

# 不平行接触下的螺栓连接刚度及其转子动态特性\*

闫平 邹存健 张伟<sup>†</sup> 韩清凯 孙伟

(大连理工大学 机械工程学院, 大连 116024)

**摘要** 针对航空发动机的典型螺栓连接结构,以高温合金螺栓连接为对象,提出了考虑螺栓端头支撑面不平行接触下的连接刚度演化机理及其对转子模态的影响规律.将螺栓与被连接件各结合面的几何误差表征为螺栓端头的不平行接触,建立了拧紧过程和轴向加载过程仿真模型.通过改变支撑面的不平行度模拟几何偏差的影响,分析了不平行度从 $0^\circ$ 到 $2^\circ$ 时的连接结构力学性能,揭示了非理想接触下螺栓预紧力的变化规律以及应力分布规律,建立了考虑连接结构不平行度的转子模态仿真模型,揭示了连接刚度不均匀分布下的转子模态变化规律,为转子连接结构的设计及服役性能的评估提供参考.

**关键词** 不平行接触, 螺栓连接刚度, 有限元分析, 转子动态特性

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-082

## 引言

航空发动机结构复杂,发动机转子的各阶固有频率和振型是结构承受动态载荷的重要参数,模态分析可以有效地预估这些参数并作为其他动力学分析的研究基础.螺栓连接结构是航空发动机转子中的常用结构,其广泛应用于低压涡轮轴、高压压气机等关键部件的连接,而其连接刚度对转子静动态力学性能有着至关重要的影响.要研究转子系统动力特性尤其是临界转速、振型、不平衡响应以及传递特性等都需要知道准确的刚度值<sup>[1]</sup>.一个完整的螺栓连接结构是由螺栓、螺母以及被连接件组成的,由于制造和装配过程中产生的几何偏差会使得连接结构中的各结合面并不是理想的平面,往往会形成倾斜的平面,尤其是被连接件与螺母下部的结合面,其不平行接触对连接刚度和应力分布产生非常显著的影响<sup>[2-5]</sup>.

在航空发动机转子模态分析方面,弓可<sup>[6]</sup>等提取了某型号航空发动机转子前六阶固有频率和振型,分析计算并判断出转子在工作转速内具有足够的振动安全裕度,不会产生共振.申苗<sup>[7]</sup>等对发动机双转子系统进行了固有频率及振型计算,通过改变轴承刚度来影响系统固有频率,使得临界转速避开工作区域,定性研究了轴承刚度的改变对于双

转子系统振动特性的影响.各国学者们对于螺栓连接刚度的理论计算及有限元分析也进行了大量的研究工作,Motosh<sup>[8]</sup>将螺栓假设为一个简化、等价的弹性体形状,以使常规的刚度和变形计算变得简单,并对一个无垫圈刚性节点的8种刚度估计方法进行了讨论,提出了刚度计算的理论模型;德国工程师协会<sup>[9]</sup>对被连接件的刚度计算做了反复修订并已经出版了用于估算偏心节点刚度的计算公式;Bickford<sup>[10]</sup>将被连接件的压应力分布区域等效为空心圆柱体、圆锥体与球体等形状,为刚度计算提供新的方法;杨国庆<sup>[11]</sup>等构建了半解析模型,分析了不同弹性模量、泊松比、装配间隙和厚度等因素对被连接件刚度的影响规律,提出了一种新的刚度计算半解析方法;王海涛<sup>[12]</sup>利用有限元方法得到了机匣弯曲刚度与螺栓预紧力的关系曲线,分析了机匣刚度的影响因素;Sethuraman<sup>[13]</sup>等把螺栓头和螺母支撑面简化为两种不同的结合面,施加均匀轴向位移及压力,预估被连接件的刚度范围.

