

一类磁性刚体航天器的混沌控制研究*

邢子琦 于洪洁†

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

摘要 采用基于误差线性系统稳定性准则的混沌控制方法, 控制具有结构内阻尼的磁性刚体航天器在重力场与磁场共同作用下在圆形轨道的混沌姿态运动. 讨论了航天器姿态运动方程中部分参数的取值对于运动姿态的影响, 给出了这些参数通过倍周期分岔或逆倍周期分岔通往混沌的途径. 当参数使系统做混沌姿态运动时, 采用上述方法将混沌运动控制至周期-4 轨道, 并实现周期-1、2、4 轨道之间转换的灵活控制. 此外, 分析了控制参数的变化对于控制效果的影响, 并分别给出了控制至不同轨道时的输入扰动范围及控制参数范围. 仿真结果表明, 该方法能够实现混沌姿态运动在预定周期轨道间的灵活控制, 且输入扰动量小、控制速度快、具有高精度, 从而验证了该方法在航天器混沌姿态运动控制方面的有效性.

关键词 倍周期分岔, 混沌控制, 航天器姿态运动, 周期轨, 线性系统稳定性准则方法控制器

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-050

引言

近年来, 随着卫星发射与空间站在轨运行等研究的日益深入, 航天器姿态动力学中的非线性现象也越来越受到重视. 其中, 转动的刚体航天器作为在轨运行航天器的一种有效模型, 可对其建立起物理意义直观的姿态动力学方程, 用于天体动力学与航天工程的研究^[1]. 由于航天器长期在复杂的空间环境中运行, 外界干扰可能会使其姿态运动产生混沌现象^[2]. 因此, 有效控制航天器的混沌姿态运动有利于航天器的稳定在轨运行, 具有重要的实际意义.

近年来非线性系统观测器及控制器的设计是非常活跃的研究领域, 取得了丰硕的成果; 关于混沌控制方法, OGY 方法^[3]最早实现了对离散系统的混沌控制, 但由于这种方法仅当混沌轨线接近目标轨道时才启动控制, 通常需要等待较长时间以使混沌轨线落入预期周期轨的邻域内. 此后出现的方法广泛应用于各类混沌系统的控制, 如线性反馈控制^[4]、延迟反馈控制^[5]、被动控制^[6]、滑模控制^[7,8]、后退步长控制^[9]、脉冲控制^[10]等. 文献^[11]分析了一类刚体的姿态动力学方程在不同参数取值下的混沌吸引子, 并构造了基于输出反馈的比例积分型控制器, 将

系统控制至不稳定平衡点. 文献^[12]以三轴气浮台为物理实验平台, 进一步研究了文献^[11]中姿态动力学方程的吸引子, 并采用非线性解耦反馈实现了混沌反控制. 文献^[13]分别采用自适应控制及非线性控制方法将一类 Willamowski-Rössler 化学混沌系统控制至平衡点. 此外, 文献^[14]基于部分观测序列, 将未知表达式的混沌系统控制至不稳定不动点, 并应用 Takens 方法^[15]构造了延迟相空间以获取所需的未知系统的拓扑性质.

近年已有研究将上述混沌控制方法应用于各类航天器的混沌姿态运动的控制^[16,17]. 文献^[18,19]研究了一类非对称航天器受重力与磁力作用在椭圆轨道的姿态运动, 应用 Melnikov 函数方法验证了混沌运动的存在, 并采用一种改进的延迟反馈控制方法^[20]将其控制至周期轨道. 文献^[21]讨论了一类卫星在不确定性外界扰动力矩作用下的姿态运动, 通过计算 Lyapunov 指数验证了其中存在混沌运动, 并应用非线性鲁棒控制器将受扰运动移出混沌区域. 文献^[22]研究了扰动力矩作用下的航天器姿态动力学方程, 将该类系统中含有未知参数的 Newton-Leipnik 混沌系统控制至指定平衡点, 同时实现了未知参数的辨识. 文献^[23]对比了滑模控制

2018-03-13 收到第 1 稿, 2018-04-23 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11772186)

† 通讯作者 E-mail: yuhongjie@sjtu.edu.cn

方法与被动控制方法对同一卫星的混沌姿态系统的控制,仿真结果显示采用滑模方法将混沌运动控制至指定平衡点的效果更好,稳态误差量更小且具有更好的鲁棒性.此外,文献[24]分别运用整数阶和分数阶滑模控制器控制两近距离航天器的相对运动,结果显示分数阶控制器在时效上优于整数阶控制器,但在能耗上大于后者.文献[25]提出了一种基于误差线性系统稳定性准则的混沌控制方法,并将其应用于一类椭圆轨道航天器的姿态运动控制,在不改变系统固有周期轨道的前提下,适当分离系统以施加非线性连续时间反馈扰动,将混沌控制至嵌入在混沌吸引子内的系统固有周期轨道上.

