

# 火星探测器制捕获多目标优化策略<sup>\*</sup>

刘博<sup>1†</sup> 王云财<sup>2</sup> 张松涛<sup>2</sup> 韩柠<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学 空天科学学院, 长沙 410073) (2. 北京控制与电子技术研究所, 北京 100038)

**摘要** 本文提出了一种基于动态加权算法的火星探测器制捕获多目标优化策略, 该策略在火星探测器制捕获过程中同时考虑制动目标轨道精度和燃料消耗, 相对于传统的捕获策略, 具有同等运算量下更易收敛到最优解的优势。本文以制动推力方向沿火星探测器速度反向的制捕获方法为例, 首先, 描述了有限推力下火星探测器的制捕获问题, 然后, 针对优化模型的非线性动态耦合特性, 研究了基于自适应参数调整的动态 PSO 算法, 最后, 应用动态 PSO 算法和动态加权算法, 设计了火星探测器制捕获多目标优化策略。仿真分析表明, 相比于传统的单目标优化策略, 本文设计的火星探测器制捕获多目标优化策略, 不仅能够满足精度要求, 而且更容易得到燃料相对最优值, 减少燃料消耗。因此具有一定的研究和应用价值。

**关键词** 多目标优化, 动态加权, 自适应, 粒子群, 火星探测, 制捕获

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-032

## 引言

火星探测器的制捕获是火星探测的关键步骤之一, 也是整个火星探测过程中的技术难题。我国已经逐步开展自主探测火星任务, 捕获过程中的很多问题都有待作进一步的研究<sup>[1-4]</sup>。火星探测器制捕获轨道的设计, 会直接影响到整个火星探测器的总体设计以及探测任务的规划。例如, 发射窗口的确定、中途修正的目标参数的选择, 捕获时燃料消耗及捕获后目标轨道的确定等。同时, 火星探测器可携带的燃料有限, 捕获过程中也存在各种约束, 因此, 综合考虑各种因素的火星探测器制捕获参数优化策略, 对火星探测任务的总体设计具有重要的参考和指导意义。

国外利用优化算法, 对行星探测器的捕获问题设计和优化的理论研究已经成熟<sup>[5-9]</sup>, 而且相关技术已经在工程实践中得到应用, 但是公开的文章和资料很少。随着我国火星探测等一系列深空探测任务的逐步开展, 国内很多专家学者对深空探测轨道设计进行了大量的研究, 李军锋等人对比分析了有限推力模型下推力惯性定向、推力速度反向、推力匀速转动三种火星探测捕获策略; 张旭辉<sup>[10]</sup>等人

研究了大推力、有限推力和引力甩摆三种火星探测轨道动力策略; 盛伟强<sup>[11]</sup>研究了火星探测器近火点捕获制动以及姿态轨道耦合控制等问题; 李爽<sup>[12]</sup>等人系统地总结了火星进入、下降和着陆的导航制导与控制技术的历史与现状, 对各种已有的技术进行了比较分析。但是国内尚无涉及火星探测器制捕获的多目标优化。

本文基于有限推力模型, 结合推力方向沿速度反向的捕获方式, 采用动态加权的策略, 研究了综合考虑目标轨道约束和燃料消耗的火星探测器制捕获多目标优化策略, 对火星探测器捕获过程设计具有一定的意义。

## 1 有限推力下的火星探测器制捕获模型

火星探测器制捕获阶段是指从火星探测器进入火星影响球开始, 到制捕获发动机工作结束关机, 探测器进入到预定轨道的阶段, 在此过程中探测器的轨道由双曲线轨道变为椭圆或圆形轨道。火星探测器制捕获过程示意图如图 1 所示。其中虚线代表火星探测器从火星影响球边界到制捕获发动机开始工作之前的运动轨迹; 粗实线代表制捕获发动机工作时的运动轨迹; 细实线代表制

2018-09-14 收到第 1 稿, 2018-10-24 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金(60904009)

