, 由于高频振荡和低频振荡周期性相位叠加, 表现出明显的“拍”特征. 通过计算得出, 当 $Ur=3\sim 9$ 时, C_d 时均值依次为 1.3、1.93、1.90、1.66、1.39、1.24、1.2, C_l 幅值依次为 0.2、2.25、0.35、0.05、0.04、0.19、0.8. 可以看出, 随着 Ur 的增加, C_d 时均值先增大后减小, C_l 幅值先增大后减小再增加, 两者均在 $Ur=4$ 时取得最大值.



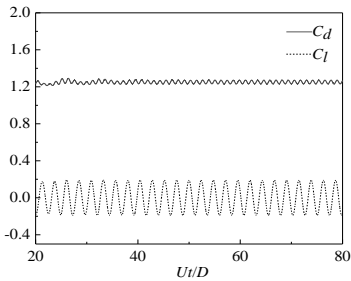
(a) 流向验证
(a) In-line verification



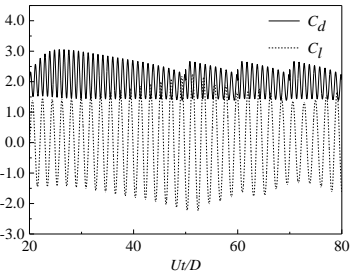
(b) 横向验证
(a) Cross-flow verification

图 4 本文结果与文献结果对比
Fig.4 Comparisons between present results and literature results

对本文数值计算方法的准确性进行验证, 如图 4 所示. 基于文献[19,20], 本文计算得到的 A_x^* 与文献[19]和文献[20]中的 A_x^* 在 $Ur=3$ 时分别相差 15%、5%, 在 $Ur=4$ 时分别相差 6.6%、4%, 在 $Ur=5$ 时分别相差 17%、2.5%, 在 $Ur=6$ 时分别相差 5%、8.5%, 在 $Ur=7$ 时分别相差 3.2%、9%. 基于文献[21,22], 本文计算得到的 A_y^* 与文献[21]和文献[22]中的 A_y^* 在 $Ur=3$ 时均相差 12%, 在 $Ur=4$ 时分别相差 3.4%、11.1%, 在 $Ur=5$ 时分别相差 1.9%、8.1%, 在 $Ur=6$ 时分别相差 6.6%、9.1%, 在 $Ur=7$ 时分别相差



