

直升机尾传动轴系的非线性刚度参数辨识方法

邹亚晨¹ 王平¹ 倪德¹ 单卫东² 臧朝平^{2†} 张根辈²

(1. 中国航发湖南动力机械研究所, 株洲 412002)(2. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘要 提出了基于测试数据来识别尾传动轴系非线性刚度参数的方法. 首先, 对尾传动轴系进行低幅值激励下的模态测试, 并建立尾传动轴系的简化模型, 与试验结果对比验证模型的准确性. 然后, 对尾传动轴系开展不同激励水平下的步进正弦扫频测试, 基于测试频响函数得到固有频率随位移幅值的变化关系. 对建立的尾传动轴系简化模型进行有限元迭代计算, 可以识别出固有频率随等效刚度的变化关系. 最终建立起尾传动轴系等效刚度与位移幅值的关系, 识别出尾传动轴系的非线性刚度参数.

关键词 直升机尾传动轴系, 频响函数, 模态测试, 非线性刚度

DOI: 10.6052/1672-6555-2020-046

引言

直升机尾传动轴系是一个由多段传动轴、多个联轴器和多个轴承支座等连接在一起的复杂系统. 在结构上, 由于传动轴采用薄壁结构, 负荷大、质量轻、转速高及工作环境中存在各种不同的激励力, 因此是直升机故障率较高的零部件之一. 在尾传动轴系的各种故障中, 由于振动造成的故障占有较大比例, 且其振动可能会引起发动机和传动系统的大振动, 影响系统的正常工作. 因此, 研究直升机尾传动轴系的振动特性非常必要.

朱如鹏、许兆棠等^[1,2]对直升机尾传动轴系的弯曲振动、扭转振动以及轴向振动开展了大量的理论分析和试验研究. 倪德等^[3]建立了直升机空间机动飞行下尾传动轴的横向弯曲振动模型, 研究了机动飞行对尾传动轴临界转速的影响. 朱自冰等^[4]将尾传动轴系简化为多个轴段和多个轮盘的动力学模型, 并利用传递矩阵法获取轴系的固有频率, 以及得到了联轴器角向刚度和径向刚度、轴承刚度和传动轴段数对固有频率的影响规律. 梅庆等^[5]基于数值仿真和试验相结合的方法, 对直升机传动轴系的临界转速、瞬态的不平衡响应特性、以及稳态的响应特性进行了研究, 为直升机传动轴系的结构设计提供了指导和借鉴. Bayón 等^[6]采用数值法和试验方法对具有轴向负载的转轴的弯曲振动特性进

行了研究. Li 等^[7]研究了在位移负载以及旋转负载下, 直升机传动轴系的振动规律. 尽管如此, 由于尾传动轴系受到中间膜片联轴器连接方式的影响, 在激励幅值较大时会逐渐呈现非线性的动力学特征, 其非线性会直接影响到尾传动轴系的动力学响应分析. 而通过对国内外相关文献的分析来看, 目前对直升机尾传动轴系非线性的研究十分不足.

目前, 结构动力学的非线性参数辨识方法取得了重大进展. Worden 和 Tomlison 出版了关于结构动力学中非线性识别和定量分析的参考教科书, 主要探讨了系统非线性检测、参数识别与建模等问题^[8]. Kerschen 和 Noël 等人曾经发表了一篇关于非线性动力学的文献综述^[9], 其中引用了 446 篇文献^[10-12], 系统总结了非线性动力学包含的各种频域、时域和模态分析方法, 包括非线性的检测、定位、识别和量化等方面. 臧朝平、张根辈等人^[13-15]提出了恒位移测试识别非线性刚度, 恒速度测试识别非线性阻尼的动力学测试方法, 该测试方法曾应用于美国 Sandia 国家实验室提出的“结构动力学问题的模型确认挑战”问题.

本文提出了基于测试数据识别直升机尾传动轴系非线性刚度参数的方法. 首先建立尾传动轴系的有限元简化模型, 并与试验进行对比, 验证模型的准确性. 接着利用非线性模态分析方法识别得到固有频率随位移幅值的变化. 最终辨识得到尾传动

2019-06-19 收到第 1 稿, 2019-08-22 收到修改稿.

