

含有 LuGre 摩擦并联机械臂的自适应控制*

郭丁旭 姜乃晶 张舒[†] 徐鉴

(同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200082)

摘要 本文研究了含有 LuGre 摩擦的并联机械臂自适应控制问题. 首先, 在并联机械臂动力学模型中引入 LuGre 摩擦模型来描述伺服关节内部的摩擦行为; 其次, 构造含有动态摩擦补偿的自适应控制算法, 并使用 Lyapunov 方法证明控制算法的有效性; 最后, 通过平面 3-RRR 并联机械臂数值算例, 验证所提出控制算法的效果以及 LuGre 摩擦补偿的必要性.

关键词 并联机械臂, LuGre 摩擦模型, 自适应控制, Lyapunov 方法

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-033

引言

传统的串联机械臂难以满足加工行业的快速发展对工业机器人承载力、定位精度和动态性能所提出的要求^[1], 而并联机械臂因其在刚度、承载、定位精度、控制速度等方面的优势而引起日益广泛的关注^[2,3]. 并联机械臂工作空间内存在大量奇异点, 当机械臂到达奇异点后, 机构的刚度和控制精度将迅速下降^[4], 而引入冗余驱动是消除并联机械臂的奇异点, 从而提高结构整体刚度和控制输出稳定性的有效方法^[5,6]. Nakamura 等^[7]建立了非冗余并联机械臂的动力学模型, Liu 等^[8]对冗余并联机械臂进行了分析并提出了控制算法, Jin 等^[9]设计了六自由度并联机械臂的自适应控制算法, 然而他们在建模和控制算法设计过程中忽略了机械臂关节内部的摩擦效应, 影响了控制算法的有效性.

由于摩擦对于机械系统的控制设计具有重要影响, 而含有摩擦力精细化本构的动力学模型无疑将为高精度控制的设计与实现提供了坚实的理论基础^[10,11]. 近些年来, 由于工业设备和技术的发展, 传统库伦干摩擦模型不能满足测量摩擦成为可能, 从而使人们对摩擦模型的理解方面取得了重大进展. 摩擦在控制系统中扮演着重要的角色, 它限制了系统定位和定向的精度, 并且会引起系统失稳, 因此对并联机械臂中的摩擦行为进行动力学建

模意义重大^[12,13]. 由于伺服内部环境较为复杂, 学者们提出多种描述其内部摩擦效应的动力学模型. Dahl 等^[14]首先在伺服系统中建立滚珠轴承摩擦与固体摩擦相似的 Dahl 摩擦模型, Haessig 等^[15]提出考虑接触表面摩擦随机性的鬃毛摩擦模型, Wit 等^[16]结合 Dahl 摩擦模型和鬃毛摩擦模型, 提出了更能准确描述伺服内部摩擦行为的 LuGre 摩擦模型, 并为越来越多的学者接受^[17,18]. 在并联机械臂的动力学建模中, 引入 LuGre 摩擦模型来描述机械臂伺服电机内部的摩擦效应, 将为控制律的设计提供更加坚实的基础.

并联机械臂动力学模型中引入 LuGre 摩擦模型后, 控制律的设计也需要进行相应的调整, 即需要在控制算法中引入摩擦补偿. 摩擦补偿的设计往往需要对摩擦参数进行辨识, 但由于机械臂伺服内部摩擦参数的辨识十分复杂, 通过辨识方法获得动态的机械臂的 LuGre 摩擦参数较为困难^[19], 自适应控制能够有效地解决这类问题^[20,21]. 自适应控制会持续从跟踪误差中提取参数信息, 对于存在参数不确定或者参数发生变化情况下的机械系统, 自适应控制通常具有良好的效果^[22].

本文建立含有并联机械臂伺服内部 LuGre 摩擦的动力学模型, 并构造了能够在线更新参数的自适应控制算法. 第一节建立含有 LuGre 摩擦的并联机械臂系统的动力学模型; 第二节构造带有摩擦补

2019-04-12 收到第 1 稿, 2019-05-16 收到修改稿.

* 国家重点研发计划 (2018YFC2001500)、国家自然科学基金资助项目 (91748205, 11772229)

[†] 通讯作者 E-mail: zhangshu@tongji.edu.cn

偿的自适应控制算法,并对控制系统的稳定性进行分析;第三节给出平面 3-RRR 并联机械臂的数值算例;最后分析结果,得出结论。

1 含有 LuGre 摩擦并联机械臂的动力学模型

1.1 不考虑摩擦的开链系统动力学模型

利用 Euler-Lagrange 方程,如图(1)所示的不考虑 LuGre 摩擦并联机械臂开链系统的动力学方程为:

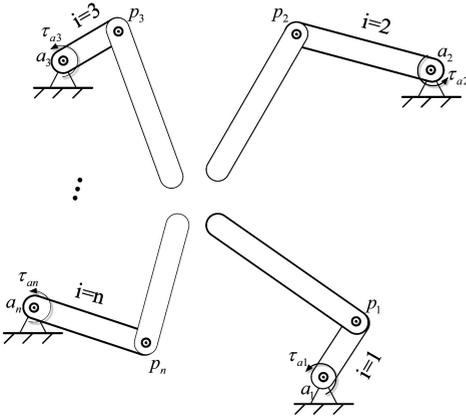


图1 并联机械臂开链系统示意图

Fig.1 Diagram of the open-chain of parallel manipulators

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{N}_i(\mathbf{q}_i) = \boldsymbol{\tau}_i, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

图(1)中 a_i (active), p_i (passive) 分别代表并联机械臂的主动驱动关节和被动驱动关节,式中 $\mathbf{q}_i = [q_{ai}, q_{pi}]^T$ 为系统的广义坐标,其中, q_{ai} 为主动驱动关节转角, q_{pi} 为被动驱动关节转角, $\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i)$ 为广义质量矩阵, $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 为科氏力和离心力项, $\mathbf{N}_i(\mathbf{q}_i)$ 为重力项,输出力矩 $\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{ai}, \tau_{pi}]^T$. 其中 $\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i)$ 和 $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 满足如下性质^[22]:

性质1 $\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i)$ 为正定对称矩阵。

性质2 $(\dot{\mathbf{H}}_i - 2\mathbf{C}_i)$ 为反对称矩阵,对于任意向量 \mathbf{a} , 始终满足:

$$\mathbf{a}^T (\dot{\mathbf{H}}_i - 2\mathbf{C}_i) \mathbf{a} = 0 \quad (2)$$

性质3 对于任意向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} , 矩阵 $\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i)$, $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$, $\mathbf{N}_i(\mathbf{q}_i)$ 满足如下关系:

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{q}_i)\mathbf{a} + \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\mathbf{b} + \mathbf{N}_i(\mathbf{q}_i) = \mathbf{Y}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \mathbf{a}, \mathbf{b})\boldsymbol{\gamma}_i \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\gamma}_i$ 为开链系统中机械臂除 LuGre 摩擦参数之外的动力学参数向量, $\mathbf{Y}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ 为参数 $\boldsymbol{\gamma}_i$ 的回归阵。

1.2 LuGre 摩擦模型

LuGre 摩擦模型对摩擦的动态以及静态特性能够进行精确描述,该模型用两个接触面间弹性刚毛的平均偏移来表征摩擦力的动态行为.实际应用中两接触物体的表面在微观状态下是凹凸不平的, LuGre 摩擦模型将不规则表面看作随机分布的弹性刚毛,当接触面在切向力作用下发生相对位移时,表面刚毛会像弹簧一样变形.接触表面刚毛的平均变形与相对速度有关,速度越大刚毛的平均变形越大,摩擦力也会随之增大. LuGre 摩擦模型表示为:

$$f_L = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (4)$$

其中 v 为伺服内部两接触面的相对速度, $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$ 分别为刚度系数、阻尼系数及粘性系数, z 为表面刚毛的平均变形,且满足关系:

$$\dot{z} = v - z \frac{|v|}{g(v)} \quad (5)$$

$$g(v) = f_c + (f_s - f_c) e^{-(v/v_s)^2} \quad (6)$$

$g(v)$ 表现了 Stribeck 效应,其中 f_c, f_s 分别为库伦摩擦和静摩擦, v_s 为 Stribeck 速度。

1.3 考虑摩擦的闭链系统动力学模型

并联机械臂闭链系统如图(2)所示:

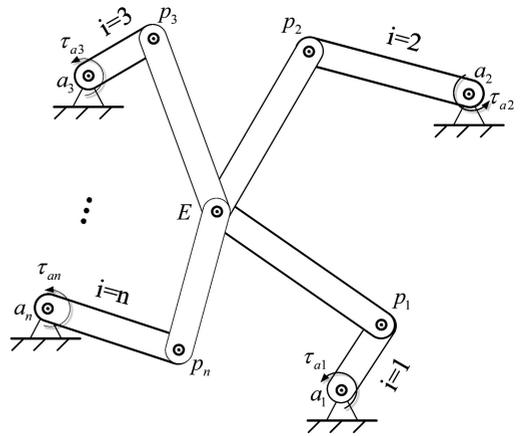


图2 并联机械臂闭链系统示意图

Fig.2 Diagram of the close-chain of parallel manipulators

图(2)中 E 为并联机械臂的末端,由开链系统到闭链系统,我们令:

$$\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_n),$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_n),$$

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_1^T, \mathbf{N}_2^T, \dots, \mathbf{N}_n^T]^T$$

输入力矩 τ_{ai} 通过伺服电机作用在主动关节 a_i , 并且考虑主动关节伺服电机内部的 LuGre 摩擦,被

动关节的摩擦忽略不计,我们引入^[8]:

$$\mathbf{Q}^T \boldsymbol{\tau} = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau}_a \quad (7)$$