(a) $Ur=3$



(b) $Ur=4$

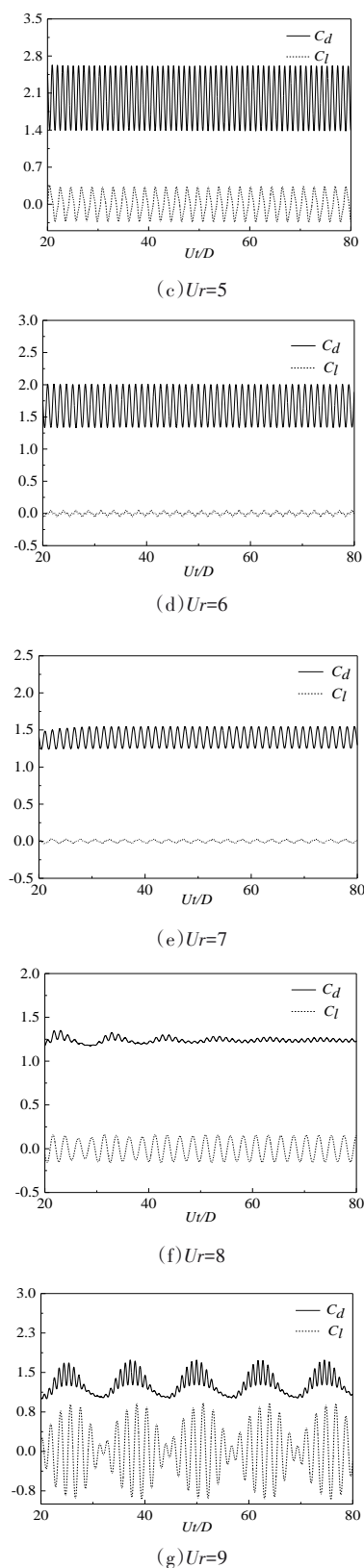


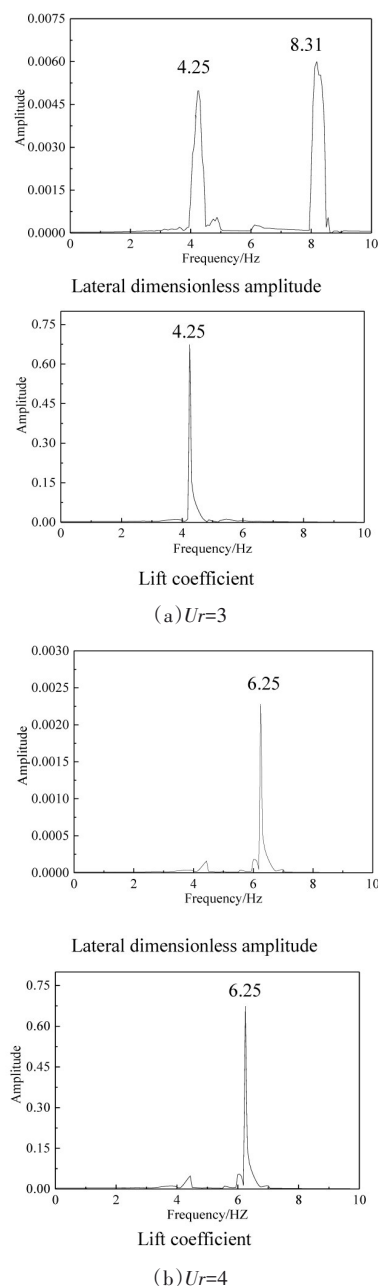
图5 升力系数和阻力系数的时间历程曲线

Fig.5 Time-history curve of lift and drag coefficients

2.1.2 频谱特性

如图6所示,通过快速傅里叶变换得到了不同约化速度下横向无量纲振幅和升力系数的频谱特

性。 $Ur=3、8、9$ 时,横向无量纲振幅频谱图中存在两个主频,一个为旋涡脱落频率,与相同约化速度下升力系数频谱图中主频频率相等,另一个为圆柱固有频率,此时旋涡脱落频率不等于圆柱固有频率,表明圆柱处于非“锁定”状态。在 $Ur=4、5、6、7$ 时,横向无量纲振幅频谱图中仅存在一个主频,此时旋涡脱落频率与圆柱固有频率相等,“锁定”现象发生,旋涡脱落频率被“锁定”在圆柱的固有频率上。结合图5分析发现,进入和离开“锁定”区间时会使 C_d 时均值和 C_l 幅值产生波动, $Ur=4$ 时进入“锁定”区间,导致柱体振动突然加大,使 C_l 时均值和 C_d 幅值均短暂升高又迅速降低, $Ur=8$ 时离开锁定区间,使 C_l 时均值突然升高,但对于 C_d 幅值没有产生影响。