† 通讯作者 E-mail: c.zang@nuaa.edu.cn

轴系非线性刚度参数.

1 非线性刚度参数识别方法

1.1 非线性刚度参数识别流程

对直升机尾传动轴系非线性刚度参数的识别过程如图 1 所示,主要包括以下三个步骤:

(1)线性模型确认:对尾传动轴系进行低激励水平下的模态试验(将非线性的影响降到最小),并建立轴系的有限元简化模型,基于试验数据对有限元模型进行修正,得到精确的轴系有限元模型.

(2)非线性模态识别:首先通过快速正弦扫频测试检测轴系是否存在非线性的影响,其次对有明显非线性的阶次开展不同激励水平下的步进正弦扫频测试,基于非线性模态分析方法得到轴系固有频率随位移幅值的变化关系.

(3)非线性刚度参数辨识:主要考虑膜片联轴器连接引入的非线性连接刚度,基于(1)部分得到的有限元模型,修改连接刚度,可以得到与连接刚度相关的频率变化,结合(2)识别的非线性模态参数,最终可以辨识出轴系连接处的非线性刚度参数,即连接刚度随位移幅值的变化关系.

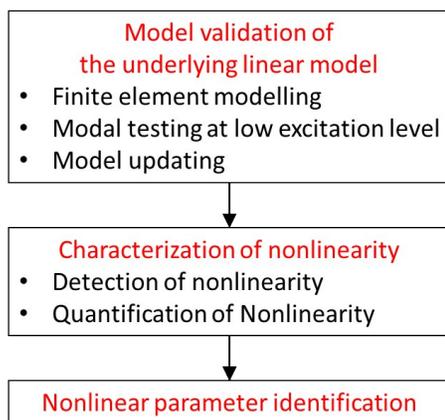


图 1 尾传动轴系非线性刚度参数辨识的 3 个步骤

Fig. 1 Three steps for identification of nonlinear stiffness parameters of tail drive shaft system

1.2 非线性刚度参数辨识方法

对于单自由度非线性系统,在受到简谐力的作用时,运动微分方程为:

$$m\ddot{x} + c_{eq}(V)\dot{x} + k_{eq}(X)x = F_0 \sin(\omega_e t) \quad (1)$$

其中, X 表示响应的位移幅值, V 表示响应的速度幅值, $k_{eq}(X)$ 表示系统的等效刚度, $c_{eq}(\dot{X})$ 表示系统的等效阻尼.将位移频响函数定义为^[16]:

$$H_d(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{A_r + iB_r}{\omega_r^2(X) - \omega^2 + i\eta_r\omega_r(X)^2} \quad (2)$$

其中, A_r 和 B_r 分别为模态常数的实部和虚部, $\omega_r(X)$ 为给定位移幅值下的固有频率.

在任意给定的位移响应幅值处,存在一对点来定义相同的位移频响函数,如图 2 所示.如果不能直接测量得到位移幅值,可以通过位移频响函数乘以力来得到响应(即 $X(\omega) = H_d \times F$).一般来说,受采样频率步长影响,在共振峰两侧往往不能找到具有相同幅值的一对对称点,因此需要通过插值来建立一系列对应的点.

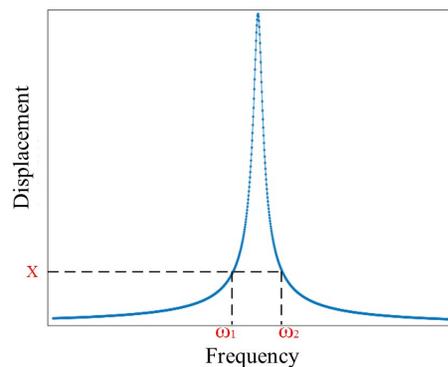


图 2 位移幅值线性化

Fig. 2 Linearization of displacement amplitude

在完成插值以后,在每个给定位移响应幅值下,可以通过一对对称的位移 FRF 点来定义位移频响函数的实部和虚部.

$$\begin{cases} H_{d1} = \frac{A_r + iB_r}{\omega_r^2 - \omega_1^2 + i\eta_r\omega_r^2} = R_1 + iI_1 \\ H_{d2} = \frac{A_r + iB_r}{\omega_r^2 - \omega_2^2 + i\eta_r\omega_r^2} = R_2 + iI_2 \end{cases} \quad (3)$$

其中,频响函数的实部和虚部可以通过频响函数幅值和相位差之间的关系获得.

$$H = |H| \cos\varphi + i|H| \sin\varphi \quad (4)$$

通过联立上面两式,可以得到与位移响应幅值相关的固有频率 $\omega_r(X)$.