此前,文献[1]研究了具有结构内阻尼的磁性刚体航天器在万有引力场与地磁场共同作用下的近赤道平面内的天平动,并采用线性化输入-输出反馈方法控制其中的混沌运动.文中通过计算系统未扰运动的 Melnikov 函数验证了当万有引力参数 $K=1.1$ 且磁性参数与阻尼参数之比 $\alpha/\gamma > 1.5738$ 时存在异宿环,从而预测系统中存在 Smale 马蹄意义下的混沌性态.通过改变一组磁性参数($\gamma=0.2$ 时取 $\alpha=0.6984, 0.6985, 0.69855, 0.6986$) 与阻尼参数($\alpha=0.7$ 时取 $\gamma=0.295, 0.290, 0.285, 0.280$),验证了当磁矩增大和阻尼减小时,系统由阵发性方式通向混沌.而本文在此基础上给出了摆角及角速度关于万有引力参数 K 和磁性参数 α 在不同于上述取值的一定范围内连续变化的分岔图,发现动力学行为分别关于这两个参数由逆倍周期分岔和倍周期分岔方式通向混沌,为航天器系统设计中的参数选取提供了依据.此外,文献[1]采用线性化输入-输出反馈控制方法将系统控制至指定的不动点与周期轨道,本文则将系统控制至嵌入在混沌吸引子内的固有周期轨道上,无需大的能量输入即可实现混沌在不同周期轨道间的灵活转换.

基于上述研究,本文考虑存在结构内阻尼、重力场与磁场共同作用下的磁性刚体航天器的混沌姿态运动方程,讨论了模型参数对该系统运动的影响,给出了使系统产生周期运动和混沌运动的参数范围;在此基础上,运用稳定性准则(Stability Criterion, SC)方法^[25]将混沌运动分别控制至不同周期轨道.其中,改进了寻找周期轨的闭回路对方法^[26],而应用闭回路组的方法在混沌序列中寻找不稳定不动点.讨论了 SC 方法中控制参数的变化对控制效果

的影响,给出了其合理取值范围.此外,相比于压缩映射-参数微扰方法^[27]对本文中系统的控制,压缩映射-参数微扰方法为离散控制方法,施加控制扰动的的时间间隔较长,而 SC 方法是根据系统运动状态的实时反馈施加扰动的连续控制方法,在实际各类复杂系统中具有更好的应用潜能.

1 稳定性准则法控制混沌

考虑一个连续时间非线性动力学系统,可描述如下:

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t)) \quad (1)$$

式中 $x \in R^n$ 为系统关于时间 t 的状态向量.在系统的某些参数控制下,系统有一个混沌吸引子 Ω .当系统处于混沌运动时,通过输入连续的扰动 $u(t)$,控制混沌吸引子的轨线到嵌入在其中的一个不稳定周期轨道上.下面利用混沌系统本身的非线性函数来构造外部输入扰动函数 $u(t)$.将式(1)右端函数 $f(x)$ 拆分为线性项 $\hat{A}x$ 和非线性项 $h(x)$,并加减同一线性项 $\bar{A}x$ 得

$$f(x) = \hat{A}x + \bar{A}x - \bar{A}x + h(x) = Ax + H(x) \quad (2)$$

计算式(2)中线性矩阵 \hat{A} 的特征值,如果所有特征值都具有负实部,那么, \bar{A} 为零矩阵;由于实际系统为混沌系统,线性矩阵 \hat{A} 的特征值中通常存在实部为正的实部特征值,因此,加上一个同维满秩矩阵 \bar{A} (\bar{A} 的全部元素均为实数),以使这两个矩阵的和矩阵 A 的全部特征值均具有负实部. $H(x)$ 为配置后的非线性函数.此时系统(1)可改写为

$$\frac{dx}{dt} = Ax + H(x) \quad (3)$$

设 $x^*(t) = x^*(t+jT)$, $j=1, 2, \dots$ 为嵌入在混沌吸引子 Ω 内的不稳定周期- j 轨.考虑一个输入系统的控制扰动信号 $u(t)$,利用式(3)中的非线性函数 $H(x)$,可构造非线性控制函数 $u(t)$ 为

$$u(t) = H(x^*) - H(x) \quad (4)$$

定义某一初始值出发的混沌轨线 $x(t)$ 与嵌入其中的不稳定周期轨线 $x^*(t)$ 的误差为 $v(t) = x(t) - x^*(t)$.将式(4)中控制项 $u(t)$ 施加到式(1)右端函数,结合式(2)中非线性函数 $H(x)$ 的配置,误差方程如下

$$\dot{v}(t) = Av(t) \quad (5)$$

可知,两条轨线之间的误差方程为线性方程.根据线

性系统的稳定性准则,由于矩阵 A 的全部特征值均具有负实部,因此,误差 $v(t)$ 是渐近稳定的平衡点, $t \rightarrow \infty$ 时, $v(t) \rightarrow 0$. 此时混沌轨线 $x(t)$ 趋于周期- j 轨 $x^*(t)$, 即系统的混沌运动稳定在周期- j 轨上.

考虑到混沌运动对于初值的极端敏感性,若实施上述控制过程中系统状态向量 $x(t)$ 与周期- j 轨 $x^*(t)$ 的距离较远,会对控制效果产生一定影响. 为此,设置启动控制的限制条件为

$$u = \begin{cases} H(x^*) - H(x) & |x - x^*| < \varepsilon \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

式中 ε 为可调控参数. 当混沌轨线与不稳定周期- j 轨靠近时,施加控制扰动 $u(t)$ 并产生作用; 当两条轨线相距较远时, $u(t)$ 为 0 . 式(6)中的周期- j 轨不动点 x^* 可通过对混沌吸引子轨线的观测近似得到.

