

二维光子晶体传输特性的时域精细积分法*

杨红卫[†] 彭硕 高冉冉

(北京工业大学 应用数理学院, 北京 100124)

摘要 本文研究了二维光子晶体的时域精细积分法, 并对其精度、效率、以及稳定性进行分析. 从麦克斯韦方程的微分形式出发, 利用 Yee 元胞将空间微分算子近似为差分算子, 结合边界条件及激励源的表达式得到一组关于时间的常微分方程. 对时间进行精细划分, 使用精细积分算法求解常微分方程组. 结合通解与激励源的特解得到光子晶体两端的反射场及透射场分布, 进而通过傅里叶变换求得二维光子晶体的传输特性. 数值算例表明, 本文方法具有准确、稳定、高效的特点.

关键词 二维光子晶体, 光子带隙, 时域精细积分法, 时域有限差分法, 传输特性

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-024

引言

光子晶体是一种介电常数在空间呈周期性排列的人造材料, 其最基本特征是具有光子带隙, 即一定频率范围内的电磁波在某些方向或全部方向被禁止传播^[1,2]. 光子晶体按照空间维度可分为一维、二维和三维光子晶体. 三维光子晶体在任意方向上都可能存在光子带隙, 但其在理论计算与工艺制造两方面都存在严格的限制. 相对而言, 二维光子晶体容易制造, 被广泛应用于光波导、多功能传感器等光学器件中^[3-5], 二维光子晶体传输特性的研究具有重要的理论意义和应用价值.

在研究光子晶体传输特性的数值计算方法中, 时域有限差分法 (finite difference time domain, FDTD) 是应用最为广泛的时域计算方法^[6-9]. 这种方法通过对电磁场分量在空间和时间上采取交替抽样的离散方式将 Maxwell 旋度方程转化为一组差分方程, 并在时间轴上逐步递进地求解空间电磁场^[10]. 然而, 将微分算子化为差分算子会带来计算精度、计算效率、以及稳定性等问题, 且 FDTD 法在时间步长上会受柯朗稳定性条件的限制^[11]. 对于二维光子晶体, 需要加密空间网格以能精确模拟其几何形状及电磁参数, 否则精度无法保证; 另外, 由于柯朗稳定性条件的限制, 在缩小

空间网格尺寸的同时必须使用很小的时间步长, 因而计算效率也会降低. 为解决精度、效率、以及稳定性问题, 人们对 FDTD 法不断进行改进^[12-14]. 精细积分法是一种高精度的时间积分方法, 在较大时间步长下数值色散误差可以控制的很小, 在结构动力学, 弹性力学等计算力学领域得到广泛应用^[15-18]. 文献[19]把精细积分法引入到 FDTD 中, 提出一种求解光子晶体传输特性的时域精细积分法 (precise integration time-domain, PITD), 但仅考虑了一维情形.

本文将时域精细积分法扩展到二维光子晶体的研究, 并对其精度、效率、以及稳定性进行分析. 从 Maxwell 方程的微分形式出发, 首先在空间上利用 Yee 元胞把微分算子近似为差分算子, 结合边界条件及激励源的表达式将 Maxwell 方程组化为一组关于时间的常微分方程. 在时间上对 FDTD 法进行改进, 将时间步长进行精细划分, 使用精细积分算法求解常微分方程组. 最后结合方程的通解与激励源的特解得到光子晶体两端反射场及透射场分布, 进而通过傅里叶变换求得二维光子晶体的传输特性. 数值算例验证了本文方法的正确性, 并与传统 FDTD 法进行了比较, 表明本文方法在计算精度、计算效率以及稳定性方面具有明显优势.

2018-04-20 收到第 1 稿, 2018-05-28 收到修改稿.

* 国家自然科学基金 (11172008) 资助项目, 国家重点研发计划资助项目 (2018YFB0703500)

[†] 通讯作者 E-mail: yanghongwei@bjut.edu.cn

1 理论推导

1.1 Maxwell 方程的空间离散

求解光子晶体传输特性首先从 Maxwell 旋度方程出发:

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \times H - \sigma E \\ \mu \frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla \times E \end{cases} \quad (1)$$

其中 ε, μ 和 σ 分别为材料的介电常数,磁导率和电导率, t 为时间, E 和 H 分别是电场和磁场.

