

噪声诱使模块化神经网络产生随机多共振现象*

刘赵凡 孙晓娟† 李慧妍

(北京邮电大学 理学院数学系, 北京 100876)

摘要 首先,研究了噪声在多模块神经网络中诱导的随机多共振现象.随机多共振现象是指存在不同的噪声强度,系统在这些噪声强度下对阈下信号的响应达到局部最优.其次,以 FitzHugh-Nagumo 神经元构成的模块化神经网络为研究对象,通过数值模拟发现,神经网络的系统响应随着噪声强度的增加多次达到局部最优,即产生随机多共振现象.同时,通过分析神经网络平均膜电位的时序图,发现噪声通过诱导神经网络在一个周期内产生多次发放进而诱导多次共振.最后,我们分析了两个子网络中加入不同强度的噪声时,噪声诱导神经网络中的随机多共振现象.结果显示,当两个子网络加入不同强度的噪声时,随机多共振现象也会产生.

关键词 随机多共振, 神经网络, 噪声, 小世界网络, FHN 神经元模型

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-076

引言

随机共振首先被 Benzi^[1, 2] 等人提出并用于研究冰川问题,此后用来描述非线性系统中的一种典型现象—适当的噪声可以增强系统对阈下信号的响应.Fauve 和 McNamara 分别在双稳态系统^[3]和环形激光器^[4]等实验中验证了随机共振的理论.Zaikin 等人研究了多重随机噪声在非线性系统中诱发的共振现象^[5].时空域上的随机共振首先被 Peter 等人研究^[6],在他们的工作中首次把随机共振推广到广延耗散系统中.相干共振是与随机共振相关的概念指的是非线性系统中在单纯的噪声诱导下系统响应得到提高^[7].Lee 等人研究了 HH 模型下的相干共振,发现膜电位的谱密度会在某一噪声强度下达到最优^[8].近几十年随机共振和相干共振在物理、化学、生物等非线性系统都有广泛的研究^[9-17].随机多共振是由随机共振衍化而来的,指的是在特定的非线性系统中,系统输出能在多个噪声强度下得到增强^[18].在耦合的弛豫振荡器中,不同的阈下周期信号会诱导不同的随机多共振行为^[19].

在真实的神经元系统中,离子通道随机打开和

关闭构成了神经元系统的内在噪声^[20];神经递质释放的随机性和突触前膜对神经元的随机输入构成了神经元的外在噪声^[21],因此神经元系统被认为是随机的而不是确定性的.在神经生物实验中,大多数突触前膜对突触后膜的刺激是微弱的,只有在噪声的诱导下才能激发神经元产生动作电位^[22],所以噪声在神经元处理信息的过程中扮演着十分重要的角色.在 HH 神经元模型中,特定的通道噪声能够提高神经元放电的规则性^[23, 24].同时,噪声能够诱导空间上的相干共振和非常复杂的模式行为^[25, 26].

复杂网络是新兴的研究领域,自然界大量系统都可以用复杂网络描述.考虑到大脑是由大量神经元组成的,神经元之间通过突触相连,无论其在结构上还是在功能上都具有复杂网络的特性^[27, 28].比如说较小的平均最短路径,较大的聚类系数这一特性在神经元组成的复杂神经元系统中是一致的^[29].因此很多学者在神经元构成的复杂网络中研究神经元的动态特性和非线性行为.王青云和王江等人分别在无标度和小世界神经网络中研究了时滞诱导的随机多共振行为^[30, 31],由于网络结构的不同,在无标度网络中阈下信号加在单个神经

2017-12-28 收到第 1 稿,2018-07-04 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11472061)

† 通讯作者 E-mail: sunxiaojuan@bupt.edu.cn

元会比加在整个神经网络更高效,而小世界神经网络恰好相反.Yu 等人分别在模块化的小世界神经网络中研究同步转迁和共振等行为^[32,33],在他们的工作中网络间的耦合对于非线性行为是十分重要的.Guo 等人在前馈环网络中研究了共振行为,发现相干共振和随机共振能在多种类型的前馈环网络中出现^[34].