在上述研究中,计算连接刚度以及变形时,各部分串联弹簧被假设为线性及完全弹性,但是实际工况下连接刚度并非如此,尤其在结构偏差存在的情况下,支撑面不平行接触下螺栓张紧的过程中,螺母会逐渐贴合被连接件端面,螺杆发生弯曲,节点中的各接触面将传递弯矩,使得原有刚度的计算

2018-9-19 收到第1稿,2018-10-29 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金(51605074),辽宁省自然科学基金(20180551006)

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: weizhang@dlut.edu.cn

方法误差增大,并使得螺栓连接结构的实际模态与理论计算结果误差较大.本文通过建立螺栓支撑面不平行接触下的拧紧过程有限元模型和模拟转子模态有限元模型,揭示了其对连接结构应力分布的影响机理,建立了结合面几何偏差与连接刚度以及结构模态的映射关系.

## 1 螺栓连接刚度有限元仿真

### 1.1 有限元模型

螺栓连接是通过螺栓-螺母夹紧被连接件,几何模型如图1所示(图中, $d$ 为螺栓公称直径; $d_h$ 为螺栓孔直径; $d_w$ 为支承面直径; $\theta$ 为不平行角度; $d_m$ 为被连接件外部直径; $L$ 为被连接件总厚度),这个部件组合的刚度按下式计算:

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_L} + \frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_N}$$

式中, $K_T$ 为螺栓连接刚度, $K_L$ 为被连接件刚度, $K_B$ 为螺栓的刚度, $K_N$ 为螺母的刚度.

在计算螺栓连接刚度和变形时,施加预紧力 $F$ ,计算被连接件压缩量 $\Delta l$ ,得到被连接件刚度.被连接件刚度表达式: $K_L = F/\Delta l$ .

在上、下被连接件接触面部分施加外加载荷 $T$ ,接触反力为 $F_N$ ,如图1所示圆柱体单元所构成的体

系中接触面分离距离为 $\sigma$ .螺栓连接刚度表达式:

$$K_T = \Delta F_N / \sigma$$

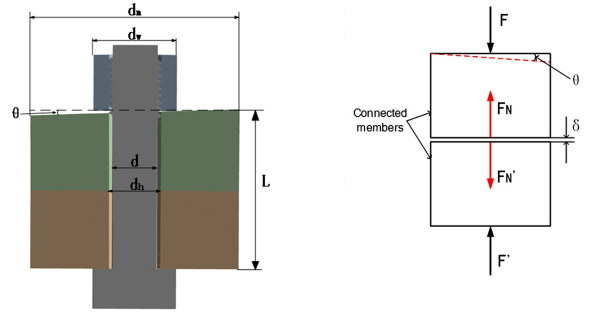


图1 螺栓连接结构几何模型

Fig.1 Geometric model of bolted joint

为了分析不同平行度对螺栓连接刚度大小的影响,计算了7种不同角度下的螺栓连接刚度,螺栓预紧力选取为30000N,接触面分离距离为0.01mm,被连接件外径为40mm,被连接件厚度为30mm.

为了分析不平行度偏差对于螺栓连接刚度大小的影响,建立了螺栓连接参数化有限元模型,如图2所示.模型由螺栓及上、下两被连接件组成,采用真实螺纹连接,设定被连接件厚度、内外螺纹中径、牙厚、螺距、牙型角、螺栓孔孔径,螺母外径、螺杆大径、不平行角度等.