† 通讯作者 E-mail: Jackyzst@126.com

捕获发动机工作结束后火星探测器的运动轨迹,即是制动捕获的目标轨道。火星探测器制动捕获问题可以简化为:在以火星为中心的引力场中,探测器仅在发动机反向推力作用下完成制动捕获的问题,即探测器自由飞行段仅受火星引力场的作用,在制动捕获段受发动机推力和火星引力场的共同作用。

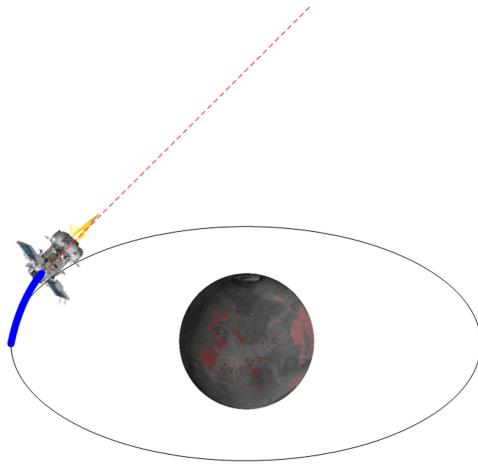


图1 火星探测器制动捕获示意图

Fig.1 Brake capture of Mars explorer

## 1.1 火星探测器制动捕获动力学方程

火星探测器的状态参数为位置  $\mathbf{r}$ 、速度  $\mathbf{v}$  和质量  $m$ ,则在推力沿速度反向的捕获策略中火星探测器制动捕获阶段满足动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{v}(t) \\ \dot{\mathbf{v}}(t) = -\mu \frac{\mathbf{r}(t)}{r^3(t)} - \frac{F}{m(t)} \frac{\mathbf{v}(t)}{|\mathbf{v}(t)|} \\ \dot{m} = -\frac{F}{I_{sp}g_0} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mu$  为火星的引力常数;  $F$  为发动机的推力大小;  $I_{sp}$  为发动机比冲;  $g_0$  为地球海平面的平均重力加速度,单位为国际单位制。当制动捕获发动机工作时,  $F$  为常值推力,当制动捕获发动机不工作时  $F=0$ 。

## 1.2 火星探测器制动捕获约束

假定整个火星探测器制动捕获过程的初始时刻为  $t_0$ ,终端时刻为  $t_f$ ,制动捕获过程中发动机的开机时刻为  $t_1$ ,开机时长为  $t_d$ ,则制动捕获过程的时间约束为:

$$\begin{cases} t_0 < t_1 < t_f < t_{max} \\ 0 < t_d < t_{dmax} \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $t_{max}$  为制动捕获过程所允许的最长时间(本文

中使用的是假设未捕获情况下,火星探测器进出火星影响球可能的最长时间);  $t_{dmax}$  为制动捕获发动机的最大开机时长,由制动捕获发动机的比冲和燃料的质量决定。

在  $t_0$  时刻,探测器完成了以太阳为中心的转移后到达火星影响球边界,此时,火星探测器相对于火星为双曲线轨道运动,如图 2 所示。

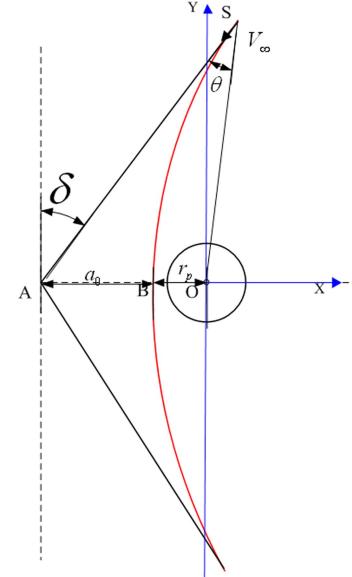


图2 进入火星双曲线轨道示意图

Fig.2 Mars explorer hyperbolic orbit

其中,  $V_\infty$  为火星探测器进入火星影响球边界的双曲线剩余速度,由发射窗口决定;  $r_p$  为探测器进入火星影响球边界的双曲线近火点半径,可根据需求在一定发射窗口内进行优化;由二体问题可得双曲线轨道的半长轴  $a_0$  和偏心率  $e_0$  为:

$$\begin{cases} a_0 = -\frac{\mu}{V_\infty^2} \\ e_0 = 1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu} \end{cases} \quad (3)$$