其中, $\mathbf{Q} = \partial \mathbf{q} / \partial \mathbf{q}_e$, $\mathbf{R} = \partial \mathbf{q}_a / \partial \mathbf{q}_e$, \mathbf{q}_e 为并联机械臂末端广义坐标. 闭链系统的动力学方程为:

$$\bar{\mathbf{H}} \ddot{\mathbf{q}}_e + \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}}_e + \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{R}^T (\boldsymbol{\tau}_a - \mathbf{f}_{La}) \quad (8)$$

其中, $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{H} \mathbf{Q}$, $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{H} \dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}^T \mathbf{C} \mathbf{Q}$, $\bar{\mathbf{N}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{N}$, 且 $\bar{\mathbf{H}}$ 和 $\bar{\mathbf{C}}$ 两矩阵有如下性质^[2]:

性质 4 $\bar{\mathbf{H}}$ 为正定对称矩阵.

性质 5 $(\bar{\mathbf{H}} - 2\bar{\mathbf{C}})$ 为反对称矩阵, 对于任意向量 \mathbf{a} , 始终满足:

$$\mathbf{a}^T (\bar{\mathbf{H}} - 2\bar{\mathbf{C}}) \mathbf{a} = 0 \quad (9)$$

性质 6 对于任意向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} , 矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$, $\bar{\mathbf{C}}$, $\bar{\mathbf{N}}$, 满足:

$$\bar{\mathbf{H}} \mathbf{a} + \bar{\mathbf{C}} \mathbf{b} + \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_e, \dot{\mathbf{q}}_e, \mathbf{a}, \mathbf{b}) \boldsymbol{\gamma} \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1^T, \dots, \gamma_n^T]^T$, $\mathbf{J}(\mathbf{q}_e, \dot{\mathbf{q}}_e, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ 为参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的回归阵. (8) 式中 LuGre 摩擦 f_{La} 的具体形式为:

$$\mathbf{f}_{La} = \text{diag}(\mathbf{z}_a) \boldsymbol{\sigma}_{a0} + \text{diag}(\dot{\mathbf{z}}_a) \boldsymbol{\sigma}_{a1} + \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \boldsymbol{\sigma}_{a2} \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_a = \dot{\mathbf{q}}_a - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{z}_a \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{f}_{La} = [f_{La1}, f_{La2}, \dots, f_{Lan}]^T,$$

$$\mathbf{z}_a = [z_{a1}, z_{a2}, \dots, z_{an}]^T,$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{ak} = [\sigma_{ak1}, \sigma_{ak2}, \dots, \sigma_{akn}]^T (k=0, 1, 2),$$

$$\dot{\mathbf{q}}_a = \begin{bmatrix} \dot{q}_{a1} \\ \dot{q}_{a2} \cdots \dot{q}_{an} \end{bmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) = \text{diag}(|\dot{q}_{a1}|/g(\dot{q}_{a1}), |\dot{q}_{a2}|/g(\dot{q}_{a2}),$$

$$L|\dot{q}_{an}|/g(\dot{q}_{an}))$$

式中 f_{Lai} 为第 i ($i=1, 2, \dots, n$) 个主动关节位置受到的 LuGre 摩擦力, z_{ai} 和 σ_{aki} ($k=0, 1, 2$) 为第 i 个主动关节位置的 LuGre 摩擦参数, \dot{q}_{ai} 为第 i 个主动关节位置伺服内部的相对速度.

2 自适应控制

自适应控制器设计方法为: 在机械臂部分或者全部动力学参数不确定和伺服内部摩擦参数不确定的情况下, 通过机械臂位置和速度反馈来估计不确定参数, 并设计控制律给出驱动力矩使得末端实际位置 $\mathbf{q}_e(t)$ 经过一段初始的自适应过程后, 精确地跟踪到预先给定的末端的期望位置 $\mathbf{q}_d(t)$. 首先我们引入参考速度 $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$:

$$\dot{\mathbf{q}}_r(t) = \dot{\mathbf{q}}_d(t) - \mathbf{A}_1 \tilde{\mathbf{q}} \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{q}_e(t) - \mathbf{q}_d(t) \quad (14)$$

其中 $\mathbf{q}_d(t)$, $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ 分别为末端期望位置和期望速度, \mathbf{A}_1 为对角正定增益矩阵, $\tilde{\mathbf{q}}(t)$ 为末端期望位置与实际位置的误差. 利用性质 6, 并结合 (8) 式, 可得:

$$\bar{\mathbf{H}} \ddot{\mathbf{q}}_r + \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}}_r + \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_e, \dot{\mathbf{q}}_e, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \boldsymbol{\gamma} \quad (15)$$