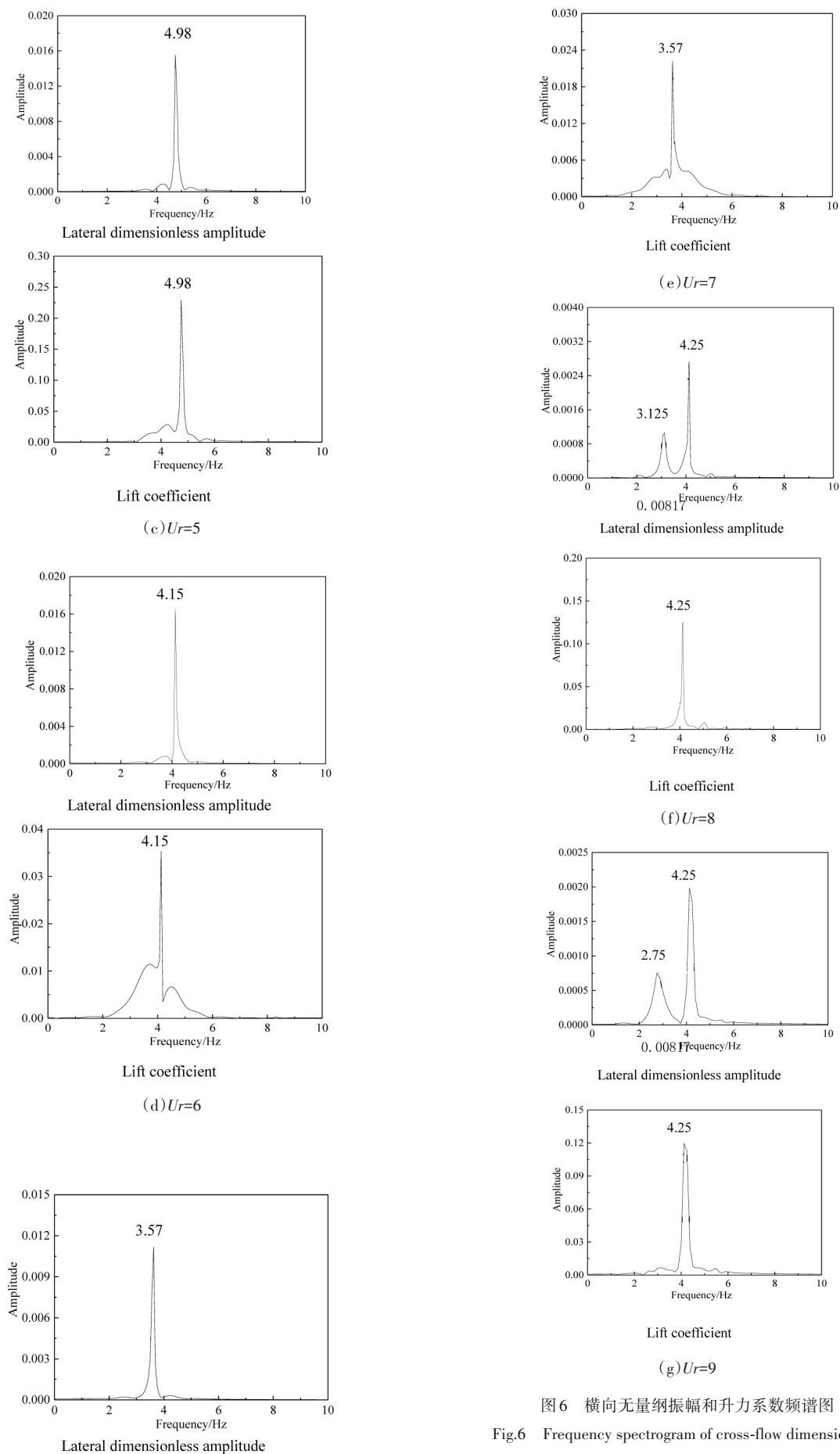


图6 横向无量纲振幅和升力系数频谱图

Fig.6 Frequency spectrogram of cross-flow dimensionless amplitude and lift coefficient

2.1.3 约化速度对频率比的影响

图7所示为频率比(旋涡脱落频率 f_v 与圆柱固有频率 f_n 之比, f_v/f_n)随约化速度 Ur 的变化规律.从图中可以明显观察到“锁定”现象, f_v/f_n 随着 Ur 增大而升高,在 $Ur=4\sim 7$ 时 f_v/f_n 近似等于1.0, f_v “锁定”在 f_n 上并在此范围内始终等于 f_n ,随后 f_v/f_n 继续随 Ur 增大而增加.