根据几何关系,初始时刻火星探测器状态参数约束为:

$$\begin{cases} r_x(t_0) = -R_{din} \cos(\theta + \psi) \\ r_y(t_0) = -R_{din} \sin(\theta + \psi) \\ r_z(t_0) = 0 \\ v_x(t_0) = -V_\infty \cos \psi \\ v_y(t_0) = -V_\infty \sin \psi \\ v_z(t_0) = 0 \\ m(t_0) = m_0 \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $R_{din}$  为火星影响球半径;  $m_0$  为火星探测器初始质量;  $\delta, \theta, \psi$  满足以下关系:

$$\begin{cases} \sin\delta = \frac{1}{e_0} \\ R_{din} = \frac{a_0 + r_p}{\sin\theta} \\ \sin\psi = \frac{a_0 + r_p}{\sin\theta} \end{cases} \quad (5)$$

终端时刻的约束为目标轨道的半长轴  $a$  和偏心率  $e$ , 设终端时刻的位置和速度参量分别为  $\mathbf{r}(t_f)$  和  $\mathbf{v}(t_f)$ , 由二体问题的能量积分和动量矩积分可得终端时刻约束为:

$$\begin{cases} \|\mathbf{v}(t_f)\|^2 - \frac{2\mu}{\|\mathbf{r}(t_f)\|} = -\frac{\mu}{a} \\ \|\mathbf{r}(t_f) \times \mathbf{v}(t_f)\| = \sqrt{\mu a(1-e^2)} \end{cases} \quad (6)$$

由式(1)~式(6)可知, 火星探测器制动捕获模型是一个复杂的具有多约束、非线性耦合特性的时变系统, 同时, 火星探测器的制动捕获不仅要满足工程约束, 而且要在保证可靠性的前提下尽量降低燃料消耗。因此, 火星探测器制动捕获优化是一个多约束、非线性的多目标时变优化系统<sup>[13-15]</sup>。

## 2 基于自适应参数调整的动态 PSO 算法

PSO 算法是一种基于群体智能的随机并行优化算法, 其思想来源于人工生命和演化计算理论。其算法简单、容易实现、设置参数少、收敛速度快, 而且不要求被优化函数可微、可导、连续, 在非线性时变系统的优化中已得到广泛研究和应用, 因此本文采用粒子群优化算法对火星探测器制动捕获过程进行优化。

PSO 算法的核心是粒子群的位置和速度更新方法:

$$\begin{cases} v_i(t+1) = \omega v_i(t) + c_1 \cdot rand_1 \cdot (p_g - x_i(t)) + \\ \quad c_2 \cdot rand_2 \cdot (p_g - x_i(t)) \\ x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t) \quad 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $N$  为粒子群规模;  $x_i(t)$ 、 $v_i(t)$  分别为当前时刻的位置和速度;  $p_g$  分别为当前时刻粒子最优位置和粒子群最优位置。 $\omega$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  分别为惯性系数、认知系数和社会学习系数;  $rand_1$ 、 $rand_2$  为  $[0, 1]$  的随机数。

利用粒子群优化算法进行优化时, 在初始阶段总是希望个体能在全局空间进行搜索寻优, 避免过早陷入局部值; 而在结束阶段能够提高算法局部空

间的收敛精度和速度, 有效地寻找全局最优值。

惯性权重  $\omega$  体现的是粒子继承先前速度的能力, 较大的惯性权重有利于全局搜索, 而较小的惯性权重更有利于局部搜索。因此采用线性递减惯性权重。

$$\omega = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \frac{k}{k_{\max}} \quad (8)$$

同样, 为了提高算法的性能, 更好地平衡全局搜索和局部搜索能力, 我们期望在粒子群优化算法的初始阶段, 应有大的“认知”部分和小的“社会”部分, 以利于算法在整个空间进行寻优搜索; 而在算法的后期阶段, 应有小的“认知”部分和大的“社会”部分, 更利于算法的收敛, 提高算法收敛速度和精度。