式中 $\boldsymbol{\gamma}$ 为闭链系统中除 LuGre 摩擦参数之外的动力学参数向量, $\mathbf{J}(\mathbf{q}_e, \dot{\mathbf{q}}_e, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ 为参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的回归阵. 我们用 $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ 来估计真实的机械臂参数 $\boldsymbol{\gamma}$, 则 (15) 式可写为:

$$\hat{\bar{\mathbf{H}}} \ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{\bar{\mathbf{C}}} \dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\bar{\mathbf{N}}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_e, \dot{\mathbf{q}}_e, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\boldsymbol{\gamma}} \quad (16)$$

其中 $\hat{\bar{\mathbf{H}}}$, $\hat{\bar{\mathbf{C}}}$, $\hat{\bar{\mathbf{N}}}$ 分别为 $\bar{\mathbf{H}}$, $\bar{\mathbf{C}}$ 和 $\bar{\mathbf{N}}$ 的估计. 根据 (8) 式和 (16) 式, 我们构造如下的含有 LuGre 摩擦补偿的闭链系统自适应控制律:

$$\boldsymbol{\tau}_a = (\mathbf{R}^T)^+ \mathbf{J} \hat{\boldsymbol{\gamma}} + \hat{\mathbf{f}}_{La} - (\mathbf{R}^T)^+ \mathbf{A}_2 \mathbf{s} \quad (17)$$

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{q}}_e(t) - \dot{\mathbf{q}}_r(t) \quad (18)$$

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = -\mathbf{A}_3 \mathbf{J}^T \mathbf{s} \quad (19)$$

其中 $\hat{\mathbf{f}}$ 为 LuGre 摩擦 f_{La} 的估计, $\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$ 为对角正定增益矩阵. \mathbf{s} 为实际速度和参考速度之差. 结合 (11) 式和 (12) 式, 得到:

$$\hat{\mathbf{f}}_{La} = \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{a0} + \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{a1} + \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\boldsymbol{\sigma}} \quad (20)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}}_{a0} = \dot{\mathbf{q}}_a - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a0} - \mathbf{A}_4 \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}}_{a1} = \dot{\mathbf{q}}_a - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1} + \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{a0} = -\mathbf{A}_6 \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{a1} = -\mathbf{A}_7 \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (24)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}_{a2} = -\mathbf{A}_8 \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (25)$$

其中 $\mathbf{A}_4, \mathbf{A}_5, \mathbf{A}_6, \mathbf{A}_7, \mathbf{A}_8$ 均为对角正定增益矩阵.

定理 1 将自适应控制律 (17) 式结合闭链系统动力学方程 (8) 式, 在给定期望轨迹具有两阶连续导数的情况下, 末端位置和速度会收敛到目标轨迹和目标速度, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_e(t) = \mathbf{q}_d(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{q}}_e(t) = \dot{\mathbf{q}}_d(t)$.

证明:

结合 (17) 式和 (8) 式:

$$\bar{\mathbf{H}}(\dot{\mathbf{s}} + \dot{\mathbf{q}}_r) + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{s} + \dot{\mathbf{q}}_r) + \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{R}^T ((\mathbf{R}^T)^+ \mathbf{J} \hat{\boldsymbol{\gamma}} -$$

$$(\mathbf{R}^T)^+ \mathbf{A}_2 \mathbf{s} + \hat{\mathbf{f}}_{La} - \mathbf{f}_{La} \Rightarrow \mathbf{J} \tilde{\boldsymbol{\gamma}} - \mathbf{A}_2 \mathbf{s} + \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{f}}_{La} = \bar{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{C}} \mathbf{s} \quad (26)$$

式中 $\tilde{\boldsymbol{\gamma}} = \hat{\boldsymbol{\gamma}} - \boldsymbol{\gamma}$ 为机械臂动力学参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的估计误差,

$\tilde{\mathbf{f}}_{La}$ 为 LuGre 摩擦 \mathbf{f}_{La} 的估计误差,且

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_{La} = & \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0} + \text{diag}(\tilde{\mathbf{z}}_{a0}) \boldsymbol{\sigma}_{a0} + \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \\ & \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1} - \text{diag}(\boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a1}) \boldsymbol{\sigma}_{a1} + \\ & \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2} \end{aligned} \quad (27)$$

在期望位置,期望速度有界的情况下,为证明控制的有效性,我们构造 Lyapunov 函数:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \quad (28)$$

其中

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^T \mathbf{A}_3^{-1} \tilde{\boldsymbol{\gamma}} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_2 = & \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{z}}_{a0}^T \mathbf{A}_4^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_0) \tilde{\mathbf{z}}_{a0} + \tilde{\mathbf{z}}_{a1}^T \mathbf{A}_5^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_1) \tilde{\mathbf{z}}_{a1}) + \\ & \frac{1}{2} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_0^T \mathbf{A}_6^{-1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^T \mathbf{A}_7^{-1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^T \mathbf{A}_8^{-1} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2) \end{aligned} \quad (30)$$

对(29)式求导得:

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{s}} + \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^T \mathbf{A}_3^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\gamma}}} \quad (31)$$