根据文献[26]中应用闭回路对信息求近似不稳定周期- j 轨的方法,本文进行了改进,以得到更加准确的周期- j 轨. 在无输入扰动情形下 ($u = 0$), 计算系统(1)中混沌运动的时间序列,每隔周期 T 频闪采集获得一系列数据 (x_1, x_2, \dots) . 当所采集的 3 个相继的 x_s 彼此靠近时,如 x_{100}, x_{101} 和 x_{102} , 称 $(x_{100}, x_{101}, x_{102})$ 为一个闭回路组. 由于混沌吸引子内轨线的各态历经性,只要数据序列足够长,就可以采集到足够多个上述闭回路组. 用 $x_n(1), x_n(2)$ 和 $x_n(3)$ 分别表示采集到的第 n 个闭回路组的第 1 点、第 2 点和第 3 点 ($n = 1, 2, \dots, k$), k 是所采集闭回路组的个数. 当发现第一个闭回路组时,将这个闭回路组的第 1 点 $x_1(1)$ 作为参考点,要求后面采集的第 n 个闭回路组的三个点都充分靠近该参考点:

$$\begin{cases} |x_n(1) - x_1(1)| \leq \varepsilon_0 \\ |x_n(2) - x_1(1)| \leq \varepsilon_0 \\ |x_n(3) - x_1(1)| \leq \varepsilon_0 \end{cases} \quad n = 1, 2, \dots, k \quad (7)$$

定义

$$\bar{x}^* = \frac{1}{3k} \sum_{n=1}^k [x_n(1) + x_n(2) + x_n(3)] \quad (8)$$

则 \bar{x}^* 可作为周期不动点 x^* 的近似值. 将这个不动点 x^* 代入 $|x - x^*| < \varepsilon$, 作为式(6)输入扰动信号 $u(t) \neq 0$ 的限制条件.

2 航天器模型参数对姿态运动的影响

本文根据文献[1]建立的模型方程,研究具有结构内阻尼的磁性刚体航天器在部分模型参数影

响下的姿态运动和相应的混沌控制,该航天器在近地球赤道面的圆轨道上运行,同时考虑万有引力场和地磁场的影响. 以地球的质心 O_e 为原点建立惯性坐标系 $(O_e - X_0 Y_0 Z_0)$, Z_0 轴沿地球极轴, X_0 轴由 O_e 指向航天器的升交点. 设航天器的质心为 O , 以 O 为原点建立固结在航天器上的坐标系 $(O - xyz)$. 依然以 O 为原点建立轨道坐标系 $(O - XYZ)$, 其中 X 轴由 O_e 指向 O , Z 轴沿轨道平面 XY 的法线. 航天器绕平行于 Z 轴的主轴 z 作平面天平动, 摆角为 φ . ω 为近地点幅角, ν 为真近点角, i 为轨道面倾角, 如图 1 所示.

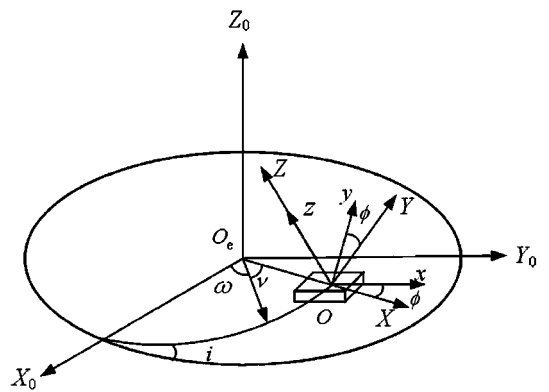


图 1 参考坐标系
Fig.1 Reference frames

设航天器的主惯性矩分别为 A, B 和 C , 不失一般性, 设 $B > A$. 磁矩 I 沿航天器质心主轴坐标系的 x 轴方向, 地球磁场的磁矩常数为 μ_m , 圆轨道半径为 r , 轨道角速度为 ω_c . 结构内阻尼力矩与角速度 $\dot{\varphi}$ 成正比, 比例系数为 c . 令 $K = \frac{3(B-A)}{2C}$, $\alpha = \frac{iI\mu_m}{C\omega_c^2 r^3}$, $\gamma = \frac{c}{C\omega_c}$, 其中 K 为万有引力参数, α 为磁性参数, γ 为阻尼参数. 由于航天器在圆轨道上运行, $t = \nu + \omega$. 分别将万有引力矩、磁矩与内阻尼力矩代入角动量定理, 按照文献[1]中的无量纲化过程, 系统关于 t 的运动微分方程为

$$\ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + K \sin 2\varphi + \alpha (2 \sin \varphi \sin t + \cos \varphi \cos t) = 0 \quad (9)$$

文献[27]已讨论方程(9)中参数取值为 $K = 0.75, \alpha = 0.5, \gamma \in (0.550, 0.850]$ 时摆角 φ 随着阻尼参数 γ 增加而发生的逆倍周期分岔过程, 其运动状态如表 1 所示. 本文在此基础上讨论万有引力参数 K 与磁性参数 α 在一定范围内变化对系统动力学行为的影响.

表1 航天器姿态运动随参数 γ 变化Table 1 Variation of the spacecraft attitude motion with different values of the parameter γ

γ	Period	γ	Period
(0.550,0.602]	Chaos	(0.614,0.642]	2T
(0.602,0.604]	8T	(0.642,0.850]	T
(0.604,0.614]	4T	—	—

取参数 $\alpha=0.5, \gamma=0.594$, 本文计算 K 的范围为 $K \in (0.685, 0.882]$. 设 $T=2\pi$ 为周期-1轨道的周期. 利用龙格库塔法求解微分方程, 通过Poincaré映射绘出摆角 φ 随万有引力参数 K 变化的分岔图, 如图2(a)所示. 可见随着参数 K 的增加, 变量 φ 产生混沌运动的途径为逆倍周期分岔.