对于二维问题, 设所有物理量均与 z 坐标无关, 即 $\partial/\partial z=0$, 则 Maxwell 方程组可划分为^[11]:

$$\text{TE 波} \begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{TM 波} \begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \end{cases} \quad (3)$$

与一维下电磁场只有 TEM 波不同, 二维直角坐标系下的电磁场可以分为两组, 其中电场分量 E_x, E_y 以及磁场分量 H_z 为一组, 称为对于 e_z 的 TE 波; 磁场分量 H_x, H_y 以及电场分量 E_z 为一组, 称为对于 e_z 的 TM 波. 场量求解时对 TE、TM 波分别进行分析.

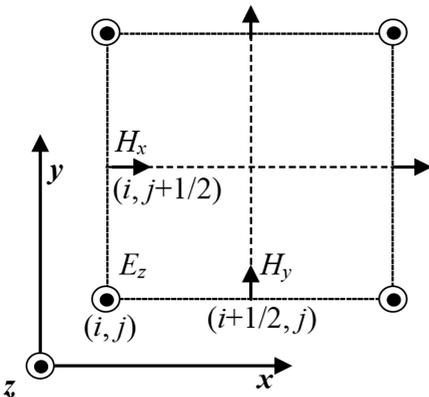


图1 二维 TM 波的 Yee 元胞

Fig.1 Two dimensional Yee's cell of TM wave

时域精细积分法在空间离散上的处理类似于时域有限差分法. 以 TM 波为例, 在进行空间离散时, 其二维 Yee 元胞如图 1 所示. 利用中心差分近似表示场分量对空间的偏导数, 由 (3) 式可得时域精细积分法的空间离散方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x(i, j+1/2)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu(i, j+1/2)} \frac{E_z(i, j+1) - E_z(i, j)}{\Delta y} \\ \frac{\partial H_y(i+1/2, j)}{\partial t} = \frac{1}{\mu(i+1/2, j)} \frac{E_z(i+1, j) - E_z(i, j)}{\Delta x} \\ \frac{\partial E_z(i, j)}{\partial t} = -\frac{\sigma(i, j)}{\varepsilon(i, j)} E_z(i, j) + \frac{1}{\varepsilon(i, j)} \left[\frac{H_y(i+1/2, j)}{\Delta x} - \frac{H_x(i-1/2, j)}{\Delta x} - \frac{H_x(i, j+1/2) - H_x(i, j-1/2)}{\Delta y} \right] \end{cases} \quad (4)$$

1.2 边界条件及激励源

边界条件的选取和处理是进行瞬态电磁场数值分析时经常遇到的问题. 由于二维光子晶体具有典型的周期性结构, 对计算区域边界的处理除了设置吸收边界条件外还引入了周期边界条件.

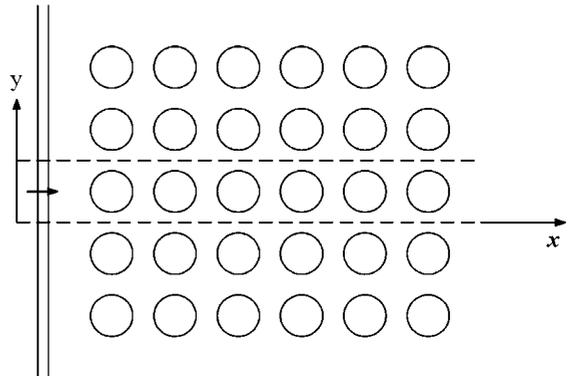


图2 计算区域划分

Fig.2 The division of calculate area

以介质柱组成的二维光子晶体为例进行分析. 如图 2 所示, 设入射平面波沿 x 正向传播, 光子晶体在 x 方向上为有限周期的介质柱, y 方向上是无穷周期的介质柱. 由于在 y 方向上的周期结构, 因此对边界的处理采用周期边界条件, 这样分析一个周期单元就可得到周期结构的空问电磁场分布.