最近,我们研究发现噪声可以诱使小世界神经网络产生随机多共振现象^[35].此外,由于神经网络除了具有小世界、无标度的复杂网络特性之外,还具有模块化的特性.因此,将进一步在模块化的神经网络中,研究噪声诱发的随机多共振行为.进而,对噪声可以诱发神经网络产生随机多共振这一结果进行拓展.

1 网络模型和度量指标

我们用 FitzHugh-Nagumo(FHN) 神经元模型来刻画网络中的神经元,FHN 神经元模型是由 FitzHugh^[36] 和 Nagumo^[37] 提出的,是在 Hodgkin-Huxley 模型的基础上简化的无量纲二维神经元模型.本文讨论的神经网络的动力学方程如下:

$$\varepsilon \frac{dx_i}{dt} = x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i + g \sum_{j=1}^N J_{ij} (x_j(t) - x_i(t))$$

$$\frac{dy_i}{dt} = x_i + a + A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + D\xi_i(t)$$

在上式中, x_i 和 y_i 分别是快变的膜电压变量和慢变恢复变量,由时间比率 ε 来区别. a 是一系统参数,当 $|a| < 1$ 时,FHN 神经元表现出振荡行为;当 $|a| > 1$ 时,FHN 神经元表现出可激发行为.在本文中,我们主要讨论由可激发 FHN 神经元构成的神经网络的共振行为,所以,把 a 置为 1.1. $\xi_i(t)$ 是高斯白噪声,满足 $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_i(t_1) \xi_i(t_2) \rangle = \delta_{ij} \delta(t_2 - t_1)$. 即当 $i=j$ ($t_2 = t_1$) 时, $\delta_{ij} = 1$ ($\delta(t_2 - t_1) = 1$); 否则, $\delta_{ij} = 0$ ($\delta(t_2 - t_1) = 0$). D 表示噪声强度. $A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ 是以 T 为周期以 A 为振幅的外界刺激信号. 本文主要讨论阈下信号刺激,也就是在没有噪声的情况下, $A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ 不能使得神经元发放. 本文中,我们讨论在阈下信号周期为 $T=9$ 和 $T=14$ 时,噪声诱发的随机多共振现象. 通过数值计算,可以得到当 $T=9$ 和 $T=14$ 时,外加刺激 $A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ 振幅的阈值分别

为 0.136 和 0.144,简单起见我们统一选取 $A=0.13$,即在没有噪声的情况下,外加刺激 $A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ 是不能激发神经元放电的.

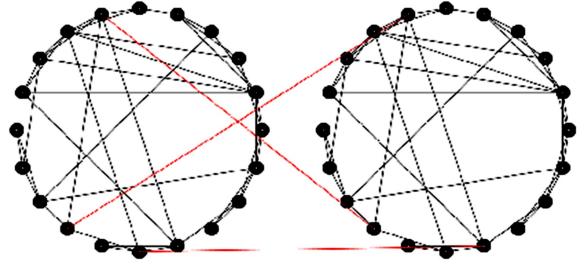


图1 两个小世界网络的示意图

Fig.1 The model of neuronal network of subnetworks

此外,讨论两个耦合小世界网络,每个小世界网络用 Watts-Strogatz 小世界网络构造算法^[38]其算法如下:(1) 构造一个环状的规则网络,每个节点与此节点的最近的 k 个节点有连边.(2) 在此规则网络中,以概率 p 随机地对每条边断边重连,即遍历(1)中规则网络中的每个节点,固定该节点,然后以概率 p 重新选择该节点的连接节点.考虑到两种极端情况,当 $p=0$ 时,网络为规则网络;当 $p=1$ 时,网络为随机网络,选取 $k=10$, $p=0.15$. 本文用上述算法构造两个小世界网络,随后这两个小世界网络中的节点再以概率 q 进行网络间的连接,本文中 $q=0.1$. 如图 1 所示,黑色的连边为网络内部的连边,红色的连边为网络间的连边. 神经网络连接矩阵为 $(J_{ij})_{N \times N}$,用来记录第 i 个神经元与第 j 个神经元的连接情况:当 i 和 j 有连接时, $J_{ij} = J_{ji} = 1$; 否则, $J_{ij} = J_{ji} = 0$; 同时自连接突触 (autapse) 是不考虑的,即当 $i=j$ 时 $J_{ii} = 0$. $g \sum_{j=1}^N J_{ij} (x_j - x_i)$ 表示其它神经元的流入第 i 个神经元的突触电流的总和,称为耦合项, g 是神经元间的耦合强度.