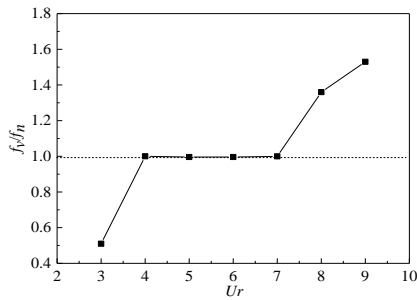


图7 频率比随约化速度的变化

Fig.7 Variations of frequency ratio with reduced velocity

2.2 双自由度涡激振动特性

2.2.1 横向无量纲振幅

图8所示为双自由度下不同质量比横向无量纲振幅 A_{ym}^* 的变化规律,并给出了对应条件下单自由度的 A_{ym}^* 作为对比.双自由度条件下, A_{ym}^* 随着 Re 的增加先增大后减小,且均在 $Re=94$ 处取到最大值, $m^*=2$ 时 A_{ym}^* 的最大值为 $1.02D$, $m^*=3$ 时 A_{ym}^* 的最大值为 $0.72D$, $m^*=5, 7, 12.8$ 时 A_{ym}^* 的最大值均为 $0.55D$.单自由度条件下, A_{ym}^* 随 Re 的增加先增大后减小,且均在 $Re=94$ 处取到最大值 $0.55D$.

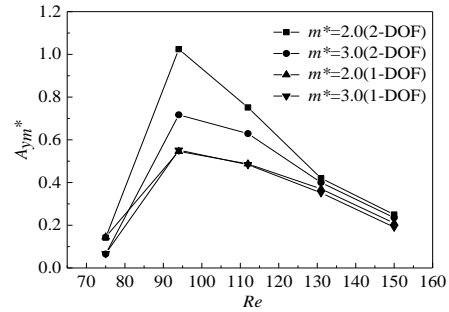
通过对比可以得出, $m^*=2, 3$ 时, A_{ym}^* 在双自由度条件下比单自由度条件下更大, $m^*=2$ 时前者是后者的1.85倍, $m^*=3$ 时前者是后者的1.3倍,而 $m^*=5, 7, 12.8$ 时单、双自由度下的 A_{ym}^* 相差很小.此外,单、双自由度条件下 A_{ym}^* 的差值随着 Re 增大,表现出了先增大后减小的变化规律.

2.2.2 流向无量纲振幅

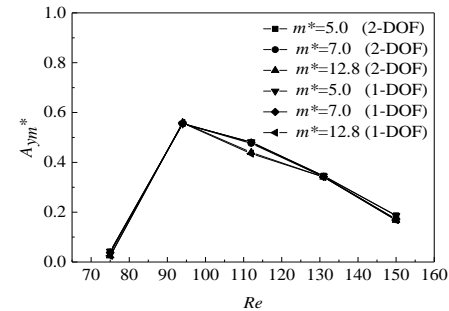
双自由度、不同质量比下流向无量纲振幅 A_{xm}^* 随雷诺数的变化规律如图9所示.双自由度条件下不同质量比的流向无量纲振幅,随着雷诺数的增加先增大后减小,均在 $Re=94$ 处取得最大值,且质量比越高 A_{xm}^* 变化趋势越平缓,当质量比 $m^*=5, 7, 12.8$ 时, A_{xm}^* 趋于定值,且均小于 $0.05D$.