对 x 方向边界的处理采用 Mur 二阶吸收边界条件, 求解区域左边界取 $x=0$, 右边界 $x=L$ 且 $L>0$, 以 x 左边界为例:

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{c\mu}{2} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)_{x=0} = 0 \quad (5)$$

上式为边界上场分量 E_z 满足的 Mur 二阶吸收边界条件。

对光子晶体的传输特性进行时域计算时,还需要考虑激励源的模拟。这里将激励源直接作为 Maxwell 方程中的一个电流源项,其中激励源采用电偶极子源,其电流密度形式如下^[20]:

$$J_s(\mathbf{r}, t) = 10^{-12} B(2\pi f_c t) \quad (6)$$

式中 $B(2\pi f_c t)$ 是 Blackman-Harris 窗口函数的一阶导数^[21]。此窗口函数由几个正弦函数组成,即此电偶极子源是一个随正弦曲线变化的时谐场源。

1.3 时域精细积分法

考虑到边界条件及激励源的表达式,可以将关于时间的常微分方程组写成如下矩阵形式:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{F}(t) \quad (7)$$

其中 \mathbf{A} 为定常矩阵, $\mathbf{F}(t)$ 是由于激励源的引入产生的激励向量, \mathbf{v} 是待求的向量函数,它包含待求解的全部网格节点上的电场和磁场分量:

$$\mathbf{v} = \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式(7)的解由通解和特解两部分组成:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_h + \mathbf{v}_p \quad (9)$$

其中 \mathbf{v}_p 是由激励源 $\mathbf{F}(t)$ 所决定的特解, \mathbf{v}_h 是满足于方程右端项为零的齐次微分方程的通解,即无激励源时的解。设数值积分的时间步长为 Δt , 通解可由以下的递推关系进行计算^[19]:

$$\mathbf{v}_{h1} = \mathbf{v}_h(\Delta t) = \mathbf{T}\mathbf{v}_{h0}, \mathbf{v}_{h2} = \mathbf{T}\mathbf{v}_{h1}, \dots, \mathbf{v}_{h(k+1)} = \mathbf{T}\mathbf{v}_{hk}, \dots \quad (10)$$

式中 $\mathbf{T} = \exp(\mathbf{A}\Delta t)$ 为指数矩阵。齐次方程的通解 \mathbf{v}_h 就可转化为一系列的矩阵—向量乘法。应用精细积分对指数矩阵 \mathbf{T} 进行高精度计算时,首先将时间步长 Δt 进一步细分,即:

$$\tau = \Delta t/m, m = 2^N \quad (11)$$

其中 N 一般取 20, 则 $m = 1048576$ 。这样,对于给定时间步长 Δt , τ 将是非常小的时间区段。根据指数函数的加法定理,有:

$$\mathbf{T} = \exp(\mathbf{A}\Delta t) = [\exp(\mathbf{A}\tau)]^m \quad (12)$$

对于 τ 的区段,将 $\exp(\mathbf{A}\tau)$ 按 Taylor 级数展开至四阶,即:

$$\exp(\mathbf{A}\tau) \approx \mathbf{I} + (\mathbf{A}\tau) + \frac{(\mathbf{A}\tau)^2}{2} + \frac{(\mathbf{A}\tau)^3}{3!} + \frac{(\mathbf{A}\tau)^4}{4!} \quad (13)$$

其中 \mathbf{I} 为单位矩阵。令:

$$\mathbf{T}_{a0} = (\mathbf{A}\tau) + \frac{(\mathbf{A}\tau)^2}{2} + \frac{(\mathbf{A}\tau)^3}{3!} + \frac{(\mathbf{A}\tau)^4}{4!} \quad (14)$$

则有:

$$\exp(\mathbf{A}\tau) \approx \mathbf{I} + \mathbf{T}_{a0} \quad (15)$$

上式中 \mathbf{T}_{a0} 是一个非常小量的矩阵,当它与 \mathbf{I} 相加时,就成为其尾数,在计算机的舍入操作过程中其计算精度将会损失殆尽。