式中 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\gamma}}} = \dot{\hat{\boldsymbol{\gamma}}} - \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \dot{\hat{\boldsymbol{\gamma}}}$, 结合(19)式和(26)式可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_1 = & \mathbf{s}^T \mathbf{J} \tilde{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{f}}_{La} - \mathbf{s}^T \mathbf{A}_2 \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T (\bar{\mathbf{H}} - 2\bar{\mathbf{C}}) \mathbf{s} - \\ & \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^T \mathbf{J}^T \mathbf{s} \end{aligned} \quad (32)$$

由性质5知 $\mathbf{s}^T (\bar{\mathbf{H}} - 2\bar{\mathbf{C}}) \mathbf{s} = 0$, 且有 $\mathbf{s}^T \mathbf{J} \tilde{\boldsymbol{\gamma}} = \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^T \mathbf{J}^T \mathbf{s}$, 因此

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{f}}_{La} - \mathbf{s}^T \mathbf{A}_2 \mathbf{s} \quad (33)$$

结合(26)式可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_1 = & \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0} + \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \\ & \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1} + \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2} + \\ & \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\tilde{\mathbf{z}}_{a0}) \boldsymbol{\sigma}_{a0} - \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a1}) \\ & \boldsymbol{\sigma}_{a1} - \mathbf{s}^T \mathbf{A}_2 \mathbf{s} \end{aligned} \quad (34)$$

对(30)式求导得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2 = & \tilde{\mathbf{z}}_{a0}^T \mathbf{A}_4^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a0}) \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{a0} + \tilde{\mathbf{z}}_{a1}^T \mathbf{A}_5^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a1}) \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{a1} + \\ & \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0}^T \mathbf{A}_6^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_{a0} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1}^T \mathbf{A}_7^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_{a1} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2}^T \mathbf{A}_8^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_{a2} \end{aligned} \quad (35)$$

其中

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{a0} = \dot{\hat{\mathbf{z}}}_{a0} - \dot{\mathbf{q}}_a + \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a0} - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a0},$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_{a1} = \dot{\hat{\mathbf{z}}}_{a1} - \dot{\mathbf{q}}_a + \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1} - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a1},$$

结合(18)式和(19)式可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2 = & -\tilde{\mathbf{z}}_{a0}^T \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a0}) \mathbf{R} \mathbf{s} - \\ & \tilde{\mathbf{z}}_{a0}^T \mathbf{A}_4^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a0}) \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a0} + \\ & \tilde{\mathbf{z}}_{a1}^T \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a1}) \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{R} \mathbf{s} - \\ & \tilde{\mathbf{z}}_{a1}^T \mathbf{A}_5^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a1}) \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a1} - \\ & \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0}^T \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \mathbf{R} \mathbf{s} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \\ & \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \mathbf{R} \mathbf{s} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{R} \mathbf{s} \end{aligned} \quad (36)$$

对(28)式求导得:

$$\dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{V}}_1 + \dot{\mathbf{V}}_2 \quad (37)$$

对应(34)式和(36)式各项,有如下关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0} &= \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0}^T \text{diag}(\hat{\mathbf{z}}_{a0}) \mathbf{R} \mathbf{s}, \\ \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1} &= \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a - \\ & \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \hat{\mathbf{z}}_{a1}) \mathbf{R} \mathbf{s}, \\ \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2} &= \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2}^T \text{diag}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{R} \mathbf{s}, \\ \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\tilde{\mathbf{z}}_{a0}) \boldsymbol{\sigma}_{a0} &= \tilde{\mathbf{z}}_{a0}^T \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a0}) \mathbf{R} \mathbf{s}, \\ \mathbf{s}^T \mathbf{R}^T \text{diag}(\boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a1}) \boldsymbol{\sigma}_{a1} &= \\ & \tilde{\mathbf{z}}_{a1}^T \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a1}) \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \mathbf{R} \mathbf{s}, \\ \tilde{\mathbf{z}}_{a0}^T \mathbf{A}_4^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a0}) \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a0} &\geq 0, \\ \tilde{\mathbf{z}}_{a1}^T \mathbf{A}_5^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}_{a1}) \boldsymbol{\Theta}(\dot{\mathbf{q}}_a) \tilde{\mathbf{z}}_{a1} &\geq 0 \end{aligned}$$

最终我们有:

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -\mathbf{s}^T \mathbf{A}_2 \mathbf{s} \leq 0 \quad (38)$$

由于我们构造的 Lyapunov 函数 \mathbf{V} 的下界为零, 且对于任何非零 \mathbf{s} 单调递减, 当时间趋于无穷大时, 控制器跟踪项 \mathbf{s} , 动力学参数估计误差 $\tilde{\boldsymbol{\gamma}}$, LuGre 摩擦参数估计误差 $\tilde{\mathbf{z}}_{a0}$, $\tilde{\mathbf{z}}_{a1}$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0}$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1}$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2}$ 均趋近于零, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{ \mathbf{s}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}, \tilde{\mathbf{z}}_{a0}, \tilde{\mathbf{z}}_{a1}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a0}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a1}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{a2} \} = \mathbf{0} \quad (39)$$

根据式(12)式和(18)式

$$\mathbf{s} = \dot{\hat{\mathbf{q}}} + \mathbf{A}_2 \tilde{\mathbf{q}} \quad (40)$$

由上式可知, \mathbf{s} 收敛于零能够保证位置跟踪误差 $\tilde{\mathbf{q}}$ 和速度跟踪误差 $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$ 也收敛于零, 因此上述自适应控制器保证了并联机械臂系统信号跟踪误差的全局收敛性. 定理1证毕.