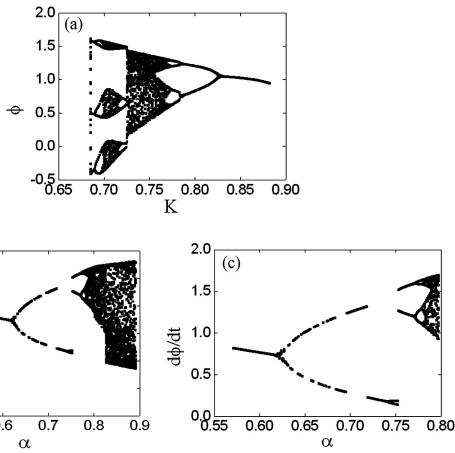


图2 分岔图

Fig.2 Bifurcation diagrams

由图2(a)可见, $0.685 < K \leq 0.689$ 区间内系统作周期-3运动, 随后发生倍周期分岔, $0.689 < K \leq 0.698$ 时系统作周期-6运动; $0.698 < K \leq 0.717$ 区间内系统由倍周期分岔进入混沌运动; 此后, 系统由周期-12 ($0.717 < K \leq 0.720$) 逆倍周期分岔进入周期-6 ($0.720 < K \leq 0.725$); $0.725 < K \leq 0.770$ 再次进入混沌运动. 此后为逆倍周期分岔过程, $0.770 < K \leq 0.773$ 时系统作周期-8运动; $0.773 < K \leq 0.783$ 时系统作周期-4运动; $0.783 < K \leq 0.831$ 时系统作周期-2运动; $0.831 < K \leq 0.882$ 时系统作周期-1运动.

同理, $K=0.75, \gamma=0.594, \alpha \in [0.400, 0.890)$ 时绘出角速度 $\dot{\varphi}$ 随磁性参数 α 变化的分岔图, 可见变量 $\dot{\varphi}$ 随参数 α 增加由倍周期分岔方式通往混沌, 如图2(b)所示. 此外, 将图2(b)中出现跳跃现象的部分放大, 即 $\alpha \in [0.570, 0.797]$, 画出其局部分岔图如图2(c)所示.

图2(b)的分岔过程中, 参数 $0.400 \leq \alpha < 0.474$ 范围内系统作周期-1运动; $\alpha=0.474$ 时发生倍周期分岔, 系统作周期-2运动; $\alpha=0.491$ 时再次分岔, 系统作周期-4运动; $\alpha=0.495$ 时系统分岔, 作周期-8运动; 此后 α 继续增大, $\alpha=0.496$ 时进入混沌, $\alpha \in [0.496, 0.566)$ 为混沌运动区间. 随着 α 增大, 又出现新的倍周期分岔过程, $0.566 \leq \alpha < 0.739$ 时为周期-1运动; α 继续增大, $\alpha=0.739$ 时发生倍周期分岔, 系统作周期-2运动; $\alpha=0.770$ 时分岔至周期-4轨道, $\alpha=0.779$ 时再次分岔进入周期-8轨道, $0.780 \leq \alpha < 0.890$ 时再次进入混沌区域. 在 $0.620 \leq \alpha < 0.739$ 区间上, 图2(b)中运动变量 φ 和 $\dot{\varphi}$ 看似为周期-2运动, 但从图2(c)中可见其实际为周期-1运动, 随着参数的变化作不同幅值的周期-1运动, 形成“跳跃”现象.

通过上述分析, 可见系统的万有引力参数 K 和磁性参数 α 的变化对变量的运动状态产生了较大影响, 并发现其由倍周期或逆倍周期分岔方式通往混沌, 可为航天器系统设计中参数的选取提供参考. 航天器姿态运动状态随着以上两个参数的变化如表2、表3所示.

表2 航天器姿态运动随参数 K 变化Table 2 Variation of the spacecraft attitude motion with different values of the parameter K

K	Period	K	Period
(0.685,0.689]	3T	(0.725,0.770]	Chaos
(0.689,0.698]	6T	(0.770,0.773]	8T
(0.698,0.717]	Chaos	(0.773,0.783]	4T
(0.717,0.720]	12T	(0.783,0.831]	2T
(0.720,0.725]	6T	(0.831,0.882]	T

表3 航天器姿态运动随参数 α 变化Table 3 Variation of the spacecraft attitude motion with different values of the parameter α

α	Period	α	Period
[0.400,0.474)	T	[0.566,0.739)	T
[0.474,0.491)	2T	[0.739,0.770)	2T
[0.491,0.495)	4T	[0.770,0.779)	4T
[0.495,0.496)	8T	[0.779,0.780)	8T
[0.496,0.566)	Chaos	[0.780,0.890)	Chaos

3 航天器混沌姿态运动的控制

图3是参数取值为 $K=0.75, \alpha=0.5, \gamma=0.594$ 时系统做混沌运动的相轨迹吸引子图.