为了避免丧失有效位数,在计算指数矩阵 \mathbf{T} 时,先将(12)式分解:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= [\exp(\mathbf{A}\tau)]^m = (\mathbf{I} + \mathbf{T}_{a0})^{2^N} \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{T}_{a0})^{2^{N-1}} \times (\mathbf{I} + \mathbf{T}_{a0})^{2^{N-1}} \end{aligned} \quad (16)$$

一共分解 N 次,上述分解过程在计算机中相当于以下语句:

for $j = 1 : N$

$$\mathbf{T}_{aj} = 2\mathbf{T}_{a(j-1)} + \mathbf{T}_{a(j-1)} \times \mathbf{T}_{a(j-1)}$$

end

(17)

当以上语句循环结束后,再执行:

$$\mathbf{T} = \mathbf{I} + \mathbf{T}_{aN} \quad (18)$$

N 次迭代后的 \mathbf{T}_{aN} 再与 \mathbf{I} 相加时,避免了舍入误差,计算矩阵 \mathbf{T} 的结果几乎是数值上的精确解。再根据递推公式(10)便可得到各个时刻的齐次方程的通解 \mathbf{v}_h 。

求出通解 \mathbf{v}_h 后,还需求出由激励向量 $\mathbf{F}(t)$ 所决定的特解 \mathbf{v}_p 。对于随正弦曲线变化的激励源,激励向量为:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_1 \sin\omega t + \mathbf{F}_2 \cos\omega t \quad (19)$$

式中, ω 代表角频率, \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 是两个非时变向量。相应的特解为:

$$\mathbf{v}_p = \boldsymbol{\alpha} \sin\omega t + \boldsymbol{\beta} \cos\omega t \quad (20)$$

其中 $\boldsymbol{\alpha} = (\omega^2 \mathbf{I} + \mathbf{A}^2)^{-1} (\omega \mathbf{F}_2 - \mathbf{A} \mathbf{F}_1)$, $\boldsymbol{\beta} = (\omega^2 \mathbf{I} + \mathbf{A}^2)^{-1} (-\omega \mathbf{F}_1 - \mathbf{A} \mathbf{F}_2)$ 。将特解 \mathbf{v}_p 与通解 \mathbf{v}_h 相结合便可得到方程(7)的解 \mathbf{v} , 即空间上各个离散的场分量 \mathbf{E} 与 \mathbf{H} 。

2 数值算例

为说明本文方法的正确性,以如图 2 所示的正方晶格介质柱型二维光子晶体结构为例进行分析,其中介质柱半径 r 为 5.25mm,晶格常量 a 为 20mm,空气的相对介电常数为 1,介质的相对介电常数为 4.55,相对磁导率为 1。考虑文献[22]中实验结果得到的禁带范围,这里入射波中心频率取

5.8GHz.图3给出了用FDTD法和PITD法计算的 x 方向周期数分别为6和10时光子晶体的禁带特性.由图可知,频率位于4.8~6.7GHz的光不能在此光子晶体中传播,PITD法和FDTD法的计算结果一致,并且与文献[22]中的实验值相吻合,说明了本文方法的正确性.