因此, 在粒子群优化过程中, 引入自适应学习因子  $c_1$  和  $c_2$ , 动态调整“认知”和“社会”部分, 不仅有利于算法收敛于全局最优解, 而且有利于提高算法的收敛精度和速度<sup>[16]</sup>:

$$\begin{cases} c_1(t) = (c_{\max} - c_{\min}) \frac{|f_a(t) - f_g(t)|}{|f_a(t) + f_g(t)|} \\ c_2(t) = (c_{\max} - c_{\min}) - c_1(t) \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $f_a(t)$  和  $f_g(t)$  分别为当前时刻粒子群的平均适应度和全局最优粒子的适应度。

## 3 火星探测器制动捕获多目标优化策略

假定目标轨道的近火点和远火点半径分别为  $r_{pc}$  和  $r_{af}$ , 该轨道参数需综合考虑燃料约束、捕获轨道的椭圆拱线方向约束以及轨道倾角、升交点赤经、近地点幅角、真近点角、半长轴、偏心率等约束在任务设计时确定。从  $t_0$  时刻开始火星探测器从火星影响球边界出发, 在  $t \in [0, t_1]$  的范围内按方程(1) ( $F=0$ ) 进行积分, 得到火星探测器在制动捕获发动机开机之前的状态; 在  $t \in [t_1, t_1+t_d]$  的范围内按照方程(1) ( $F=const$ ) 进行积分, 得到制动捕获发动机关机之后的状态, 并将其转化为轨道根数。如果轨道偏心率  $e \geq 1$ , 则表示制动捕获失败, 此时设误差函数为无穷大; 如果轨道偏心率  $e < 1$ , 则计算此时轨道的近火点半径  $r_{pf}$  和远火点半径  $r_{af}$ , 由此可得位置误差函数:

$$\Delta r = \begin{cases} \infty & e \geq 1 \\ |r_{pf} - r_{pc}| + |r_{af} - r_{ac}| & e < 1 \end{cases} \quad (10)$$

火星探测器制动捕获优化, 不仅要保证能够完成制动捕获任务, 而且要尽可能地节约燃料消耗,

因此,还要考虑制动捕获过程的燃料消耗  $\Delta m$ 。考虑到  $\Delta r$  和  $\Delta m$  物理特性的不同,本文采用终端位置误差  $\Delta r$  和燃料消耗  $\Delta m$  动态加权作为优化的目标,目标函数为:

$$OBJ = \frac{\Delta r}{r_0(t)} + \frac{\Delta m}{m_0} \quad (11)$$

其中,  $\Delta r$  为终端轨道参数和目标轨道参数的位置误差,  $\Delta m$  为制动捕获过程中燃料消耗量,  $r_0(t)$  为位置误差的归一化参数, 是待优化变量。

因此,在推力沿速度反向的制动捕获方案中,需要优化的变量有: 制动捕获发动机开机时刻  $t_1$  和开机时长  $t_d$ , 火星探测器进入火星影响球边界时的双曲线近火点半径  $r_p$  以及位置误差归一化参数  $r_0(t)$ , 各参数的取值范围为:

$$\begin{cases} r_p \in [r_{p\min}, r_{p\max}] \\ t_1 \in [0, t_{\max}] \\ t_d \in [0, t_{d\max}] \\ r_0(t) \in [0, r_{0\max}] \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $r_{p\min}$ 、 $r_{p\max}$  分别为进入火星影响球边界时双曲线轨道近火点半径的最小值和最大值,  $r_{0\min}$ 、 $r_{0\max}$  分别为位置误差归一化参数的最小值和最大值。

由此可得火星制动捕获多目标优化模型, 其中自适应动态 PSO 算法的粒子维数  $D=4$ , 分别对应发动机开始时刻  $t_1$  等 4 个需要优化的变量。