3 算例

3.1 数值算例模型及参数

为验证带有 LuGre 摩擦补偿的自适应控制算法的控制性能,本文以带有一条冗余主动支链的平面 3-RRR 并联机械臂为例进行数值计算,平面 3-RRR 并联机械臂的每一条支链都有一个主动的 R 副,末端有沿 x 轴和沿 y 轴的两平面自由度,因此有一条冗余主动支链.其开链系统和闭链系统模型示意图分别如图(3)和图(4)所示:

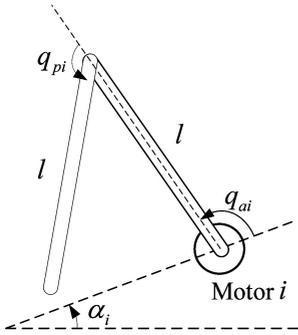


图3 平面 3RRR 并联机械臂开链系统示意图

Fig.3 Diagram of the open-chain of 3RRR parallel manipulators

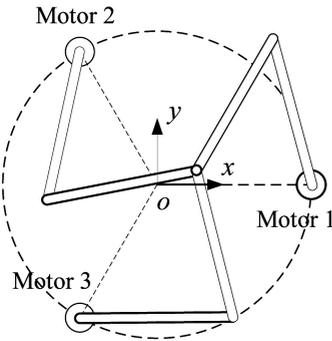


图4 平面 3RRR 并联机械臂闭链系统示意图

Fig.4 Diagram of the close-chain of 3RRR parallel manipulators

开链系统如图(3)所示,数值算例在初始时刻等间距布置三个电机,两臂的长度 $l_1 = l_2 = l$,质量分别为 m_1 和 m_2 ,广义坐标为 $q_i = [q_{ai}, q_{pi}]^T$ ($i = 1, 2, 3$),由于是平面问题,不考虑重力影响,开链系统的质量阵 H 和科氏阵 C 分别为:

$$H_i = \begin{bmatrix} \gamma_1 + 2\gamma_2 \cos q_{pi} & \gamma_3 + \gamma_2 \cos q_{pi} \\ \gamma_3 + \gamma_2 \cos q_{pi} & \gamma_2 \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} -\gamma_2 \sin q_{pi} \dot{q}_{pi} & -\gamma_2 \sin q_{pi} (\dot{q}_{ai} + \dot{q}_{pi}) \\ \gamma_2 \sin q_{pi} \dot{q}_{ai} & 0 \end{bmatrix}$$

本算例中三条开链机械臂的自适应更新的物理参

数为 $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}^T$,其中 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 分别为:

$$\gamma_1 = I_{z1} + I_{z2} + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2),$$

$$\gamma_2 = m_2 l_1 r_2,$$

$$\gamma_3 = I_{z2} + m_2 r_2^2,$$

$$I_{z1} = \frac{1}{12} m_1 l_1^2,$$

$$I_{z2} = \frac{1}{12} m_2 l_2^2$$

其中 I_{z1} 和 I_{z2} 分别为两臂的转动惯量, r_1 和 r_2 满足 $r_1 = \frac{1}{2} l_1, r_2 = \frac{1}{2} l_2$.闭链系统如图(4)所示,广义坐标

为 $q = [q_{a1}, q_{p1}, q_{a2}, q_{p2}, q_{a3}, q_{p3}]^T$,末端坐标为 $q_e = [x, y]^T$.数值算例中机械臂参数和伺服电机内部 LuGre 摩擦参数^[16,17]的选择如表(1)所示:

表1 数值算例参数表

Table 1 Parameters of simulation

name	value	name	value
m_1 (Kg)	1	σ_2 (Nms/rad)	0.2
m_2 (Kg)	2	v_s (rad/s)	0.01
l (m)	0.2	f_s (Nm)	0.005
σ_0 (Nms/rad)	20	f_e (Nm)	0.0065
σ_1 (Nms/rad)	0.1	—	—

I 为单位矩阵,算例中各正定增益矩阵 $\Lambda_1 = 5I, \Lambda_2 = 50I, \Lambda_3 = \Lambda_4 = \Lambda_5 = \Lambda_6 = \Lambda_7 = \Lambda_8 = 5I$.