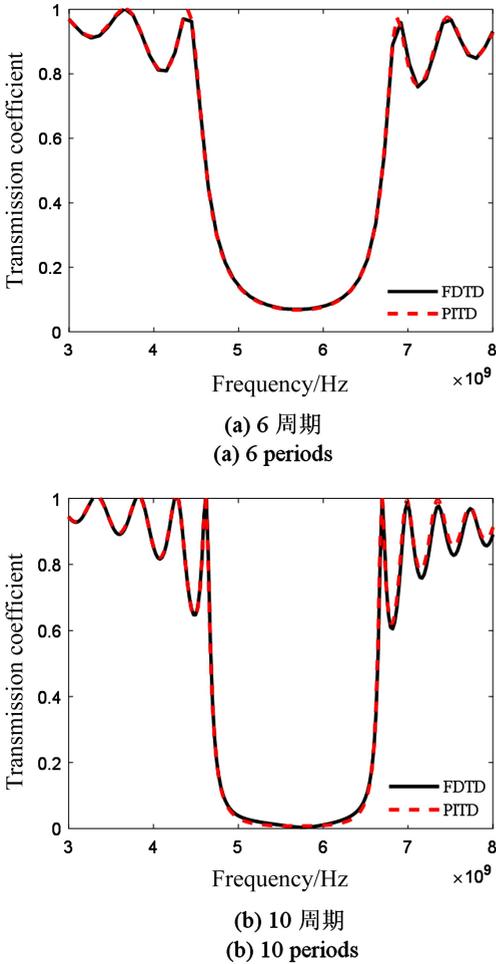


图3 二维光子晶体TM模透射系数

Fig.3 Transmission coefficient for TM mode of the 2D photonic crystal

由于光子晶体结构复杂,难以求出严格的解析解,这里用数值模拟得到的 L_2 误差来分析PITD法的稳定性及精度.其中, L_2 误差的定义为:

$$L_2 \text{ error} = \frac{\sqrt{\int_0^T |x(t) - x^{\text{ref}}(t)|^2 dt}}{\sqrt{\int_0^T |x^{\text{ref}}(t)|^2 dt}} \quad (21)$$

上式中的 x^{ref} 代表参考解, T 代表计算时间的总长度.这里以加密时间网格的FDTD法($\Delta t = 1 \times 10^{-14}$ s)为参考解,计算介质柱型二维光子晶体右边界处电场分量 E_x 的 L_2 误差,其中 $t \in [0, 1 \times 10^{-8}$ s].

对于FDTD法,根据所给参数得到柯朗稳定性条件为时间步长 $\Delta t \leq 2.36 \times 10^{-12}$ s,即FDTD法的时间步长最大只能取到 2.36×10^{-12} s,超过这一数值将失去稳定性.图4给出了使用PITD法计算 L_2 误差随时间步长 Δt 的变化.可以看出,当时间步长 $\Delta t \leq 4 \times 10^{-11}$ s时(此时 Δt 已经远超出柯朗稳定性条件),本文方法计算得到的 L_2 误差基本保持在 10^{-2} 的数量级,没有因时间步长的改变而增大.说明使用本文方法能够克服柯朗稳定性条件的限制,在较大时间步长下仍然可以保持高精度,具有极好的稳定性.

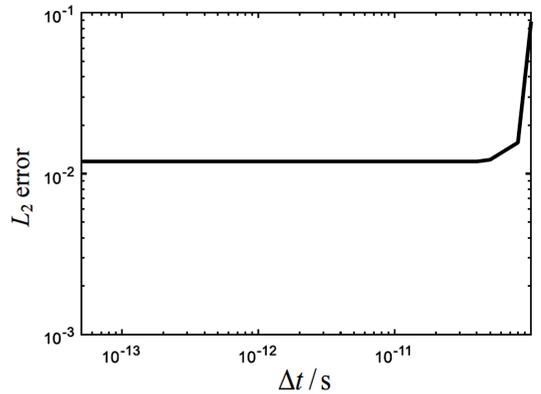


图4 不同时间步长下利用PITD法计算得到的 L_2 误差

Fig.4 L_2 errors by PITD scheme with different time steps

对于PITD法,其指数矩阵取4阶Taylor级数展开近似时,稳定性条件为^[23]:

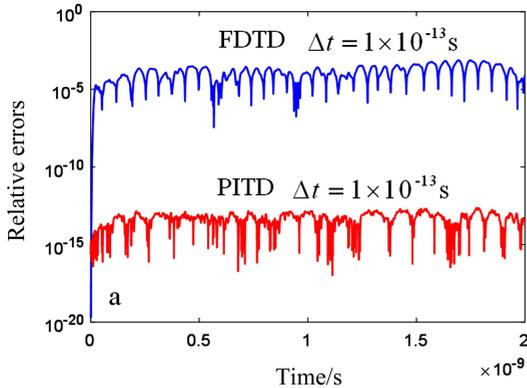
$$\Delta t \leq 2^{N+1/2} \Delta t_c \quad (22)$$