在每个激励水平下,通过截取位移响应峰值两端对称的位移频响函数点,即可以建立起固有频率与位移幅值、激励力幅值之间的对应关系.

$$\omega_r = f(X, F) \quad (5)$$

在每组激励力下,固有频率的变化很小,可以取中间值作为近似值,则公式可以进一步简化为

$$\omega_r = f(X) \quad (6)$$

建立非线性系统的底层线性有限元模型,通过改变有限元模型中的刚度参数,即可以建立起频率随刚度变化的关系.

$$\omega_r = g(k) \tag{7}$$

联合式(6)和式(7),通过样条插值多项式,最终可以建立起刚度随位移幅值的变化关系,即非线性刚度参数的函数表征形式.

$$k = h(X) \tag{8}$$

2 非线性刚度参数识别的试验研究

2.1 尾传动轴系线性模型确认

2.1.1 尾传动轴系的线性模态试验

尾传动轴系的模态试验装置如图3所示.将两根尾传动轴通过膜片联轴器连接,在三个位置(轴系两端以及中间)使用柔性绳悬挂,模拟自由一自由状态下的模态试验.采用激光测量的方式,两根轴连接后共有32个测点,沿水平方向在32个测点粘帖感光纸.将激振器放到可以前后左右上下调节的激振器悬挂装置上,并与顶杆相连接,沿水平方向激励尾传动轴系.



图3 尾传动轴系的模态试验

Fig. 3 Modal test of tail drive shaft system

激振器使用快速扫频信号激励,扫频范围为0-500Hz,测试的谱线数为6400.在靠近中间的位置激励,激光依次记录32个测点的速度响应,得到的速度频响应函数,如图4所示.在0-500Hz范围内,共有4阶固有模态.

通过模态分析软件来对尾传动轴系的速度频响应函数进行分析.可以获取尾传动轴系的各阶固有频率和模态阻尼比,见表1.

表1 尾传动轴系的模态分析结果

Table 1 The modal analysis results of the tail drive shaft system

Mode	Frequency(Hz)	Damping (%)
1	124.25	1.2
2	159.74	0.81
3	414.39	3.2
4	482.16	1.24

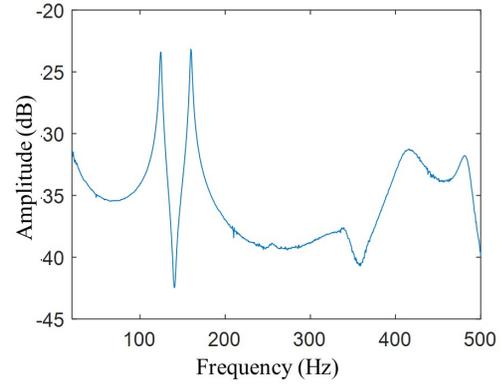


图4 速度频响应函数

Fig.4 Velocity frequency response function

2.1.2 尾传动轴系的有限元简化模型

建立的单根轴的简化模型如图5所示.将单根轴简化为15段,用16个节点来描述.在前15个节点之间使用Beam188梁单元来定义轴身,通过Section建立单根轴身的内外截面尺寸,并通过Mass21单元引入带阻尼器一端集中质量对单根轴的影响.



图5 单根轴的有限元简化模型

Fig. 5 Finite element simplified model of single shaft

因为膜片联轴器的厚度相对整个轴系很小,这里将两根轴系相连接的16,17号节点建立在一起,将膜片联轴器的质量通过添加质量单元Mass21平分在16和17两个节点上面.建立的尾传动轴系只考虑轴系的弯曲振型,未考虑扭转振型,因此只需添加中间连接的轴向刚度和径向刚度.膜片联轴器的简化建模方式如图6所示.在膜片联轴器的两个质量单元之间建立了三个弹簧单元:分别来模拟膜片联轴器沿X的轴向刚度,以及沿Y和Z向的径向刚度.