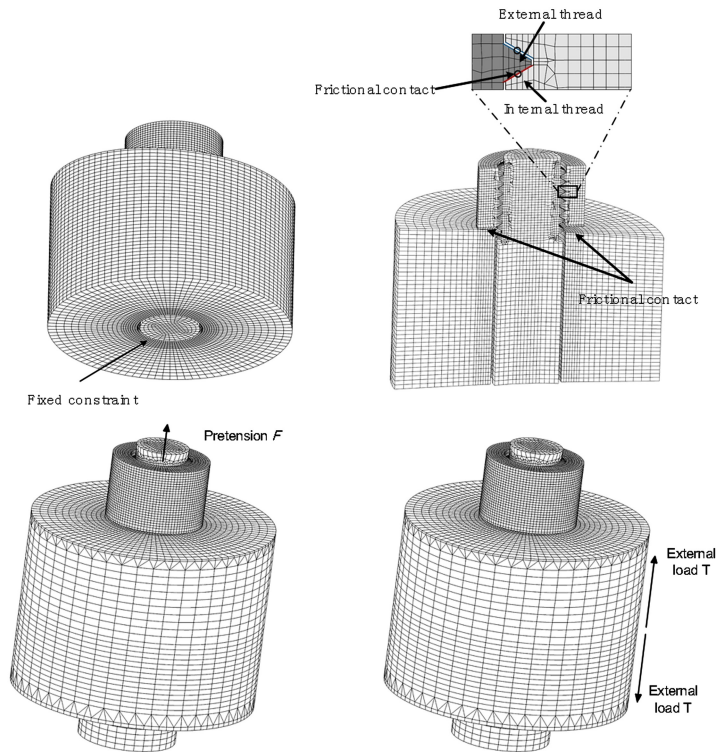


图2 螺栓连接结构有限元模型

Fig.2 Finite element model of bolted joint

为了比较准确地分析出不平行度对螺栓连接刚度的影响,在划分网格时,通过手动控制网格,使螺栓端面与被连接件的支撑面的网格细化.网格划分采用 solid186 单元,其中,平行状态下模型共计 124963 个单元,447615 个节点.模型中材料为镍基高温合金 GH4169:弹性模量 200GPa、泊松比 0.3.模型中坐标系  $x$  轴为螺栓轴向.

在载荷施加方面,将拉伸载荷作用在螺栓连接部件的接触面上,是将螺栓看作拉伸弹簧,上下被连接件看作受压弹簧.拉力载荷的施加减小了上、下被连接件之间的作用力大小,而没有增加连接部件上的总载荷,并非部件完全受力,施加位移载荷同时增加了螺栓与节点部件的初始变形,让螺栓变长,被连接件进一步受压,所以计算螺栓连接刚度施加位移载荷较为合理.

在螺栓连接参数化有限元模型中,分步施加载荷.螺栓拧紧过程中,在螺杆上分步施加预紧力至 30000N.拧紧完成后施加外载荷,上、下被连接件接触面施加 0.01mm 的  $x$  轴方向远端位移约束.第一载荷步为螺栓拧紧过程,第二载荷步为拉伸载荷施加过程,然后分别计算两个载荷步完成时的上、下两被连接件接触面的接触反力.

## 1.2 螺栓拧紧过程仿真分析结果

利用 ANSYS WORKBENCH 非线性算法计算不平行接触状态下各子步螺栓拧紧过程中被连接件的压缩量  $\Delta L$  及对应预紧力值  $F$ ,利用胡克定律  $F=k \cdot x$ ,计算出拧紧过程被连接件刚度,被连接件刚度表达式:

$$K_L = \frac{F}{\Delta L}$$

分别计算不平行角度  $\theta$  为  $0^\circ$ 、 $0.8^\circ$ 、 $1.6^\circ$ 、 $2^\circ$  下拧紧过程中各子步完成时的被连接件压缩量值及对应的预紧力值.图 3 为预紧力施加 30%、70% 和 100% 时的拧紧过程应力云图,可见随着预紧力值的增加应力锥逐渐形成,预紧力值达到 30% 时,不平行度的影响已经显现,应力分布左右不均,应力集中现象产生,螺杆已经弯曲偏斜;预紧力值达到 70% 至拧紧完成时,应力集中现象明显,螺杆明显弯曲且应力锥偏心,随着不平行角度增大变化趋势更为剧烈.图 4 为不同平行度下被连接件的载荷-位移曲线,可见在拧紧过程中随着预紧力的增加,被连接件压缩量逐渐增大.曲线斜率变化较小,证明

拧紧过程中被连接件刚度发生变化但是波动较小,随着不平行角度增大,曲线斜率下降表明被连接件刚度也在减小.