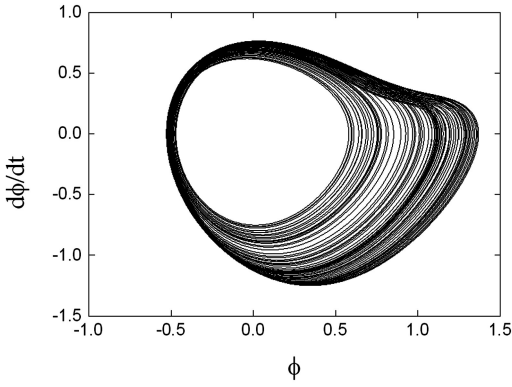


图 3 混沌运动相轨吸引子

Fig.3 Attractor of chaotic phase trajectory

利用 SC 方法将混沌运动控制至特定周期轨道,为此设变量 $\varphi_1 = \varphi, \varphi_2 = \dot{\varphi}$ 并代入式(9),使其降为一阶方程如下:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi_1}{dt} = \varphi_2 + u_1 = f_1 + u_1 \\ \frac{d\varphi_2}{dt} = -\gamma\varphi_2 - K\sin 2\varphi_1 - 2\alpha\sin\varphi_1\sin t - \alpha\cos\varphi_1\cos t + u_2 = f_2 + u_2 \end{cases} \quad (10)$$

其中, $\Phi = [\varphi_1, \varphi_2]^T, u = [u_1, u_2]^T$. 无扰动情形下 ($u = 0$), 系统处于混沌运动状态.

将函数 $f(x)$ 适当分离配置为式(3)形式

$$\frac{d\Phi}{dt} = A\Phi + H(\Phi) \quad (11)$$

式中,

$$A\Phi = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$H(\Phi) = H(\varphi_1, \varphi_2) = \begin{bmatrix} 0.5\varphi_1 \\ f_2 + 0.5\varphi_2 \end{bmatrix}$$

矩阵 A 有实负特征值 $(-0.5, -0.5)$, 满足误差方程式(5)的平衡点稳定性条件. 利用如下控制输入, 可将混沌运动稳定在嵌入混沌吸引子内的特定周期轨道上.

$$\begin{aligned} u &= H(\Phi^*) - H(\Phi) \\ &= \begin{bmatrix} 0.5\varphi_1^* - 0.5\varphi_1 \\ f_2^* + 0.5\varphi_2^* - f_2 - 0.5\varphi_2 \end{bmatrix}, \quad \left| \Phi - \Phi^* \right| < \varepsilon \\ &0, \quad \text{其他} \end{aligned} \quad (13)$$

下面将系统混沌运动控制至周期-4 轨道. 无扰动情形下, 以 $(\varphi_1, \varphi_2)^T = (0.5, 0.1)^T$ 作为初值并采用龙格库塔方法积分式(10), 取满足式(7)条件的 $k=3$ 个闭回路组 ($\varepsilon_0 = 0.02$), 获得周期-4 不动点 Φ^* 的近似值 $(\varphi_1^*, \varphi_2^*)^T = (1.1865, -0.1145)^T$.

图 4 为取控制参数 $\varepsilon = 0.3$ 时将混沌运动控制至周期-4 轨过程. 图 4(a) 为摆角 φ 控制前后的时间历程图, 图 4(b) 为利用 Poincaré 映射显示混沌运动在开始控制后快速稳定在周期-4 轨道上的过程, 可见仅需 $i=2$ 步 (i 为以 $4T = 8\pi$ 作为 Poincaré 映射时间间隔的步数, $t = 4iT$) 即可快速完成控制, $i=21$ 步时关闭控制, 系统重新作混沌运动. 图 4(c) 为混沌稳定在周期-4 轨道的相轨迹图 (嵌入在图 3 的混沌吸引子中), 图 4(d) 为连续控制过程中扰动量 u_1 的变化, 可看出除开始控制时出现较大值之外, 控制到周期-4 轨后稳态调整量极小, $u_1 \in [0.0083, 0.0317]$. 此外, 应用同样方法将混沌运动控制至周期轨道-1、2 的稳态运动相轨迹如图 5 所示.

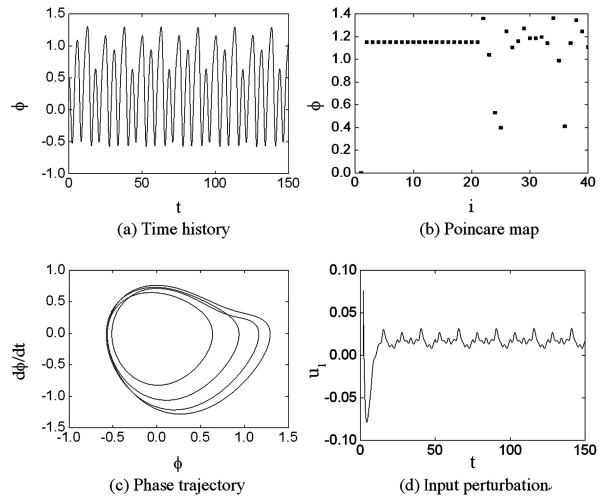


图 4 混沌控制过程

Fig.4 Process of chaos control

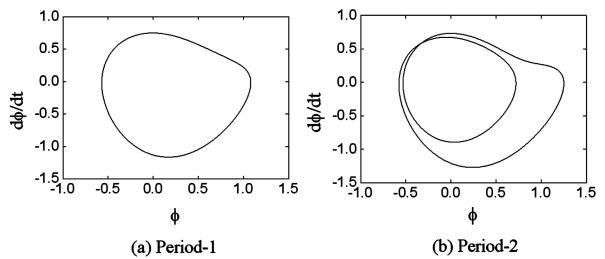


图 5 周期轨相轨迹图

Fig.5 Phase trajectory of period orbits

4 控制参数 ε 改变对混沌控制的影响

混沌控制过程中控制参数 ε 取值的不同可能会对控制速度与精度造成一定影响, 图 6(a) ~ (d) 分别对比了周期-4 轨道控制过程在 ε 两组不同取值下输入扰动 u_1, u_2 的值, 在满足条件 $|\Phi - \Phi^*| < \varepsilon$ 之前 $u = 0$. 可见不同参数 ε 取值下系统都能快速启