其中 N 为子时间步数 $N \geq 1$, Δt_c 是柯朗稳定性条件所允许的时间步长上限值.从上式中可以看出,子时间步数选取的越大,时间步长的上限值也就越大,并且PITD法的时间步长上限值总是大于FDTD法中时间步长所允许的上限值.本文的 N 取20, $\Delta t_c = 2.36 \times 10^{-12}$ s,因此只要 $\Delta t \leq 3.49 \times 10^{-6}$ s,本文方法就是稳定的.上图中时间步长超过 4×10^{-11} s之后 L_2 误差开始逐渐增大,这是因为从信号分析和处理的角度来看,此时不满足奈奎斯特抽样准则所导致的结果^[24].

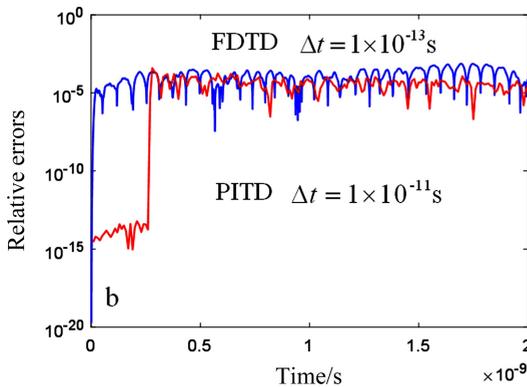
为进一步说明本文方法的精确性,图5给出了在相同时间步长及不同时间步长下利用FDTD法和PITD法计算得到的二维光子晶体电场分量的相对误差,其中以加密时间网格的PITD法($\Delta t = 1 \times 10^{-14}$ s)为参考解.

从图5(a)中可以看出,当时间步长同为 $\Delta t =$

1×10^{-13} s 时,利用 PITD 法计算得到的相对误差明显低于 FDTD 法,可达 10^{-13} 数量级.将 PITD 法的时间步长增加到 $\Delta t = 1 \times 10^{-11}$ s,由图 5(b)可知,计算得到的相对误差与 FDTD 法时间步长取 $\Delta t = 1 \times 10^{-13}$ s 时相近,在 10^{-4} 的数量级,说明在较大时间步长下 PITD 法仍具有很高的计算精度.



(a) 相同时间步长
(a) with same time step



(b) 不同时间步长
(b) with different time step

图5 PITD 法、FDTD 法计算光子晶体中电场分量 E_z 的相对误差

Fig.5 Relative errors of E_z in photonic crystal by PITD scheme and FDTD scheme

下面比较本文方法与 FDTD 法的计算效率.表 1 给出了在精度相近时,两种方法所用时间随模拟计算时间的变化情况.可以看出,模拟计算时间取 1×10^{-8} s 时,PITD 法所用时间略大于 FDTD 法.将模拟计算时间增加到 1×10^{-7} s,PITD 法消耗的时间会远少于 FDTD 法.这是因为二维光子晶体空间离散后未知数较多,对指数矩阵的预处理需要一定时间,较短的模拟计算时间并不能体现出 PITD 法的优势.随着模拟计算时间的增加,时间迭代步数随之相应增加,FDTD 法效率会很低,而 PITD 法的优

势将越来越明显.因此进行长时间模拟计算时,使用本文方法计算效率会明显高于 FDTD 法.