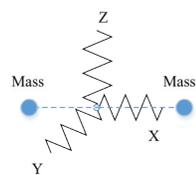


图6 膜片联轴器的建模示意图

Fig. 6 Schematic diagram of diaphragm coupling

以膜片联轴器沿X方向的轴向刚度作为变量,多次改变参数后,可以得到各阶仿真频率随连接轴向刚度的影响规律,如图7所示.同理,以膜片联轴

器沿Y方向的径向刚度作为变量,可以得到各阶仿真频率随连接径向刚度的影响规律,如图8所示.

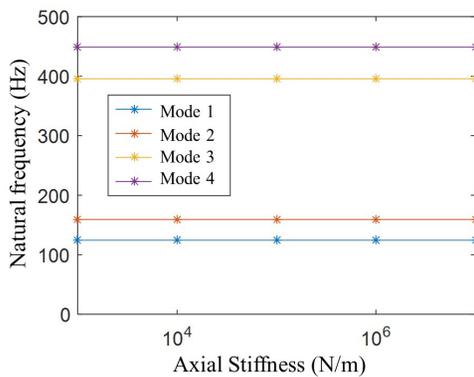


图7 仿真频率随轴向刚度的变化

Fig. 7 Simulation frequency as a function of axial stiffness

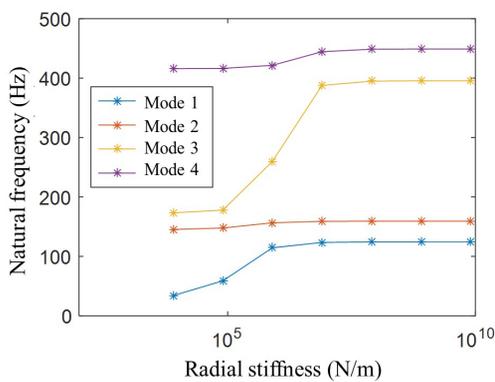


图8 仿真频率随径向刚度的变化

Fig. 8 Simulation frequency as a function of radial stiffness

由图7和图8可以看出,随着轴向刚度参数的变化,简化模型各阶仿真频率始终保持不变,说明轴向刚度始终不影响轴系的弯曲模态频率;而随着连接径向刚度参数的变化,简化模型各阶频率先是增大,当径向刚度到 $1 \times 10^8 \text{ N/m}$ 数量级时,各阶仿真频率均趋于稳定.

本文借鉴了文献膜片联轴器的轴向刚度和径向刚度具体数值^[17],中间膜片联轴器的简化模型沿X方向的轴向刚度选为 $7.5 \times 10^4 \text{ N/m}$,沿Y和Z方向的径向刚度选为 $8 \times 10^8 \text{ N/m}$.得到的有限元仿真结果与试验结果的对比在表2中.

如表2所示,前两阶频率误差不超过0.3%,最大频率误差不到7%.此时建立的尾传动轴系简化模型足够精确,可以通过建立的有限元简化模型来模拟轴系实际的弯曲振动动力学特性.

表2 尾传动轴系试验频率与仿真的对比

Table 2 The comparison of natural frequencies of the tail drive shaft system between test and simulation

Mode	Test (Hz)	Simulation (Hz)	Error (%)
1	124.25	124.41	0.13
2	159.74	159.29	-0.28
3	414.39	395.60	-4.53
4	482.16	449.08	6.86

2.2 尾传动轴系非线性识别

2.2.1 尾传动轴系的正弦扫频测试

对尾传动轴系进行不同激励水平下的步进正弦扫频测试,频率范围为100Hz到150Hz,频率步长为0.25Hz.激励力的大小可以通过信号发生器的输入电压和功率放大器进行控制,同时记录不同恒电压水平下的力幅值.得到的恒力测试加速度频响函数如图9所示.