本文中的其他参数取值分别为:由 $N=200$ 个神经元构成两个小世界网络,每个小世界网络中有 100 个神经元,神经元之间(网络内和网络间)的耦合强度 $g=0.015$, x_i 和 y_i 的初始值分别为 $x_i(0)=0$, $y_i(0)=0$.

我们主要考察在不同噪声的情况下,系统的输出对于阈下信号的响应.为了量化这一响应,引入傅里叶系数 Q 用来度量系统的输出和阈下信号的相关程度.定义如下:

$$Q_{\sin} = \frac{1}{T_f - T_m T_m} \int_0^{T_f} 2X(t) \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt$$

$$Q_{\cos} = \frac{1}{T_f - T_m T_m} \int_0^{T_f} 2X(t) \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt$$

$$Q = \sqrt{Q_{\sin}^2 + Q_{\cos}^2}$$

其中, $X(t)$ 是细胞膜的平均场, 其定义为 $X(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t)$. 积分区间为 $T_m = 400$ 到 $T_f = 500$, 其中去除 0 到 T_m 暂态部分. dt 是计算积分的间隔 $dt = 0.001$. Q 值越大表示神经网络的输出和外界输入越相关, 从而系统响应越强.

2 数值结果

2.1 噪声诱导的随机多共振

首先, 在信号周期为 $T=9$ 的情况下, 讨论两个耦合的小世界网络在相同强度的噪声下, 噪声诱导神经网络产生共振行为. 系统响应 Q 随噪声强度的增加而变化的曲线如图 2(a) 所示, 从图中可以发现 Q 值随噪声强度的增大出现双峰的形态, 即 Q 随 D 的增加发生先增加后减小再增加再减小的趋势.

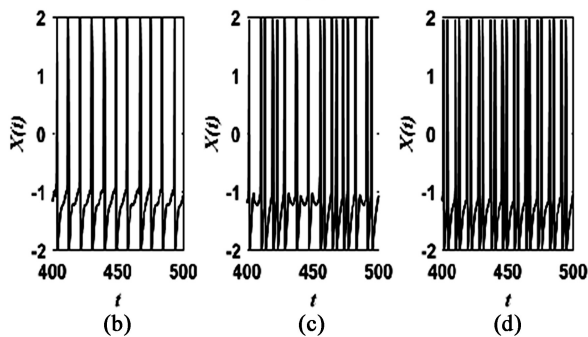
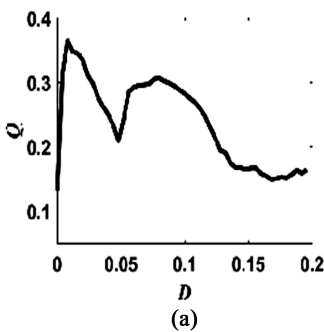


图2 (a) 系统响应 Q 随噪声强度变化的曲线图 ($T=9$)
 (b) $D=0.008$ (c) $D=0.05$ (d) $D=0.072$ 在不同噪声强度下的时序图
 Fig.2 (a) Dependence of Fourier Coefficient Q on noise intensity D .
 (b)(c)(d) are temporal evolution of the mean field $X(t)$ for different noise intensity D , respectively
 $D=0.008, D=0.05, D=0.072$. The signal parameters: $T=9$