3.2 算例结果

在本节中我们分别采用不具有摩擦补偿的自适应控制律和(14)式所示的带有 LuGre 摩擦补偿的自适应控制律进行数值计算,并对比在两种不同自适应控制律下系统的位置响应,速度响应和运动轨迹的区别.数值结果中带有 LuGre 摩擦补偿的自适应控制用 ACFC (Adaptive Control with Friction Compensation) 表示;不具有摩擦补偿的自适应控制用 AC (Adaptive Control) 表示;跟踪信号 LS (leading Signal) 表示.算例给出跟踪信号 LS,通过对比在 ACFC 控制和 AC 控制下,末端分别对位置信号、速度信号和轨迹信号的跟踪情况,反映两种控制策略的跟踪性能.最后得到两种控制策略的位置响应、速度响应的数值结果分别如图(5)和图(6)所示,分别给出 ACFC 控制和 AC 控制下末端前四个周期运动轨迹的响应,运动轨迹响应的数值结果如图(7)所示.

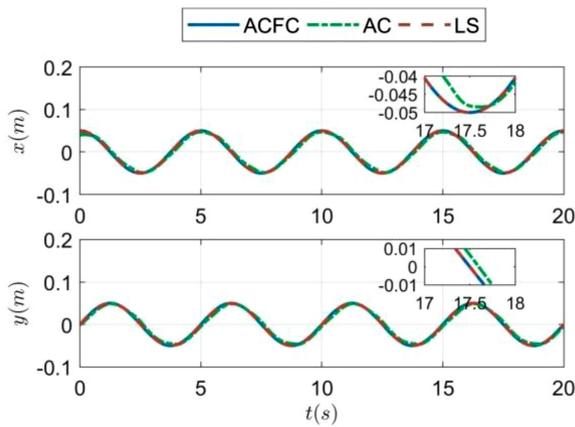


图5 两种不同自适应控制策略的位置响应

Fig.5 Position response under two different adaptive control strategies

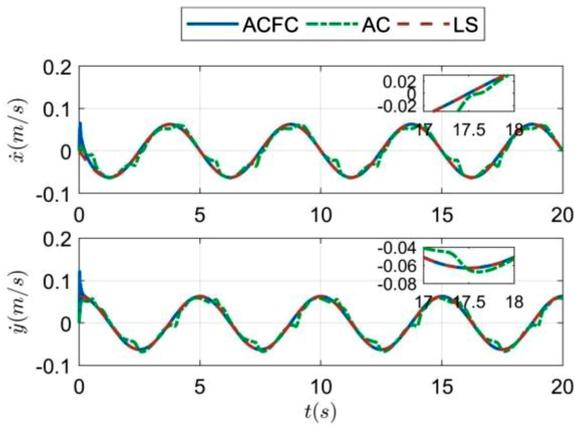


图6 两种不同自适应控制策略的速度响应

Fig.6 Velocity response under two different adaptive control strategies

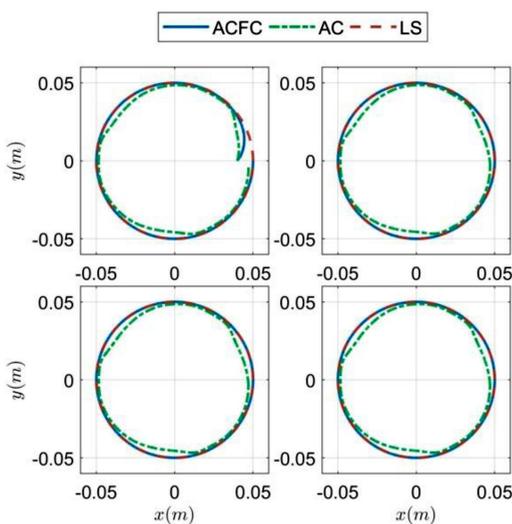


图7 两种不同自适应控制策略的运动轨迹响应

Fig.7 Trajectory response under two different adaptive control strategies

4 结论

本文构造了考虑 LuGre 摩擦模型的并联机械

臂系统自适应控制算法.首先建立了含有 LuGre 摩擦的并联机械臂系统的动力学模型,在此基础上设计了带有摩擦补偿的自适应控制律,最后给出了平面 3-RRR 并联机械臂的数值算例.通过本文研究,可得出如下结论:

1) 针对含有 LuGre 摩擦效应的控制问题,不具有摩擦补偿的自适应控制策略效果较差,其位置跟踪误差和速度跟踪误差始终较大;

2) 考虑 LuGre 摩擦补偿的自适应控制具有较高的跟踪精度,在一段短暂的初始自适应过程后,并联机械臂末端能够精确的跟踪到给定信号,其位置响应、速度响应和运动轨迹也与给定信号具有较高的一致性.