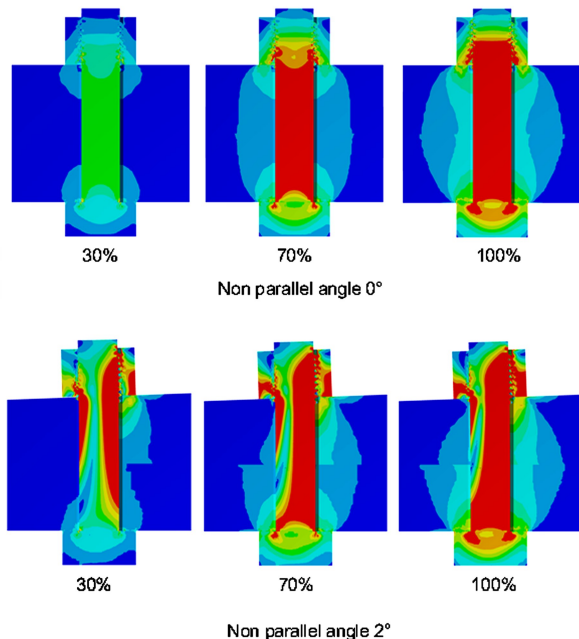


图 3 不同平行度下的拧紧过程应力云图

Fig.3 Contour figures of tightening process under different parallelism

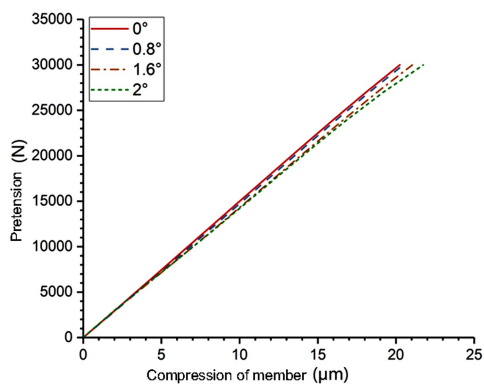


图 4 不同平行度下的被连接件载荷-位移曲线

Fig.4 Load-displacement curve of members under different parallelism

## 1.3 螺栓连接刚度仿真分析结果

利用 ANSYS WORKBENCH 非线性算法计算两个载荷步完成时上、下被连接件接触面的接触反力值  $F_{N1}$ 、 $F_{N2}$ ,利用胡克定律  $F=k \cdot x$ ,计算出螺栓连接刚度,螺栓连接刚度表达式:

$$K_T = \frac{F_{N1} - F_{N2}}{\sigma}$$

$X$  轴方向接触反力值  $F_{N1}$ 、 $F_{N2}$  由有限元仿真计算得出, $\sigma$  为接触面分离距离,这里取 0.01mm.分别计算出不同平行角度  $\theta$  为  $0^\circ$ 、 $0.4^\circ$ 、 $0.8^\circ$ 、 $1.2^\circ$ 、 $1.6^\circ$ 、

1.8°、2°时的螺栓连接刚度.不同角度下螺栓节点的刚度值见表1.

表1 不同平行度下螺栓连接刚度

Table 1 Stiffness of bolt joint under different parallelism

Angle/(°)	$F_{N1}/N$	$F_{N2}/N$	Stiffness/ $10^9(N/m)$
0.0	29998	31872	0.1874
0.4	29993	31876	0.1883
0.8	29988	31862	0.1874
1.2	29982	31844	0.1862
1.6	29975	31805	0.183
1.8	29971	31757	0.1786
2.0	29968	31691	0.1723

不同平行角度下,螺栓连接刚度的计算分为两个载荷步,第一载荷步螺栓拧紧完成时,被连接件应力云图如图5所示.第二载荷步拉伸载荷施加完成时,螺栓连接部件应力云图如图6所示.从图中可以清晰看到平行状态下节点部件应力分布呈对称状圆锥体,这也与Motosh提出的等价中空截头圆锥体模型相符.不平行偏差对于应力分布影响较大,可以看到应力锥发生了明显的偏心形变,且有应力集中现象发生.不平行状态下螺栓张紧过程中,螺母会逐渐贴合被连接件端面,螺杆发生弯曲,部件中的各接触面将会传递弯矩,这些结构上的变化都是影响螺栓连接刚度的因素.