系统响应 Q 分别在 $D=0.008, D=0.072$ 的位置出现局部极大值, 即在这两种噪声强度下, 系统对于阈下信号的响应较强, 并且输入信号和系统的输出相关性较强. 图 2(b)(d) 是这两种噪声强度下, 神经网络的平均膜电位的时间序列图, 在 $D=0.008$ 的情况下, 系统的输出是以信号周期 $T=9$ 发放, 也就是在这种噪声下, 噪声诱导神经网络以外加信号的周期发放; 当加大噪声强度到 $D=0.072$ 时, 神经网络也是以外加信号的周期发放, 并且以周期-2 的放电模式进行放电, 即此时噪声强度能在一个周期内诱导一次额外的发放. 当系统响应处于低谷值时, 即噪声强度处于上述噪声强度之间 ($D=0.05$) 时, 此时, 系统响应相比之前是较弱的, 从图 2(c) 可以看出神经网络在 $D=0.05$ 下的动态特性, 此时, 系统输出是周期-1 和周期-2 的混合态.

其次, 在阈下信号周期为 $T=14$ 时, 探究噪声诱导的随机多共振现象. 从图 3(a) 可以看出 Q 随 D 的曲线分别在 $D=0.002, D=0.036, D=0.07$ 和 $D=0.144$ 附近到达局部极大值. 即随噪声强度的增强, 噪声能诱导系统发生四次共振. 在四次系统响应的极大值的位置, 平均膜电位的时间序列图分别由图 3(c)(d)(e)(f) 给出. 从时间序列图可以看出, 在四次共振的位置, 神经元都是以阈下信号的周期进行发放的, 不同的是在一个周期内神经元发放的次数是不相同的. 在 $D=0.002$ 时, 神经元以 $T=14$ 为周期进行发放; 随着噪声强度的增加, 神经元分别在一个周期内发放两次 ($D=0.036$)、三次 ($D=0.07$)、四次 ($D=0.144$). 即在这种情况下噪声诱导神经网络在一周期内进行多次发放, 从而系统产生多次共振行为.

以上结果显示, 在不同的阈下信号周期下, 系统响应随噪声强度增加可以多次达到局部最优, 即噪声可以诱发神经网络产生随机多共振现象. 同时, 在不同的阈下信号下, 我们还发现噪声诱导系统发生共振的次数是不同的; 且在系统产生共振的噪声强度下, 系统的输出以阈下信号的周期进行发放, 噪声通过诱导神经网络在一个周期内进行多次的发放, 使得系统响应能够多次达到局部最优, 进而系统产生随机多共振现象.

2.2 子网络中不同强度的噪声对于随机多共振影响

上述结果显示, 在两个互相耦合的子网络中加以相同强度的噪声时, 噪声可以诱使神经网络产

生随机多共振现象.这里,我们将讨论当两个子网络中加以不同强度的噪声时,噪声对于系统共振行为的影响.两个子网络中的噪声强度分别记做 D_1 和 D_2 ,我们讨论此时随 D_1, D_2 增加时,系统响应产生的变化.

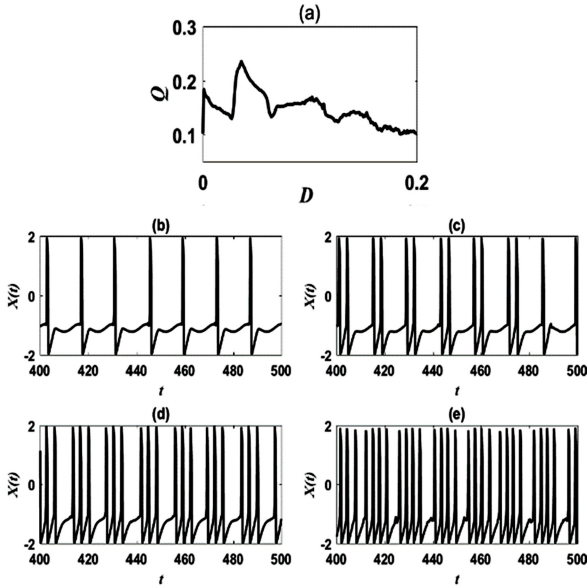


图3 (a)系统响应 Q 随噪声强度变化曲线图($T=14$)

(b) $D=0.002$, (c) $D=0.036$, (d) $D=0.07$, (e) $D=0.144$
在不同噪声强度下的时序图

Fig.3 (a) Dependence of Fourier Coefficient Q on noise intensity D .