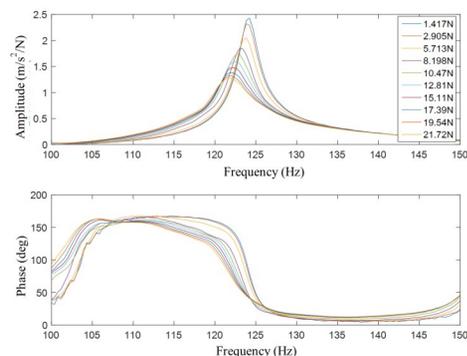


图9 加速度频响函数

Fig. 9 Acceleration frequency response function

2.2.2 尾传动轴系固有频率的识别

将测试的加速度频响函数转化为位移频响函数,联合不同激励水平下的位移频响函数和激励力幅值,可以得到不同激励水平下的位移响应,如图10所示.

在每种激励水平下,采用样条插值函数以 10^{-5} Hz 步长来完成插值.在位移响应峰值的两端等间距截取100条线,得到100对对称的位移频响函数点.在此基础上建立各激励水平下固有频率与位移幅值之间的关系曲线,如图11所示.

图11中,对于每个激励力水平,固有频率的变化可以忽略不计,取中间的圆圈表示固有频率的平均值.随着激励力水平的增加,位移响应幅值逐渐增大,固有频率减小了2%左右,呈现出刚度渐软

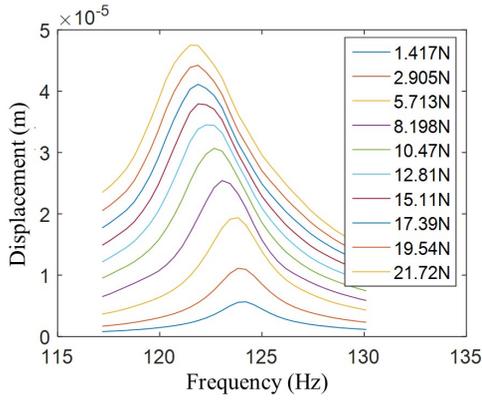


图 10 位移响应

Fig. 10 Displacement response

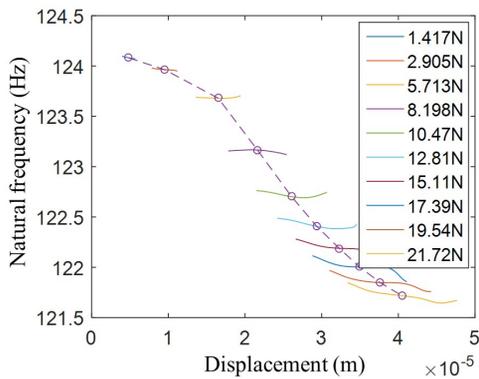


图 11 固有频率随位移幅值的变化

Fig. 11 Natural frequency as a function of displacement amplitude

的特性. 对不同激励水平下的固有频率进行多项式拟合, 可以得到固有频率随位移幅值的变化关系, 如图 12 所示.

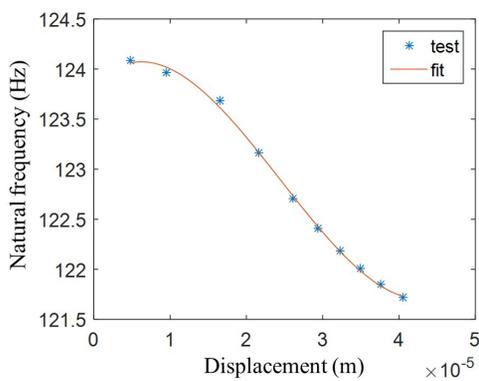


图 12 固有频率拟合

Fig. 12 Fitting of natural frequency

得到尾传动轴系固有频率随位移幅值变化的函数表达式如下:

$$\omega_n = 9.71 \times 10^{13} X^3 - 7.14 \times 10^9 X^2 + 7.78 \times 10^4 X + 123.84 \quad (9)$$

2.3 尾传动轴系非线性刚度参数辨识

基于 2.1 小节得到的尾传动轴系的有限元简化模型, 通过修改轴系中间连接处沿水平方向(Y 方向)的径向刚度, 在 $2 \times 10^6 \text{N/m}$ 到 $8 \times 10^8 \text{N/m}$ 的范围内, 以 $1 \times 10^6 \text{N/m}$ 为步长, 共取 799 个刚度值, 在 ANSYS 中依次作为轴系有限元简化模型连接处的水平方向弹簧刚度, 并进行模态分析获取其一阶仿真频率, 从而建立尾传动轴系连接处水平方向等效刚度与一阶固有频率之间的关系, 如图 13 所示.