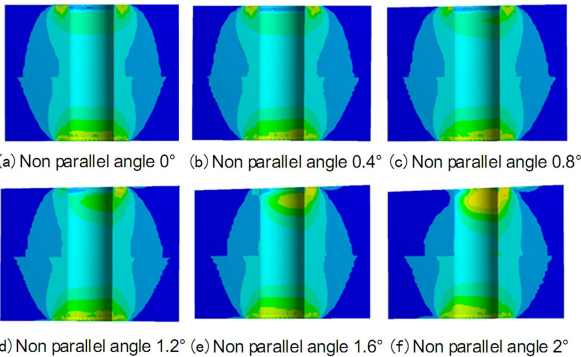


图5 不平行角度下拧紧状态被连接件应力云图

Fig.5 Contour figures of members of tightening process under different parallelism

螺栓连接刚度随着不平行角度的增加呈先增后减状态,当不平行角度在0°~0.4°范围内变化时,连接刚度变化小于0.48%,增大趋势不明显,随着不平行角度继续增大连接刚度呈下降趋势且越来越剧烈,角度达到1.5°左右时,螺母与被连接件贴合状态转变为非完全接触,刚度值下降速度突然增大,当不平行度达到2°时,与平行状态相比连接

刚度变化了8.1%.被连接件刚度随着不平行角度增加呈下降趋势且变化趋势越来越剧烈,如图7所示.

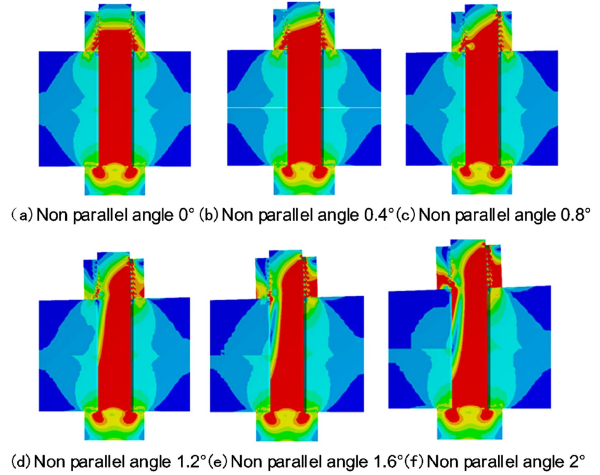


图6 不平行角度下拉伸状态螺栓部件应力云图

Fig.6 Contour figures of bolted joints of stretching process under different parallelism

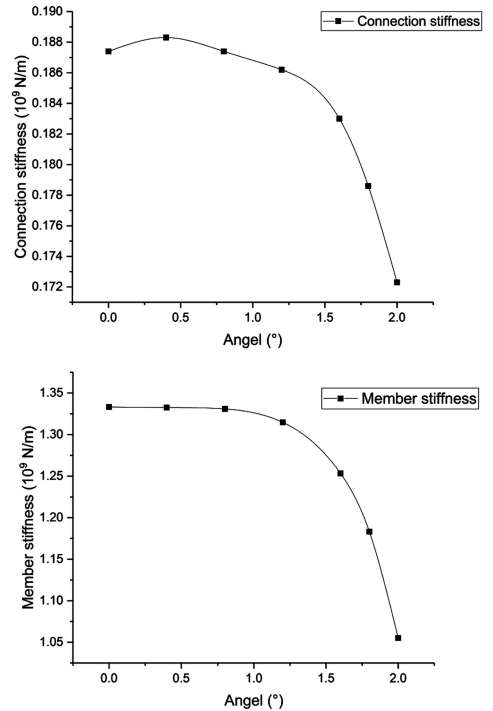


图7 不平行角度下螺栓连接刚度及被连接件刚度的变化曲线

Fig.7 Curves of the stiffness of bolted joints and members under different parallelism

## 2 不平行接触下的转子模态仿真分析

### 2.1 有限元模型

为了分析由被连接件不平行接触导致的螺栓预紧力偏差对于法兰件动态特性的影响规律,建立

模拟转子连接结构有限元模型. 模型由一对安装边、8 个 M8 螺栓螺母组成, 如图 8 所示. 为高效地分析出法兰件动态特性的变化规律, 网格划分采用 solid186 单元, 自动划分网格, 控制网格尺寸为 3mm. 模型中被连接件材料为 45# 钢, 螺栓材料为镍基高温合金 GH4169.