表 1 时域有限差分法和时域精细积分法计算效率的比较

Method	Δt /s	Relative errors	Simulation time /s	CPU time/s
FDTD	1×10^{-13}	0.07%	1×10^{-8}	1412
			1×10^{-7}	13950
			2×10^{-7}	28441
PITD	1×10^{-11}	0.04%	1×10^{-8}	2104
			1×10^{-7}	3125
			2×10^{-7}	4291

3 结论

本文研究了二维光子晶体的时域精细积分法,对传统的时域有限差分法在时间上进行改进.相对于传统时域有限差分法,时域精细积分法在分析二维光子晶体传输特性时具有较高的计算精度,当取较大步长时仍能保证其计算精确度.同时,有效克服了柯朗稳定性条件对时间步长的限制,在较大时间步长下也可以保持结果的稳定.在计算效率上本文方法也具有明显的优势,特别是对二维光子晶体进行长时间模拟计算时,时域精细积分法计算效率会明显高于时域有限差分法.本文方法具有准确、稳定、高效等特点,为光子晶体传输特性的研究提供了一种有效的时域分析方法.

参 考 文 献

- 1 马锡英. 光子晶体原理及应用. 北京:科学出版社, 2010:35 ~ 44 (Ma X Y. Principle and application for photonic Crystal. Beijing: Science Press, 2010: 35 ~ 44 (in Chinese))
- 2 张友俊,杨庆祥,李英. 光子晶体的发展和应. 上海大学学报(自然科学版), 2004, 10(3): 283 ~ 288 (Zhang Y J, Yang Q X, Li Y. Development and application of photonic crystal. *Journal of Shanghai University (Natural Science)*, 2004, 10(3): 283 ~ 288 (in Chinese))
- 3 Chow E, Grot A, Mirkarimi L W, et al. Ultracompact biochemical sensor built with two-dimensional photonic crystal microcavity. *Optics Letters*, 2004, 29(10): 1093 ~ 1095
- 4 王晨歌,张彩妮,陈侃等. 二维光子晶体偏振滤波分束器的设计与优化. 光子学报, 2014, 43(12): 164 ~ 167