(b) (c) (d) (e) are temporal evolution of the mean field $X(t)$ for different noise intensity D , respectively $D=0.002, D=0.036,$

$D=0.07, D=0.144$. The signal parameters: $T=14$

在阈下信号周期为9时系统响应随 D_1 和 D_2 变化的平面图如图4所示,浅颜色区域为系统响应较强的区域.由图4可以看出,随着 D_1 和 D_2 的增加分别出现两个浅色区域,即系统响应会随着 D_1 和 D_2 的增加,达到两次局部最优,即发生随机多共振.并且,当我们固定 D_1 (因为网络是对称的,所以固定 D_1 和固定 D_2 的效果是一致的),我们发现当 D_1 在0到0.03的范围内系统响应会随 D_2 的增加产生双峰形态,即产生随机多共振;当 D_1 超过这一范围,系统响应随 D_2 的变化只会产生单峰的效果,即产生随机共振.当 D_1 进一步增大时,系统响应随 D_2 的增加不会产生共振.图5为在阈下周期信号为14时,系统响应随 D_1 和 D_2 变化的平面图.从图中我们可以得出随 D_1 和 D_2 的增加,出现多个浅色区域,即系统响应达到多次最优,随机多共振现象出现.同时当固定 D_1 时,系统响应会随 D_2 产

生多次共振;随着 D_1 的增加,系统响应随 D_2 产生共振的次数会减小.

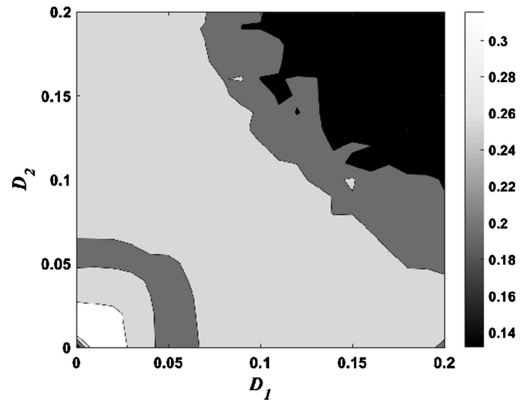


图4 两个小世界网络加入不同的噪声情况下系统响应情况($T=9$)

Fig.4 Response of system under different noise intensity for two small-world neuronal network ($T=9$)

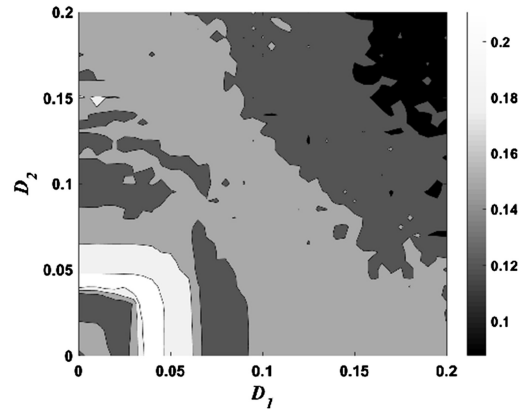


图5 两个小世界网络在不同的噪声下系统响应情况($T=14$)

Fig.5 Response of system under different noise intensity for two small-world neuronal network ($T=14$)

通过上述结果,可以得到以下结论:首先,在两个互相耦合的子网络中加以不同强度的噪声 D_1 和 D_2 时,随着噪声强度的增加,随机多共振是具有鲁棒性的;其次,在其中一子网络中加以弱噪声,系统响应会随另一网络的噪声强度而产生随机多共振;而当子网络处于较强噪声,系统响应随另一子网络的噪声强度产生的共振次数会减小.