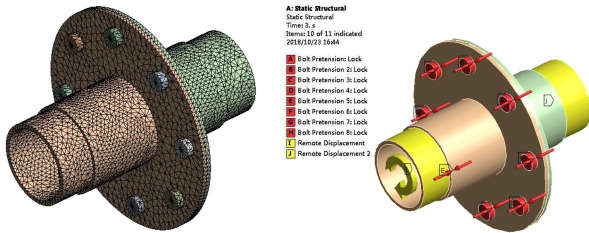


图 8 模拟转子连接结构有限元模型

Fig.8 Finite element model of rotor connection structure

在载荷施加方面, 对螺杆施加预紧力, 默认理想值为 7500N. 由于被连接件的不平行度存在会导致螺栓预紧力不均匀分布, 故考虑上下 20% 的预紧偏差作用. 1#~8# 螺栓的值分别为 6485、7920、8465、7085、7135、8236、6962 和 7069N (12 点钟方向为 1#

螺栓, 按逆时针排序). 被连接件结合面之间设置为摩擦接触, 摩擦系数定为 0.2, 其余设为绑定接触. 应用圆柱面支撑模拟轴承支撑, 采用远端位移约束, 放开  $x$  轴的旋转自由度. 运用 ANSYS Workbench 中的模态模块 (Modal) 进行静动态模态分析, 不考虑刚化效应, 不考虑旋转. 先施加预紧力做静力学分析, 导入模态分析, 再进行带预应力的模态分析.

### 2.2 模态仿真分析结果

由于低阶模态对振动系统的影响较大, 阶次越低, 影响越大, 阶次越高, 误差越大, 通常提取前 5~10 阶足够, 但是对于不平行接触状态的装配体, 具体到本文的模型仿真并不足以分析出整个系统的相应情况, 因此提取转子系统前 40 阶固有频率和振型进行分析, 频率结果见表 2. 前 40 阶次理想接触状态与不平行接触状态下转子固有频率的对比中, 第 35 阶转子系统的固有频率变化值最大, 达到 91.5Hz; 第 31、32 阶固有频率变化值也达到 29.9Hz 和 20.7Hz, 其余阶次变化不明显, 动态特性较稳定.

表 2 转子系统固有频率

Table 2 Natural frequency of rotor system

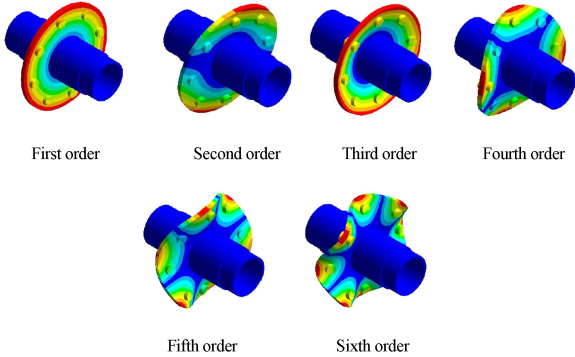
Order	Ideal contact (Hz)	Non parallel contact (Hz)	The change value of frequency (Hz)	Order	Ideal contact (Hz)	Non parallel contact (Hz)	The change value of frequency (Hz)
1	78.104	78.114	0.01	21	6602	6602.1	0.1
2	1166.2	1166.2	0	22	6606.1	6606.1	0
3	1167.9	1167.9	0	23	6625.9	6626.1	0.2
4	1343.4	1343.5	0.1	24	7664.4	7664.4	0
5	1436.4	1436.5	0.1	25	7665.1	7665.3	0.2
6	1436.6	1436.6	0	26	7945.2	7945.1	-0.1
7	2274.7	2274.8	0.1	27	7954.7	7954.7	0
8	2275.3	2275.5	0.2	28	7954.9	7954.9	0
9	3074.8	3074.9	0.1	29	8022.9	8022.9	0
10	3529.9	3529.9	0	30	8028	8030.2	2.2
11	3531.3	3531.3	0	31	8080.7	8110.6	29.9
12	3796.6	3796.9	0.3	32	8111.3	8132	20.7
13	3810.2	3810.2	0	33	8148.1	8148.2	0.1
14	3810.3	3810.3	0	34	8171.4	8173.3	1.9
15	3852	3852	0	35	8195.3	8286.8	91.5
16	3852.6	3852.6	0	36	8295.9	8297.4	1.5
17	4861.6	4861.5	-0.1	37	8298.1	8298.9	0.8
18	4862	4862.9	0.9	38	8798.5	8798.7	0.2
19	6411.9	6412.1	0.2	39	9027.9	9028.2	0.3
20	6412	6412.5	0.5	40	9028.8	9029.2	0.4