动控制,且混沌运动很快落入周期-4 轨线 Φ^* 的邻域内,仅需 $i=3$ 步后满足相邻 Poincaré 映射点差值 $|\varphi(iT)-\varphi((i-1)T)| < 10^{-10}$. 此外,控制参数 ε 可在 $\varepsilon \in [0.11, 3.00)$ 范围内选取,当参数 ε 取值不同时,系统控制至周期-4 轨后稳态运动过程中扰动 $u_1, u_2, \sqrt{u_1^2+u_2^2}$ 的变化范围相同,分别为 $u_1 \in [0.0083, 0.0317], u_2 \in [-0.5627, 1.1559], \sqrt{u_1^2+u_2^2} \in [0.0115, 1.1560]$.

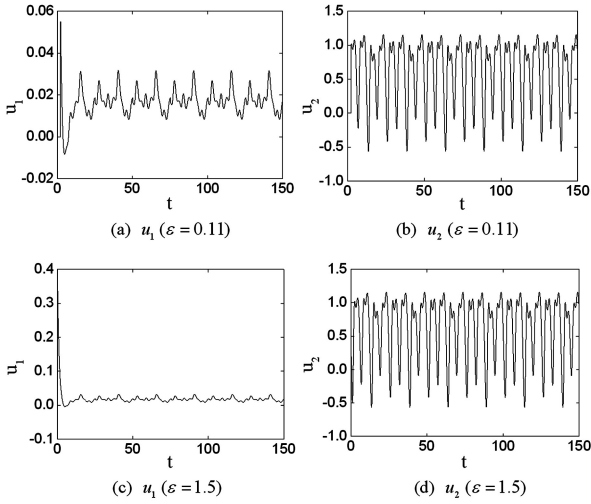


图6 不同 ε 取值下输入扰动 u 时间历程

Fig.6 Time series of the input perturbation u with different values of ε

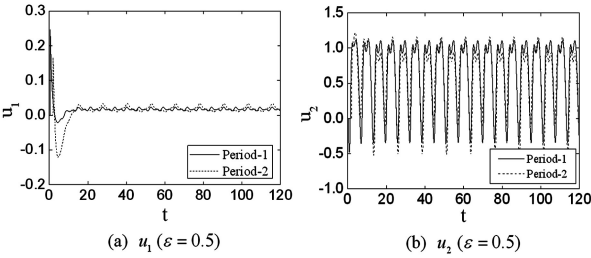


图7 周期-1,周期-2 控制中输入扰动 u 时间历程

Fig.7 Time series of the input perturbation u for period-1, period-2 control

图7为控制参数 $\varepsilon=0.5$ 时,系统控制至周期-1,2 轨后稳态运动过程中扰动 u_1, u_2 的时间历程,表4给出了上述稳态扰动量 u_1, u_2 的变化范围.由此可见,不同周期轨道控制所需的输入扰动量均较小,且能达到较好的控制效果.

表4 输入扰动 u 变化范围 ($\varepsilon=0.5$)

Table 4 Variation range of the input perturbation $u(\varepsilon=0.5)$

Period	u_1	u_2	$\sqrt{u_1^2+u_2^2}$
1	[0.0131, 0.0230]	[-0.3440, 1.1063]	[0.0248, 1.1064]
2	[0.0098, 0.0336]	[-0.5137, 1.1583]	[0.0174, 1.1584]
4	[0.0083, 0.0317]	[-0.5627, 1.1559]	[0.0115, 1.1560]

图8为混沌运动灵活控制到周期-1,2,4 轨道过程,图8(a)为混沌控制过程的 Poincaré 映射,图8(b)为对应于上述过程的相邻 Poincaré 映射点差值 $\delta = |\dot{\varphi}(iT)-\dot{\varphi}((i-1)T)|$ 的对数值.可见从运动开始时刻启动控制,混沌系统仅需 $i=4$ 步后控制到周期-1 轨道, $\lg\delta$ 已降至 -10 以下,保持周期-1 控制至 $i=30$ 步,其后关闭控制.在 $i=50$ 步时开启周期-2 控制,仅需 $i=3$ 步后控制到周期-2 轨道,满足 $\lg\delta < -10$,保持控制至 $i=80$ 步,再次关闭控制.在 $i=100$ 步时开启周期-4 控制,仅需 $i=2$ 步后控制到周期-4 轨道,满足 $\lg\delta < -10$,在 $i=160$ 步时关闭控制,系统做混沌运动至 $i=200$ 步.可见 SC 方法能够将混沌运动快速灵活控制至嵌入在混沌吸引子内的不同周期轨道上,且控制到周期轨道后稳态运动过程中 $\lg\delta < -30$,精度很高,控制方法便捷有效.