参 考 文 献

- 1 Anli E. The stewart platform mechanism-a review. *Most*, 2004, 35: 15~40
- 2 Cheng H, Yiu YK, Li Z X. Dynamics and control of redundantly actuated parallel manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2004, 8(4): 483~491
- 3 王晓光,王义龙,林麒,等.风洞试验绳牵引并联机器人高精度控制仿真. *动力学与控制学报*, 2016, 14(5): 475~480 (Wang X G, Wang Y L, Lin L, et al, High precision control simulation of wind tunnel test rope traction parallel robot. *Journal of Dynamics and Control*, 2016, 14(5): 475~480(in Chinese))
- 4 Gosselin C, Schreiber L T. Redundancy in parallel mechanisms: A Review. *Applied Mechanics Reviews*, 2018, 70(1): 010802
- 5 O'Brien J F, Wen J T. Redundant actuation for improving kinematic manipulability. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2003: 1520~1525
- 6 Ruiz A G, Santos J C, Croes J, et al. On redundancy resolution and energy consumption of kinematically redundant planar parallel manipulators. *Robotica*, 2018, 36(6): 809~821
- 7 Transactions I, Robotics automation O N. Dynamics Computation. *IEEE Transactions on Robotics*, 1989, 5(3): 294~302
- 8 Liu G F, Wu Y L, Wu X Z, et al. Analysis and control of redundant parallel manipulators. In: *Proceeding-IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2001, 4: 3748~3754
- 9 Jin Q, Chen W. Adaptive control of 6-DOF parallel manipulator. In: *Proceeding of the 30th Chinese Control Conference*, 2011: 2440~2445
- 10 Olsson H, Åström K J. Friction generated limit cycles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2001, 9

- (4):629~636
- 11 Sun Y H, Sun Y, Wu C Q, et al. Stability analysis of a controlled mechanical system with parametric uncertainties in LuGre friction model. *International Journal of Control*, 2018, 91(4):770~784
 - 12 Yuan W H, Tsai M S. A novel approach for forward dynamic analysis of 3-PRS parallel manipulator with consideration of friction effect. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2014, 30(3):315~325
 - 13 王晓军, 王琪, 庄方方. 含摩擦滑移铰及驱动约束多刚体系统数值算法. *动力学与控制学报*, 2014, 12(4):335~340 (Wang X J, Wang Q, Zhuang F F. Numerical algorithm for multi-rigid-body systems with friction-slip hinges and driving constraints. *Journal of Dynamics and Control*, 2014, 12(4):335~340 (in Chinese))
 - 14 Dahl P R. Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 2008, 14(12):1675~1682
 - 15 Haessig D A, Friedland B. On the modeling and simulation of friction. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 2008, 130(3):354
 - 16 De Wit C C, Olsson H, Astrom K J, et al. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(3):419~425
 - 17 Huang J, Zhang X H, Wang G, et al. Adaptive friction compensation of electromechanical servo system based on LuGre model. In: *Proceeding 13th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 2018: 2596~2600
 - 18 赵金生, 张帆, 刘品宽. 基于 LuGre 模型的直线电机摩擦参数辨识和补偿. *机电一体化*, 2016, 22(10):13~17 (Zhao J S, Zhang F, Liu P K. Friction identification and compensation based on the luGre model. *Mechatronics*, 2016, 22(10):13~17 (in Chinese))
 - 19 Jiang N J, Xu J, Zhang S. Distributed adaptive synchronization control with friction compensation of networked large systems. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2018, 16(3):1038~1048
 - 20 Wang J, Liu N C, Chen J L, et al. Adaptive control of servo system based on LuGre model. *IOP Conference Series Materials Science Engineering*, 2018, 339(1):012006
 - 21 Wang X J, Wang S P. High performance adaptive control of mechanical servo system with LuGre friction model: identification and compensation. *Journal Dynamic Systems Measurement and Control*, 2012, 134(1):011021
 - 22 Slotine J J E, Li W P. Adaptive manipulator control a case study. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(11):995~1003

ADAPTIVE CONTROL OF PARALLEL MANIPULATORS WITH LUGRE FRICTION COMPENSATION

Guo Dingxu Jiang Naijing Zhang Shu[†] Xu Jian

(School of aerospace engineering and applied mechanics, Tongji University, Shanghai 200082, China)

Abstract The adaptive control of parallel manipulators with LuGre friction compensation was investigated. Firstly, the LuGre friction model was introduced to the dynamic model of parallel manipulators in order to describe the friction behavior within the servo joints. Secondly, the adaptive control algorithm with dynamic friction compensation was constructed, and the availability of the control algorithm was proved by Lyapunov theorem. Finally, a simulation example of a planar 3-RRR parallel manipulator was given to verify the effectiveness of the proposed control algorithm and the necessity of the LuGre friction compensation.

Key words parallel manipulator, LuGre friction model, adaptive control, Lyapunov method

Received 12 April 2019, revised 16 May 2019.

* The project supported by the National Key Research and Development Project, China (No. 2018YFC2001500) and the National Natural Science Foundation of China (91748205, 11772229).

[†] Corresponding author E-mail: zhangshu@tongji.edu.cn