2.2.3 单、双自由度适用条件

图10给出了单、双自由度下,横向无量纲振幅随质量比的变化规律.质量比 $m^*=2$ 时,圆柱横向无量纲振幅 A_{ym}^* 在双自由度条件下比单自由度下大



(a) $m^*=2, 3$



(b) $m^*=5, 7, 12.8$

图8 横向无量纲振幅随 Re 的变化

Fig.8 Variations of cross-flow dimensionless amplitude with Re

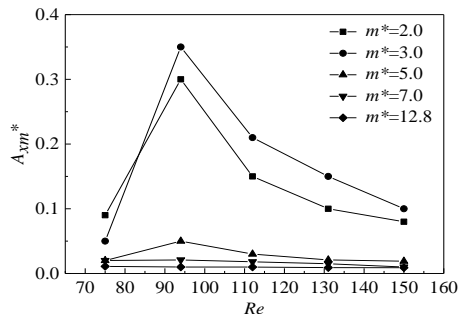


图9 流向无量纲振幅随 Re 的变化

Fig.9 Variations of in-line dimensionless amplitude with Re

$0.48D$,质量比 $m^*=3$ 时, A_{ym}^* 在双自由度条件下比单自由度下大 $0.16D$,随着 m^* 继续增大两者基本相等.对比图8与图10可以发现, m^* 较小时,圆柱涡激振动在双自由度条件下产生的横向振幅要比在单自由度条件下产生的横向振幅更大,必须要同时考虑圆柱流向振动和横向振动. m^* 较大时,圆柱流向振动对横向振动的影响逐渐减弱,可以忽略圆柱流向振动的影响.

3 结论

(1)单自由度条件下,随着约化速度的增加,阻力系数时均值先增大后减小,升力系数幅值先增大后减小再增加;频率比随约化速度的增加而逐渐升高,近似等于1.0时发生“锁定”现象,且进入和离开

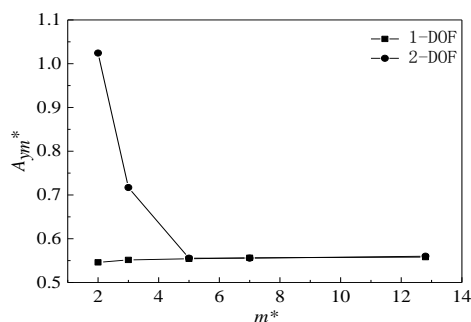


图10 横向无量纲振幅随质量比的变化

Fig.10 Variations of cross-flow dimensionless amplitude with mass ratio

“锁定”区间会使阻力系数时均值和升力系数幅值产生波动。

(2)双自由度条件下,横向无量纲振幅随着雷诺数的增加先增大后减小,随着质量比的增加先减小后趋于定值;流向无量纲振幅随着雷诺数的增加先增大后减小,且质量比越高变化趋势越平缓。

(3)质量比较低时,流向振动的影响不可忽略,必须使用双自由度条件;质量比较高时,流向振动的影响较弱,可使用单自由度条件。

参 考 文 献

- Zhu Q, Xu Y L, Zhu L D, et al. Vortex-induced vibration analysis of long-span bridges with twin-box decks under non-uniformly distributed turbulent winds. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2018, 172: 31~41
- Hsieh S C, Ying M L, Chiew Y M. Flow characteristics around a circular cylinder subjected to vortex-induced vibration near a plane boundary. *Journal of Fluids and Structures*, 2016, 65: 257~277
- Liu B, Jaiman R K. Interaction dynamics of gap flow with vortex-induced vibration in side-by-side cylinder arrangement. *Physics of Fluids*, 2016, 28(12):127103
- Munir A, Zhao M, Wu H, et al. Numerical investigation of the effect of plane boundary on two degrees of freedom of vortex-induced vibration of a circular cylinder in oscillatory flow. *Ocean Engineering*, 2018, 148:17~32
- 高云,任铁,付世晓,等.柔性立管涡激振动响应特性试验研究.振动与冲击, 2015, 34(17):6~11(Gao Y, Ren T, Fu S X, et al. Tests for response characteristics of VIV of a flexible riser. *Chinese Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(17):6~11(in Chinese))
- 康庄,张橙,付森,等.圆柱体涡激振动的高阶非线性振子模型研究.振动与冲击, 2018, 37(18):48~58(Kang Z, Zhang C, Fu S, et al. Nonlinear oscillator model for the vortex-induced vibration of a cylinder. *Chinese Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(18):48~58(in Chinese))
- Feng C C. The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders [Ph.D Thesis]. Vancouver: University of British Columbia, 1968
- Anagnostopoulos P, Bearman P W. Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low Reynolds numbers. *Journal of Fluids and Structures*, 1992, 6(1):39~50
- Pan Z Y, Cui W C, Miao Q M. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder at low mass-damping using RANS code. *Journal of Fluids and Structures*, 2007, 23(1):23~37
- Klamo J T, Leonard A, Roshko A. The effects of damping on the amplitude and frequency response of a freely vibrating cylinder in cross-flow. *Journal of Fluids and Structures*, 2006, 22(6-7):845~856
- Jin Y, Dong P. A novel wake oscillator model for simulation of cross-flow vortex induced vibrations of a circular cylinder close to a plane boundary. *Ocean Engineering*, 2016, 117:57~62
- Guilmineau E, Queutey P. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19(4):449~466
- Khalak A, Williamson C H K. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. *Journal of Fluids and Structures*, 1999, 13(7-8):813~851
- Gsell S, Bourguet R, Braza M. Two degrees of freedom vortex-induced vibrations of a circular cylinder at $Re=3900$. *Journal of Fluids and Structures*, 2016, 67:156~172
- Wu J, Lie H, Larsen C M, et al. Vortex-induced vibration of a flexible cylinder: Interaction of the in-line and cross-flow responses. *Journal of Fluids and Structures*, 2016, 63:238~258
- Modir A, Kahrom M, Farshidianfar A. Mass ratio effect on vortex induced vibration of a flexibly mounted circular cylinder, an experimental study. *International Journal of Marine Energy*, 2016, 16:1~11
- Pastrana D, Cajas J C, Lehmkuhl O, et al. Large-eddy simulations of the vortex-induced vibration of a low mass ratio two degrees of freedom circular cylinder at subcritical Reynolds numbers. *Computers and Fluids*, 2018, 173:118~132
- Morales Delgado V F, Gómez-Aguilar J F, Taneco-