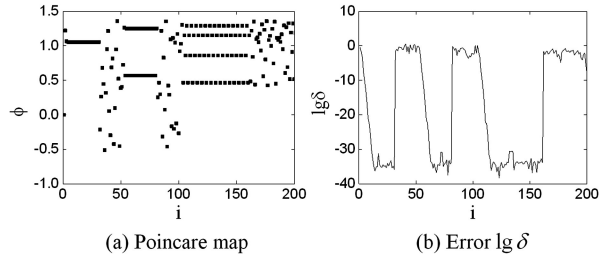


图8 混沌运动在周期-1,2,4 之间的灵活控制

Fig.8 Flexible control of the chaotic motion between period-1,2,4

考虑到航天器实际运行过程中如果出现混沌姿态运动,在系统参数已设定好的情况下,难以通过调整模型参数 K, γ, α 等改变其运动状态,而应用 SC 方法可通过输入较小扰动将混沌姿态运动引导至某一周期轨道,且能在不同的周期轨道之间灵活转换,改善了航天器系统的动力学性能.另一方面,利用混沌控制的灵活性,当需要航天器的姿态运动在多种周期运动之间转换时,可将航天器的模型参数设置为产生混沌运动的参数,利用本文的控制方法,不必再重新设计、更改航天器系统的参数,只需对系统输入较小扰动,即可将混沌运动灵活控制至所需的周期轨道上.

此外,不同周期轨道-1,2,4 的控制中参数 ε 的取值范围也有所不同.周期-1 控制可在 $\varepsilon \in [0.05, 3.00)$ 范围内完成,当 $\varepsilon \in [0.05, 0.12]$ 时,经过 $i=8$ 步满足相邻映射点差值 $\lg\delta < -10$, $\varepsilon \geq 0.13$ 时经过 $i=9$ 步, $\lg\delta < -10$. 周期-2 控制中要求 $\varepsilon \in [0.13, 3.00)$,此范围内经过 $i=5$ 步满足精度 $\lg\delta < -10$. 周期-4 控制要求 $\varepsilon \in [0.11, 3.00)$,经过 $i=3$

步后 $\lg\delta < -10$. 当积分初值 $(\varphi_1, \varphi_2)^T$ 取值不同时, 上述控制参数 ε 的取值范围也略有不同. 由图 3 混沌吸引子可见摆角 φ 和角速度 $\dot{\varphi}$ 的变化范围分别为 $\varphi \in (-0.8000, 1.5000)$, $\dot{\varphi} \in (-1.5000, 1.0000)$, 又由图 4(c) 周期-4 吸引子可见 $\varphi^* \in [-0.5888, 1.2958]$, $\dot{\varphi}^* \in [-1.2832, 0.7606]$, 从而可知

$$|\Phi - \Phi^*| = \sqrt{(\varphi - \varphi^*)^2 + (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}^*)^2} < 3.00$$

因此 $\varepsilon \rightarrow 3.00$ 意味着取消式 (13) 中启动控制的限制条件 $|\Phi - \Phi^*| < \varepsilon$, 即改为

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{H}(\Phi^*) - \mathbf{H}(\Phi) \\ &= \begin{Bmatrix} 0.5\varphi_1^* - 0.5\varphi_1 \\ f_2^* + 0.5\varphi_2^* - f_2 - 0.5\varphi_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

由此可见, 由于一些混沌系统的复杂性且其控制过程受初始条件影响明显, 可根据积分初值适当增大 ε 的取值以保证控制效果, 一些情况下还可以按照式 (14) 设置扰动 \mathbf{u} , 取消限制条件 $|\Phi - \Phi^*| < \varepsilon$. 总体来说, 利用 SC 方法将混沌控制至不同周期轨道的速度都较快 ($i < 10$), 且控制参数 ε 可根据实际需要灵活选取, 均能达到较高精度 ($\lg\delta < -10$).

5 结论

本文采用 Poincaré 映射绘出航天器姿态运动随模型参数变化的分岔图, 显示其姿态运动由倍周期分岔或逆倍周期分岔通往混沌的过程. 根据分岔图调整模型参数的选取, 可在航天器系统设计中实现更合理的配置.

采用 SC 方法可将混沌运动快速有效地控制至嵌入在混沌吸引子内的不稳定周期-1, 2, 4 轨道上, 且能实现航天器姿态运动在不同轨道之间的灵活转换, 均具有较高精度.

改变控制参数 ε , 考察其取值不同对于输入扰动 \mathbf{u} 的影响时, 发现控制参数 ε 的取值范围很大, 而扰动量 \mathbf{u} 变化不大, 仅需要小的能量输入, 即可改善航天器系统的动力学性能.