3 结论

首先通过分析噪声在模块化小世界神经网络的作用,发现在周期的阈下信号作用下,能使得系统响应达到局部最优的噪声强度有多个,即噪声能诱导模块化的小世界神经网络产生随机多共振行为.其次,通过对神经网络平均膜电位时序

分析,发现噪声通过诱导神经网络在一个周期内发放多次使得系统响应多次达到局部最优,进而诱导随机多共振.最后,研究了当两个子网络中加以不同强度的噪声时噪声诱导的随机多共振现象,当两个网络加以不同强度的噪声时,系统响应随噪声强度的增加多次达到局部最优,产生随机多共振现象;在其中一子网络中加以弱噪声,系统响应会随另一网络的噪声强度而产生随机多共振;而当子网络处于较强噪声,系统响应随另一子网络的噪声强度产生的共振次数会减小.

参 考 文 献

- 1 Benzi R, Parisi G, Sutera A, et al. Stochastic resonance in climatic change. *Tellus*, 1982,34(1):10~6
- 2 Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. *Journal of Physics A General Physics*, 1981,14(11):L453
- 3 Fauve S, Heslot F. Stochastic resonance in a bistable system. *Physics Letters A*, 1983,97(1):5~7
- 4 Menamara B, Wiesenfeld K, Roy R. Observation of stochastic resonance in a ring laser. *Physical Review Letters*, 1988,60(25):2626~2629
- 5 Zaikin A A, Kurths J, Schimansky-Geier L. Doubly stochastic resonance. *Physical Review Letters*, 2000,85(2):227~231
- 6 Jung P, Mayerkress G. Spatiotemporal stochastic resonance in excitable media. *Physical Review Letters*, 1995,74(11):2130~2133
- 7 Pikovsky A S, Kurths J. Coherence Resonance in a Noise-Driven Excitable System. *Physical Review Letters*, 1997,78(5):775~778
- 8 Lee S G, Neiman A, Kim S. Coherence resonance in a Hodgkin-Huxley neuron. *Physical Review E*, 1998,57(3):3292~3297
- 9 Chen Y L, Yu L C, Chen Y. Reliability of weak signals detection in neurons with noise. *Science China*, 2016,59(3):1~7
- 10 Guderian A, Dechert G, And K P Z, et al. Stochastic Resonance in Chemistry.1. The Belousov-Zhabotinsky Reaction. *Journal of Physical Chemistry*, 1996,100(11):4437~4441
- 11 Irene O, Giuseppina D A, Di C M A, et al. Noise Enhances Action Potential Generation in Mouse Sensory Neurons via Stochastic Resonance. *PLoS One*, 2016,11(8):e0160950
- 12 Sun Z K, Yang X L, Xu W. Resonance dynamics evoked via noise recycling procedure. *Physical Review E*, 2012,85(6 Pt 1):061125
- 13 Liu K H, Jin Y F. Stochastic resonance in periodic potentials driven by colored noise. *Physica A*, 2013,392(21):5283~5288
- 14 Jin Y F, Hu H Y. Stochastic resonance of a damped linear oscillator. *Acta Phys Sin-Ch Ed*, 2009,58(5):2895~2901
- 15 He M J, Xu W, Sun Z K, et al. Characterizing stochastic resonance in coupled bistable system with Poisson white noises via statistical complexity measures. *Nonlinear Dynamics*, 2017,88(2):1~9
- 16 Yang T T, Zhang H Q, Xu Y, et al. Stochastic resonance in coupled underdamped bistable systems driven by symmetric trichotomous noises. *Journal of Dynamics and Control*, 2016,67:42~47
- 17 Huang Z L, Zhu W Q. Stochastic averaging of quasi-integrable Hamiltonian systems under combined harmonic and white noise excitations. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2004,39(9):1421~1434
- 18 Vilar J M G, Rubí J M. Stochastic Multiresonance. *Physical Review Letters*, 1997,78(15):2882~2885
- 19 Volkov E I, Ullner E, Kurths J. Stochastic multiresonance in the coupled relaxation oscillators. *Chaos An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2005,15(2):023105
- 20 White J A, Rubinstein J T, Kay A R. Channel noise in neurons. *Trends in Neurosciences*, 2000,23(3):0~137
- 21 Hessler N A, Shirke A M, Malinow R. The probability of transmitter release at a mammalian central synapse. *Nature*, 1993,366(6455):569~572
- 22 Reyes A, Sakmann B. Developmental switch in the short-term modification of unitary EPSPs evoked in layer 2/3 and layer 5 pyramidal neurons of rat neocortex. *Journal of Neuroscience the Official Journal of the Society for Neuroscience*, 1999,19(10):3827~3835
- 23 Sun X J, Shi X. Effects of channel blocks on the spiking regularity in clustered neuronal networks. *Science China*, 2014,57(5):879~884
- 24 Wang Q Y, Shi X, Chen G R. Delay-induced synchronization transition in small-world Hodgkin-Huxley neuronal networks with channel blocking. *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B (DCDS-B)*, 2013,16(2):607~621
- 25 Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R. Ordered bursting synchronization and complex wave propagation in a ring neuronal