- (Wang C G, Zhang C N, Chen K, et al. Design and optimization of beam-splitting polarizing filter based on two-dimensional photonic crystal. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(12):164~167 (in Chinese))
- 5 Hirose K, Liang Y, Kurosaka Y, et al. Watt-class high-power, high-beam-quality photonic-crystal lasers. *Nature Photonics*, 2014, 8(5):406~411
 - 6 Lavrinenko A, Borel P, Frandsen L, et al. Comprehensive FDTD modelling of photonic crystal waveguide components. *Optics Express*, 2004, 12(2):234~248
 - 7 汤炳书, 沈廷根. 二维光子晶体透射特性的 FDTD 数值研究. 半导体光电, 2006, 27(1):45~48 (Tang B S, Shen T G. Numerical Analysis on Transmission properties of two-dimensional photonic crystal using FDTD. *Semiconductor Optoelectronics*, 2006, 27(1):45~48 (in Chinese))
 - 8 赵年顺, 官骏鸣. 基于数值模拟技术的光子晶体点缺陷透射特性分析. 激光与光电子学进展, 2014, 51(4):181~185 (Zhao N S, Guan J M. Analysis of transmission characteristics in photonic crystal point defects based on numerical simulation technology. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(4):181~185 (in Chinese))
 - 9 Salski B, Karpisz T, Buczynski R. Electromagnetic modeling of third-order nonlinearities in photonic crystal fibers using a vector two-dimensional FDTD algorithm. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(13):2905~2912
 - 10 王涛. 电磁场计算中的时域有限差分法的研究[博士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2005 (Wang T. Investigation of the FDTD method for electromagnetic field[Ph.D Thesis]. Changchun: Jilin University, 2005 (in Chinese))
 - 11 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2011 (Ge D B, Yan Y B. Finite difference time domain method for electromagnetic waves. Xi'an: Xidian University Press, 2011 (in Chinese))
 - 12 Namiki T. A new FDTD algorithm based on alternating-direction implicit method. *Microwave Theory & Techniques IEEE Transactions on*, 1999, 47(10):2003~2007
 - 13 Shibayama J, Muraki M, Takahashi R, et al. Performance evaluation of several implicit FDTD methods for optical waveguide analyses. *Journal of Lightwave Technology*, 2006, 24(6):2465~2472
 - 14 Zhu B, Chen J, Zhong W, et al. A hybrid finite-element/finite-difference method with an implicit - explicit time-stepping scheme for Maxwell's equations. *International Journal of Numerical Modelling Electronic Networks Devices & Fields*, 2012, 25(5-6):607~620
 - 15 钟万勰. 应用力学对偶体系. 北京: 科学出版社, 2002: 4~10 (Zhong W X. Dual system of applied mechanics. Beijing: Science Press, 2002:4~10 (in Chinese))
 - 16 钟万勰, 林家浩, 高强. 分层介质中非平稳随机波的精细节解. 动力学与控制学报, 2003, 1(1):2~8 (Zhong W X, Lin J H, Gao Q. Precise computation of non-stationary random waves in stratified materials. *Journal of Dynamics and Control*, 2003, 1(1):2~8 (in Chinese))
 - 17 侯秀慧, 邓子辰, 黄立新. 桥梁结构移动荷载识别的辛精细积分算法. 动力学与控制学报, 2008, 6(1):66~72 (Hou X H, Deng Z C, Huang L X. An improved symplectic precise integration method for moving load identification of bridge structure. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1):66~72 (in Chinese))
 - 18 都琳, 侯平兰. Duffing 方程的辛精细积分方法研究. 动力学与控制学报, 2017, 15(1):1~5 (Du L, Hou P L. Symplectic precise integration method for duffing equation. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(1):1~5 (in Chinese))
 - 19 杨红卫, 孟珊珊, 高冉冉等. 光子晶体传输特性的时域精细积分法分析. 物理学报, 2017, 66(8):77~84 (Yang H W, Meng S S, Gao R R, et al. Analysis of photonic crystal transmission properties by the precise integration time domain. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(8):77~84 (in Chinese))
 - 20 Chen J, Lee J H, Liu Q H. A high-precision integration scheme for the spectral-element time-domain method in electromagnetic simulation. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2009, 57(10):3223~3231
 - 21 Liu Q H. An FDTD algorithm with perfectly matched layers for conductive media. *Microwave & Optical Technology Letters*, 1997, 14(2):134~137
 - 22 朱志宏, 叶卫民, 袁晓东等. 用时域有限差分法研究二维光子晶体传输特性. 光学学报, 2003, 23(5):522~525 (Zhu Z H, Ye W M, Yuan X D, et al. Study of transmission characteristics of 2-D photonic crystals by the finite-difference time-domain method. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(5):522~525 (in Chinese))
 - 23 马西奎. 电磁波时程精细积分法. 北京: 科学出版社, 2015:49~53 (Ma X K. Precise integration time domain method for electromagnetic waves. Beijing: Science Press,

2015:49~53 (in Chinese))

24 刘文生,李锦林. 取样技术原理与应用. 北京:科学出版社, 1981 (Liu W S, Li J L. Sampling technology prin-

ciple and application. Beijing: Science Press, 1981 (in Chinese))

PRECISE INTEGRATION TIME DOMAIN METHOD FOR THE TRANSMISSION PROPERTIES OF TWO-DIMENSIONAL PHOTONIC CRYSTALS*

Yang Hongwei[†] Peng Shuo Gao Ranran

(College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract A precise integration time domain method was proposed to study the transmission properties of two-dimensional photonic crystals, and its accuracy, efficiency and stability were also analyzed. The Yee's difference technique was employed to discrete the first order Maxwell equations in the spatial domain. Considering the boundary conditions and the expression of the excitation, the equations were transformed into a set of ordinary differential equations. Then the time step was precisely divided, and the ordinary differential equations were solved by using the high precision integration. The reflection and transmission field distributions of the photonic crystal were obtained by combining the general solution with the particular solution resulting from the excitation. Finally, the transmission properties of the photonic crystal were obtained by Fourier transformation. Practical calculations of the two-dimensional photonic crystals were carried out. The results show that the precise integration time domain method is more accurate, stable and efficient than the finite difference time domain method.

Key words two-dimensional photonic crystals, photonic band-gap, precise integration time domain method, finite difference time domain method, transmission characteristics