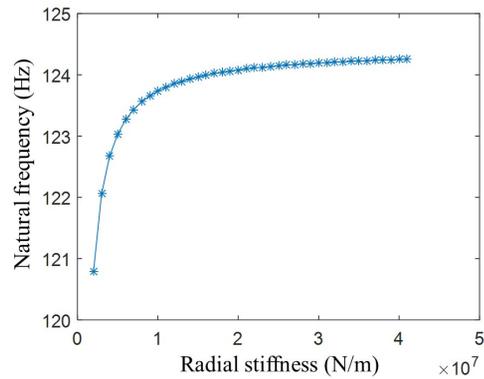


图 13 固有频率随径向刚度的变化

Fig. 13 Natural frequency as a function of radial stiffness

结合非线性模态试验得到的一阶固有频率随位移幅值的变化关系, 通过多项式拟合插值最终可以建立起尾传动轴系连接处非线性刚度与位移幅值的函数关系, 即连接处的非线性刚度函数表征形式, 拟合的结果如图 14 所示.

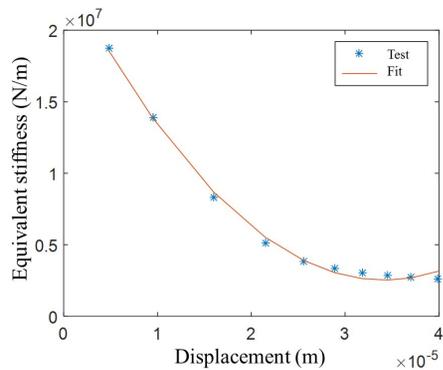


图 14 非线性刚度随位移幅值的变化

Fig. 14 Nonlinear stiffness as a function of displacement amplitude

由图 14 可以看出, 随着位移幅值的增大, 尾传动轴系非线性刚度先是减小, 后趋于不变. 通过多项式拟合, 可以得到尾传动轴系连接处沿水平方向的非线性等效刚度.

$$k_{eq} = 1.86 \times 10^{16} X^2 - 1.27 \times 10^{12} X + 2.43 \times 10^7 \quad (10)$$

需要说明的是,由于实际结构的非线性种类繁多,几乎不可能采用一种表达式实现所有非线性的表征.一般情况下,可以尝试采用多项式来进行曲线拟合,并视拟合情况选择合适的多项式次数.如果从理论上建立了非线性刚度的函数表达式,则可利用该表达式进行曲线拟合.当然,由于试验中激励水平有限,非线性刚度拟合的函数表达式有其适用范围.如果要获取更高位移水平下的非线性刚度表达式,则需要进行更高水平激励的振动试验.

3 结论

本文主要从试验角度出发,研究了尾传动轴系的非线性特性,对由于膜片联轴器的连接而引入的非线性刚度,提出了直升机尾传动轴系的非线性刚度参数辨识方法,主要得到以下结论:

(1)该方法包括三个步骤来实现,分别为线性模型确认、非线性模态识别、非线性刚度参数辨识;

(2)建立尾传动轴系的有限元简化模型,与试验频率前两阶误差在0.3%以内,最大误差不超过7%;

(3)准确识别出尾传动轴系存在的非线性,随着激励力的增大,一阶固有频率减小约2%;

(4)随着激励力的增大,尾传动轴系的非线性连接径向刚度先是逐渐减小,后趋于稳定.

该方法综合了模态测试技术、有限元建模理论和非线性模态分析方法,通过标准振动测试识别轴系连接处的非线性刚度参数,为以后的工程应用提供了借鉴.当然,对尾传动轴系的非线性机理还需要进一步深入研究,结合理论分析和试验测试,可以对尾传动轴系的非线性连接刚度进行更加全面、深入地辨识.