## 4 仿真及分析

系统仿真参数设置如表 1 所示, 自适应动态 PSO 算法参数设置如表 2 所示。

表 1 系统仿真参数

Table 1 Simulation Parameter

Simulation Parameter	
$m_0 = 5000\text{kg}$	$\mu = 42828.4\text{km}^3/\text{s}^2$
$F = 3000\text{N}$	$I_{sp} = 312\text{s}$
$R_{din} = 577000\text{km}$	$r_{mars} = 3395.0\text{km}$
$t_{\max} = 320100\text{s}$	$t_{d\max} = 3500\text{s}$
$[r_{p\min} = 3395\text{km} \quad r_{p\max} = 8395\text{km}]$	$[r_{0\min} = 1\text{km} \quad r_{0\max} = 10000\text{km}]$

表 2 自适应动态 PSO 算法参数

Table 2 Adaptive PSO parameters

Adaptive PSO parameters		
$N = 200$	$\omega_{\max} = 0.9$	$\omega_{\min} = 0.4$
$M = 10000$	$c_{\max} = 2.5$	$c_{\min} = 0.5$

假定火星探测器进入火星影响球的剩余速度

为  $V_\infty = 3.55\text{km/s}$ , 目标轨道的近火点和远火点半径分别为  $r_{pe} = 3995.0\text{km}$  和  $r_{ae} = 103395.0\text{km}$ 。分别采用单目标优化(目标函数为位置误差)和多目标动态优化(目标函数为位置误差和燃料消耗的动态加权)策略进行 100 次优化实验, 燃料消耗统计结果如表 3 所示, 目标轨道捕获精度和燃料消耗如图 3 所示。

表 3 单目标优化和多目标优化算法性能对比

Table 3 Single objective optimization and multi-objective optimization

	Min/kg	Max/kg	Mean/kg	SD
Single objective optimization	1896.5	2592.2	2446.8	141.4
Multi-objective optimization	1771.5	2378.0	1848.1	144.1

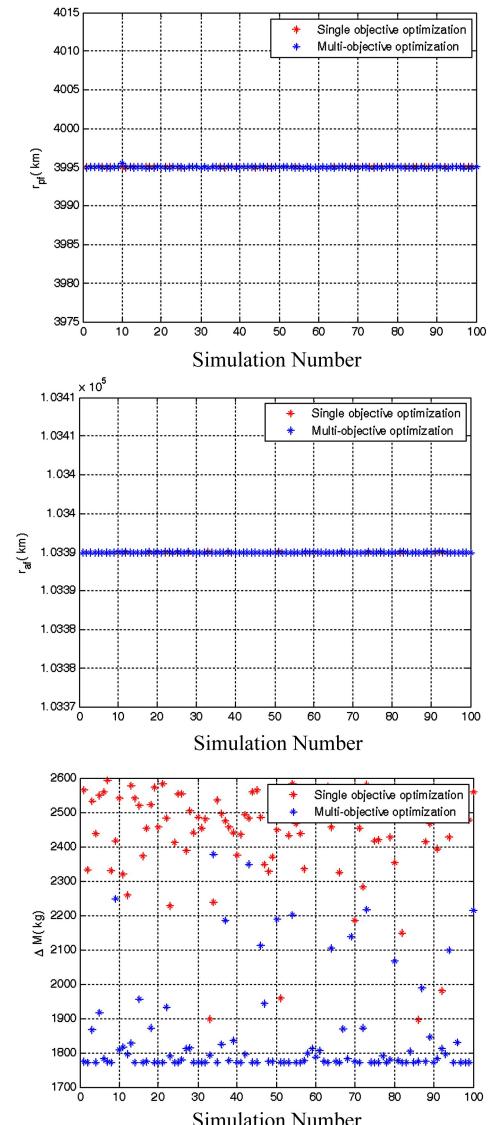


图 3 多目标动态优化和单目标优化结果对比

Fig.3 Single objective optimization and multi-objective optimization

由表3和图3可知,在同等条件下,多目标优化策略由于在优化过程中把燃料消耗作为目标函数的一部分,因此,优化结果不仅能够满足制动目标轨道精度的要求,而且制动过程中的燃料消耗也能达到相对最优,即多目标动态优化策略能够同时实现制动目标轨道精度和燃料消耗的相对最优。