参 考 文 献

- Chen L Q, Liu Y Z. Chaotic attitude motion of a magnetic rigid spacecraft and its control. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2002, 37(3): 493~504
- Liu Y Z, Chen L Q. Chaotic attitude motion of a magnetic rigid spacecraft in an elliptic orbit and its control. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 19(1): 71~78
- Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196~1199
- Kocamaz U E, Uyaroglu Y. Controlling Rucklidge chaotic system with a single controller using linear feedback and passive control methods. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 75(1-2): 63~72
- Ding Y T, Jiang W H, Wang H B. Delayed feedback control and bifurcation analysis of Rossler chaotic system. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 61(4): 707~715
- Mahmoud G M, Mahmoud E E, Arafa A A. Passive control of n-dimensional chaotic complex nonlinear systems. *Journal of Vibration and Control*, 2013, 19(7): 1061~1071
- Chen D Y, Liu Y X, Ma X Y, et al. Control of a class of fractional-order chaotic systems via sliding mode. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 67(1): 893~901
- Rajagopal K, Karthikeyan A, Srinivasan A K. FPGA implementation of novel fractional-order chaotic systems with two equilibriums and no equilibrium and its adaptive sliding mode synchronization. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 87(4): 2281~2304
- Li S Y, Yang C H, Lin C T, et al. Adaptive synchronization of chaotic systems with unknown parameters via new backstepping strategy. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(3): 2129~2143
- Ma C, Wang X Y. Impulsive control and synchronization of a new unified hyperchaotic system with varying control gains and impulsive intervals. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(1): 551~558
- 周凤岐, 孔令云. 一类非线性系统的混沌控制. 航空学报, 2007, 28(6): 1443~1448 (Zhou F Q, Kong L Y. Chaos control for a class of nonlinear system. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, 28(6): 1443~1448 (in Chinese))
- 孔令云, 周凤岐. 用三轴气浮台进行混沌控制与反控制研究. 宇航学报, 2007, 28(1): 99~102 (Kong L Y, Zhou F Q. A study on the control and anti-control for chaos using 3-axis air bearing table. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(1): 99~102 (in Chinese))
- 孙伟鹏, 王贺元, 阚猛. Willamowski-Rössler 系统混沌行为的数值仿真及控制与同步研究. 动力学与控制学报, 2018, 16(1): 35~40 (Sun W P, Wang H Y, Kan M. Numerical simulation, control, and synchronization research on chaotic behavior of Willamowski-Rössler system. *Journal of Dynamics and Control*, 2018, 16(1): 35~40 (in Chinese))
- Hajiloo R, Salarieh H, Alasty A. Chaos control in delayed phase space constructed by the Takens embedding theory. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2018, 54: 453~465

- 15 Takens F. Handbook of Dynamical Systems. North Holland;Elsevier Besloten Vennootschap, 2010
- 16 Doroshin A V. Homoclinic solutions and motion chaotization in attitude dynamics of a multi-spin spacecraft. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014,19(7):2528~2552
- 17 Doroshin A V. Attitude dynamics of gyrostat-satellites under control by magnetic actuators at small perturbations. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2017,49:159~175
- 18 Inarrea M, Lanchares V, Pascual A I, et al. Attitude stabilization of electrodynamic tethers in elliptic orbits by time-delay feedback control. *Acta Astronautica*, 2014,96(4):280~295
- 19 Inarrea M. Chaos and its control in the pitch motion of an asymmetric magnetic spacecraft in polar elliptic orbit. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009,40(4):1637~1652
- 20 Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Physics Letters A*, 1992,170(6):421~428
- 21 Faramin M, Ataei M. Chaotic attitude analysis of a satellite via Lyapunov exponents and its robust nonlinear control subject to disturbances and uncertainties. *Nonlinear Dynamics*, 2016,83(1-2):361~374
- 22 贾飞蕾,徐伟,李恒年等. 受扰航天器姿态动力学中参数未知的混沌运动控制. 物理学报, 2013,62(10):67~72 (Jia F L, Xu W, Li H N, et al. Chaos control with unknown parameter of attitude motion of perturbed spacecraft. *Acta Physica Sinica*, 2013,62(10):67~72 (in Chinese))
- 23 Kose E. Controller design by using non-linear control methods for satellite chaotic system. *Electrical Engineering*, 2017,99(2):763~773
- 24 张莹,都琳,岳晓乐等. 航天器近距离相对轨道的滑模控制. 动力学与控制学报, 2017,15(1):87~92 (Zhang Y, Du L, Yue X L, et al. Sliding mode control of relative orbit for nearby spacecraft. *Journal of Dynamics and Control*, 2017,15(1):87~92 (in Chinese))
- 25 Yu H J, Liu Y Z, Peng J H. Continuous control of chaos based on the stability criterion. *Physical Review E*, 2004,69(6 Pt 2):066203
- 26 Shinbrot T, Grebogi C, Ott E, et al. Using small perturbations to control chaos. *Nature*, 1993,363(6428):411~417
- 27 于洪洁,刘延柱. 复杂力场中磁性刚体航天器混沌姿态运动的控制. 上海交通大学学报, 2004,38(8):1408~1411 (Yu H J, Liu Y Z. Control of chaotic attitude motion of a magnetic rigid spacecraft in complex force fields. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2004,38(8):1408~1411 (in Chinese))

CHAOTIC CONTROL OF A MAGNETIC RIGID SPACECRAFT*

Xing Ziqi Yu Hongjie[†]

(School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract A chaotic control method based on the stability criterion (SC method) of deviation linear system is adopted to control the chaotic attitude motion of a magnetic rigid spacecraft with internal damping. The spacecraft is moving in a circular orbit under the combined action of the gravitational field and the magnetic field. The effects of part of the parameters in the spacecraft attitude motion equation are discussed, and the way of these parameters leading to chaos is proposed by period doubling bifurcation or inverse period doubling bifurcation. When the selection of the parameters leads to chaotic attitude motion, by using SC method, the chaotic motion is controlled to the period-4 orbit, and can be converted to period-1, 2, 4 orbits flexibly. In addition, the influences of the control parameters on control effect are analyzed, and the ranges of the input perturbation and the control parameter to different orbits are obtained, respectively. The simulation results show that the SC method can realize the flexible control of chaotic attitude motion between the desired periodic orbits, and the values of the input perturbation are small, the control speed is fast and the precision is high, verifying the effectiveness of the suggested method in the control of spacecraft chaotic attitude motion.

Key words period doubling bifurcation, chaotic control, spacecraft attitude motion, periodic orbit, controller of stability criterion method for linear system

Received 13 March 2018, revised 23 April 2018.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11772186).

[†] Corresponding author E-mail: yuhongjie@sjtu.edu.cn