参 考 文 献

- 1 许兆棠,朱如鹏.直升机尾传动系扭转振动的分析.航空学报,2007,28(2):425~431(Xu Z T, Zhu R P. Analysis of torsional vibration of helicopter tail drive system. *Journal of Aeronautics*, 2007, 28(2): 425~431 (in Chinese))
- 2 许兆棠,朱如鹏.直升机弹性多支点传动轴的主共振分岔分析.航空动力学报,2006,21(2):342~348(Xu Z T, Zhu R P. Analysis of primary resonance bifurcation of helicopter elastic multi-pivot transmission shaft. *Journal of Aerospace Power*. 2006, 21(2):342~348 (in Chinese))
- 3 倪德,朱如鹏,陆凤霞,等.考虑空间机动飞行的直升机尾传动轴建模与临界转速分析.航空动力学报,2015,30(6):1520~1528(Ni D, Zhu R P, Lu F X, et al. Modeling and critical speed analysis of helicopter tail drive shaft considering space maneuvering flight. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(6): 1520~1528 (in Chinese))
- 4 朱自冰.直升机尾传动系统动力学关键问题研究[博士学位论文].南京:南京航空航天大学,2012(Zhu Z B. Research on key problems of dynamic of helicopter tail drive system [Ph.D Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012(in Chinese))
- 5 梅庆.直升机传动轴系的动力学设计.机械传动.2005,5(29):19~22(Mei Q. Dynamic design of helicopter drive shaft system. *Mechanical Transmission*, 2005, 5(29): 19~22 (in Chinese))
- 6 Bayón A, Gascón F, Medina R, et al. On the flexural vibration of cylinders under axial loads: numerical and experimental study. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(10):2315~2333
- 7 Li J. Coupled bending and torsional vibration of axially loaded Bernoulli-Euler beams including warping effects. *Science Direct*. 2003, 7(1): 153~170
- 8 Worden K, Tomlison G R. Nonlinearity in structural dynamics. *Institute of Physics*, 2001
- 9 Kerschen G, Worden K, Vakakis A F, et al. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(3):505~592
- 10 Goge D. Fast identification and characterization of nonlinearities in experimental modal analysis of large aircraft. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(2):399~409
- 11 Masri S F, Caughey T K. A nonparametric identification technique for non-linear dynamic problems. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1979, 46(2):433~447
- 12 He J, Ewins D J. A simple method of interpretation for the modal analysis of nonlinear structures. In Proceedings of the IMAC V, London, 1987
- 13 Zang C, Schwingshackl C W, Ewins D J. The influence of nonlinearity on uncertainty and variability for dynamic models. In: Proceedings of the 1st International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics. Sheffield, UK, 2007, 311~319
- 14 张根辈,臧朝平.基于振动测试的非线性参数识别方法.振动与冲击,2013,32(1):83~88(Zhang G B, Zang C P. Nonlinear parameter identification method based on vibration test. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(1):83~88 (in Chinese))

- 15 Zhang G B, Zang C. Identification and verification of structural nonlinearities based on vibration tests. *Isma*, 2012, 2611~2624
- 16 Carrella A, Ewins D J. Identifying and quantifying structural nonlinearities in engineering applications from measured frequency response functions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(3): 1011~1027
- 17 聂峻峰. 直升机传动轴系结构及动力学特性研究[博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2016 (Nie J F. Research on the structure and dynamics of helicopter transmission shaft system [Ph. D Thesis]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2016(in Chinese))

A METHOD FOR IDENTIFYING NONLINEAR STIFFNESS OF HELICOPTER TAIL DRIVE SHAFT SYSTEM

Zou Yachen¹ Wang ping¹ Ni De¹ Shan Weidong² Zang Chaoping^{2†} Zhang Genbei²

(1. Hunan Aeroengine Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou 412002, China)

(2. College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract A parameter identification method based on test data was proposed to evaluate the nonlinear stiffness of a tail drive shaft system. Firstly, modal testing on the tail drive shaft system under low-amplitude excitation was carried out, and a simplified dynamic model of the tail drive shaft system was established, which was verified by testing results. Then, the stepping sine sweep testing under different excitation levels was conducted, and the relationship between natural frequency and displacement amplitude was obtained based on the measured frequency response function. Moreover, the finite element iterative calculation of the simplified model was carried out to achieve the relationship between the natural frequency and the equivalent stiffness of the tail drive shaft system. Finally, the relationship between the equivalent stiffness and the displacement amplitude was established, and the nonlinear stiffness of the tail drive shaft system was identified.

Key words helicopter tail drive shaft system, frequency response function, modal testing, nonlinear stiffness