- Hernández M A, et al. A novel fractional derivative with variable- and constant-order applied to a mass-spring-damper system. *European Physical Journal Plus*, 2018, 133(2):78
- 19 Stappenbelt B, Lalji F, Tan G. Low mass ratio vortex-induced motion. In: 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, 2007, 2-7:207~209
- 20 Kang Z, Zhang C, Chang R, et al. A numerical investigation of the effects of Reynolds number on vortex-induced vibration of the cylinders with different mass ratios and frequency ratios. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2019, 11(2):835~850
- 21 Ahn H T, Kallinderis Y. Strongly coupled flow/structure interactions with a geometrically conservative ALE scheme on general hybrid meshes. *Journal of Computational Physics*, 2006, 219(2):671~696
- 22 Borazjani I, Sotiropoulos F. Vortex-induced vibrations of two cylinders in tandem arrangement in the proximity-wake interference region. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 621:321~364

SINGLE DEGREE AND TWO DEGREES OF FREEDOM VORTEX-INDUCED VIBRATION OF CIRCULAR CYLINDER *

Cao Xing[†] Liu Yufei Yu Heng Kong Xiangxin Li Qingling

(College of Electromechanical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract A numerical investigation on vibration characteristics of flow around a circular cylinder was carried out. This study focused on mechanic properties, such as amplitude and spectrum, of vortex-induced vibration with both single degree of freedom (DOF) and two DOFs, and the applicable conditions of these two models were also discussed. Results indicate that for single DOF vortex-induced vibration, with the increment of reduced velocity, the time-average value of drag coefficient increases firstly and then decreases, whereas the amplitude of lift coefficient trends to increase at first, then decrease, and then increase again. Moreover, both of them fluctuate when they enter or leave the locking interval. For two DOFs vortex-induced vibration, the dimensionless amplitudes of both the cross-flow and in-line vibration firstly increase and then decrease with the increase of Reynolds number. The in-line vibration cannot be neglected for low mass ratio, whereas it can be neglected for high mass ratio.

Key words vortex-induced vibration (VIV), one degree of freedom, two degrees of freedom, mass ratio, numerical simulation

Received 12 July 2019, revised 7 October 2019.

* The project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2018PEE017) and the Applied Basic Research Program (17-1-1-17-jch)

[†] Corresponding author E-mail: qustcaox@163.com