利用多目标优化策略得火星探测器制动捕获过程中发动机开机时刻  $t_1 = 158534.75\text{s}$ , 开机时长  $t_d = 1806.83\text{s}$ , 双曲线近火点半径  $r_p = 4120.78\text{km}$ , 燃料消耗  $\Delta m = 1771.46\text{kg}$ 。火星探测器制动捕获前后的轨道参数如表4所示,火星探测器运动轨迹如图4所示。

表4 火星探测器制动捕获前后轨道参数

Table 4 Orbital elements before and after capture

Orbital elements	Before capture	After capture	Perfect capture
$a(\text{km})$	3438.9	53695.0	53695.0
$e(\text{km})$	2.202170	0.925598	0.925598
$r_p(\text{km})$	4134.2	3995.0	3995.0
$r_a(\text{km})$	—	103395.0	103395.0

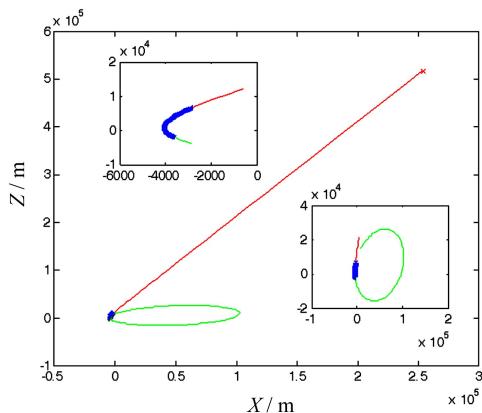


图4 火星探测器制动捕获运动轨迹

Fig.4 Trajectory of optimal capture

根据以上仿真和分析可得,基于动态加权的火星探测器制动捕获多目标优化策略,能够同时保证制动目标轨道精度和制动过程中燃料消耗的相对最优,从而在满足制动目标轨道精度要求的前提下,得到燃料消耗的相对最优值,减少系统的燃料消耗。

## 5 结论和展望

本文对有限推力下火星探测器的制动捕获优化问题进行了研究,提出了基于动态加权算法的火星探测器制动捕获多目标优化策略。仿真分析表

明,本文提出的多目标优化策略能够实现目标轨道精度要求和燃料消耗的同时优化,具有较高的研究应用价值。

本文在考虑入轨精度时仅考虑了理想制动捕获的工况,验证了多目标优化策略的合理性和正确性,后续重点考虑该多目标优化策略针对初始轨道和速度误差、火星系摄动、发动机推力误差、姿态敏感误差、姿态轨道控制误差的鲁棒性,从而推动火星探测器制动捕获多目标优化策略的工程化应用。

## 参考文献

- 李军锋,龚胜平. 有限推力模型火星探测捕获策略分析. 中国科学:物理学 力学 天文学, 2013, 43(6): 781~786 (Li J F, Gong S P. Analysis of capture strategies for Mars explorer with finite-thrust. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2013, 43 (6): 781 ~ 786 (in Chinese))
- 陈杨,赵国强,宝音贺西等. 精确动力学模型下的火星探测轨道设计. 中国空间科学技术, 2011, 31(2): 8~15 (Chen Y, Zhao G Q, BaoYin H X, et al. Orbit design for Mars exploration by the accurate dynamic model. *Chinese Space Science and Technology*, 2011, 31(2): 8~15 (in Chinese))
- 贾贺,荣伟. 火星探测器减速着陆技术分析. 航天返回与遥感, 2010, 31(3): 6~14 (Jia H, Rong W. Mars exploration deceleration landing technology analysis. *Spacecraft Recov Remote Sens*, 2010, 31 (3): 6 ~ 14 (in Chinese))
- 闵学龙,潘腾,郭海林. 火星探测器使命轨道捕获策略研究. 航天器工程, 2008, 17(6): 39~43 (Min X L, Pan T, Guo H L. Analysis of orbit capture method for mars vehicle. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2008, 17(6): 39~43 (in Chinese))
- Bruce Conway. *Spacecraft trajectory optimization*. New York:Cambridge University Press, 2010
- Ranieri C L, Ocampo C A. Indirect optimization of spiral trajectories. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(6): 1360~1366
- Pontani M, Conway B A. Particle swarm optimization applied to space trajectories. *Journal of Guidance Control , and Dynamics*, 2010, 33(5): 1429~1441
- Moin P. *Fundamentals of engineering numerical analysis*. Cambridge University Press, 2010