- network. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2007, 374(2): 869~878
- 26 Sun X J, Perc M, Lu Q S, et al. Spatial coherence resonance on diffusive and small-world networks of Hodgkin-Huxley neurons. *Chaos*, 2008, 18(2): 023102
- 27 Sboccaletti, Vlatora, Ymoreno, et al. Complex Networks: Structure and Dynamics. *Complex Systems & Complexity Science*, 2007, 424(4-5): 175~308
- 28 尹宁, 徐桂芝, 周茜. 磁刺激穴位复杂脑功能网络构建与分析. *物理学报*, 2013, 62(11): 559~566 (Yin N, Xu J Z, Zhou Q. Construction and analysis of complex brain functional network under acupoint magnetic stimulation. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(11): 559~566 (in Chinese))
- 29 Bullmore E, Sporns O. The economy of brain network organization. *Nature Reviews Neuroscience*, 2012, 13(13): 336~349
- 30 Wang Q Y, Perc M, Duan Z S, et al. Delay-induced multiple stochastic resonances on scale-free neuronal networks. *Chaos*, 2009, 19(2): 023112
- 31 Yu H T, Wang J, Du J W, et al. Effects of time delay and random rewiring on the stochastic resonance in excitable small-world neuronal networks. *Physical Review E*, 2013, 87(5): 052917
- 32 Yu H T, Wang J, Liu C, et al. Stochastic resonance on a modular neuronal network of small-world subnetworks with a subthreshold pacemaker. *Chaos*, 2011, 21(4): 047502
- 33 Sun X J, Lei J Z, Perc M, et al. Burst synchronization transitions in a neuronal network of subnetworks. *Chaos*, 2011, 21(1): 054101
- 34 Guo D Q, Li C G. Stochastic and coherence resonance in feed-forward-loop neuronal network motifs. *Physical Review E*, 2009, 79: 051921
- 35 Li H Y, Sun X J, Xiao J H. Stochastic multiresonance in coupled excitable FHN neurons. *Chaos*, 2018, 28(4): 043113
- 36 Fitzhugh R. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane. *Biophysical Journal*, 1961, 1(6): 445~466
- 37 Nagumo J, Arimoto S, Yoshizawa S. An Active Pulse Transmission Line Simulating Nerve Axon. *Proceedings of the Ire*, 1962, 50(10): 2061~2070
- 38 Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 1998, 393(6684): 440~442

STOCHASTIC MULTI-RESONANCE INDUCED BY NOISE IN A NEURONAL NETWORK OF SUBNETWORKS*

Liu Zhaofan Sun Xiaojuan[†] Li Huiyan

(Department of Mathematics, School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract Stochastic multi-resonance is considered as an enhancement on the output of a network induced by a bunch of noise intensities. The stochastic multi-resonance induced by noise in a FitzHugh-Nagumo neuronal network of subnetworks was studied. The numerical simulations show that there are several peaks of system response with increasing the noise intensity, namely the stochastic multi-resonance occurs. Meanwhile, the temporal evolution of mean field membrane potential was studied. Under certain noise intensity, the temporal evolution of membrane potential is regular, and there are several spiking during one period of the input signal, which induces multi-resonance. Finally, a clustered network with two subnetworks induced by noises with different intensities was analyzed, and the stochastic multi-resonance was also observed in such a case.

Key words stochastic multi-resonance, small-world network, noise, neuronal network, FitzHugh-Nagumo neuronal model