- 9 Garg D A, Hager W W, Rao A V. Pseudospectral methods for solving infinitehorizon optimal control problems. *Automatica*, 2011, 47(4): 829~837
- 10 张旭辉, 刘竹生. 火星探测器轨道设计与优化技术. 导弹与航天运载技术, 2008, 2: 15~23 (Zhang X H, Liu Z S. Trajectory design and optimization of Mars satellite. *Missiles Space Vehicles*, 2008, 2: 15~23 (in Chinese))
- 11 盛伟强. 火星近火点捕获制动姿轨一体化控制 [硕士学位论文]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2015 (Sheng W Q. Study on coupling control of attitude and orbit for Mars orbit insertion at periareon [Master Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015 (in Chinese))
- 12 李爽, 彭玉明, 陆宇平. 火星 EDL 导航、制导与控制技术综述与展望. 宇航学报, 2010, 31(3): 621~627 (Li S, Peng Y M, Lu Y P. Review and prospect of Mars EDL navigation guidance and control technologies. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(3): 621~627)
- 13 Nilsen E, Whetsel C, Mattingly R, et al. Mars Sample Return campaign status. In: IEEE Aerospace Conference, IEEE, 2012: 1~7
- 14 Kumar S. Indian Mars craft prepares for orbit. *Nature*, 2014, 513(7518): 291~291
- 15 Ulybyshev Y. Continuous thrust orbit transfer optimization using large-scale linear programming. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2012, 30(2): 427~436
- 16 王改堂, 李平, 苏成利. 基于自适应变异的动态粒子群优化算法. 科技通报, 2010, 26(5): 657~661 (Wang G T, Li P, Su C L. Dynamic particle swarm optimization algorithm based on adaptive mutation. *Bulletin of Science and Technology*, 2010, 26(5): 657~661 (in Chinese))

## MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION STRATEGY FOR BRAKE CAPTURE OF MARS EXPLORER<sup>\*</sup>

Liu Bo<sup>1†</sup> Wang Yuncai<sup>2</sup> Zhang Songtao<sup>2</sup> Han Ning<sup>2</sup>

(1. National University of Defense Technology, College of Aerospace Science and Engineering, Changsha 410073, China)

(2. Beijing Institute of Control & Electronic Technology, Beijing 100038, China)

**Abstract** A multi-objective optimization strategy based dynamic weighting algorithm is proposed in this paper for the optimal brake capture accomplished by a mars explorer to achieve the targeted parking orbit with minimal fuel consumption. Comparing with the conventional single objective optimization strategy, a key advantage of the developed multi-objective optimization formulation is that it considers the fuel consumption as well as the targeting accuracy simultaneously to achieve the optimization likely. The dynamical model of mars explorer is established where the direction of finite-thrust is contrary to its velocity. Then, focusing on the improvement of particle swarm optimization (PSO) performance, adaptive PSO technique with dynamically adjusting parameters is presented to address the particular challenges posed by the optimization design of complex dynamic system with highly nonlinear coupling. What's more, the dynamic weighting strategy along with the adaptive PSO is applied on the multi-objective optimization between fuel consumption and targeting accuracy. The multi-objective optimization strategy demonstrates a higher probability of seeking less fuel consumption than comparable conventional single objective optimization strategy when the targeting accuracy is in conformity with the requirement. Thus it has remarkable application value in actual projects.

**Key words** multi-objective optimization, dynamic weighting, adaptive control, particle swarm optimization (PSO), brake capture, mars exploration

Received 14 September 2018, revised 24 October 2018.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(60904009).

† Corresponding author E-mail: Jackyzst@126.com