如图 9 所示为模拟转子连接结构低阶模态和敏感阶模态, 对于低阶模态来说, 其振型在理想接触和不平行接触下基本一致, 这是因为低阶模态主

要是对应转子的整体变形, 与连接结构的整体刚度有关. 不平行接触下的连接刚度非均匀分布虽然使得局部刚度产生变化, 但对连接结构的整体刚度影

响较小,因此对低阶模态的影响较小.对于高阶模态来说,其振型产生原因主要为螺栓间被连接件结合面的分离,由于各个螺栓附近的局部连接刚度的非均匀分布,导致各个螺栓间的振幅并不相同,同时,不同的敏感阶次下振型中最大振幅出现的位置也不相同.

Low order mode:



Sensitive order mode:

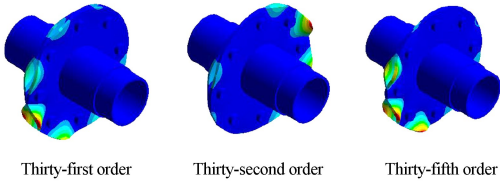


图9 模拟转子连接结构各阶次模态

Fig.9 Various modes of simulation of rotor connection structure

### 3 总结

在螺栓的拧紧过程中,螺母会逐渐贴合被连接件端面,被连接件与螺母、螺栓端头接触部分应力集中明显尤其是螺杆弯曲方向一侧,平行状态下被连接件应力分布呈锥形分布,不平行接触状态下应力锥发生偏心形变且螺杆弯曲一侧变化明显,随角度增大其变形更为显著.

随着不平行角度的增加,被连接件刚度总体趋势为下降状态,达到某临界值后,螺母贴合状态转变为非完全接触,导致刚度值快速下降.在拉伸载荷施加阶段,随着不平行角度的增加,螺栓连接刚度的总体趋势也为下降状态且下降速度逐渐增大,结合面几何偏差的存在对螺栓连接刚度影响较为显著.

转子连接结构的不平行接触会引起局部连接刚度的非均匀分布,导致其动态特性发生变化,主要表现在某些高阶处的固有频率值发生很明显的

变化,而较低阶固有频率基本不受不平行度的影响,敏感阶次的振型主要以螺栓间结合面的开合为主.

### 参 考 文 献

- 1 张大义,母国新,洪杰. 航空发动机转子支承系统刚度计算中的几个问题. 战术导弹技术, 2005(2):20~23 (Zhang D Y, Mu G X, Hong J. Rigidity calculation methods for rotor supporting system in gas engine. *Tactical Missile Technology*, 2005(2):20~23 (in Chinese))
- 2 章伊华,庞奎,林丹益等. 基于接触面特征的螺栓联接刚度研究. 兵工学报, 2017,38(1):195~201 (Zhang Y H, Pang K, Lin D Y, et al. Study of bolt joint stiffness based on contact surface characteristics. *Acta Armamentarii*, 2017,38(1):195~201 (in Chinese))
- 3 刘晓雪,郭翰飞,张亚辉等. 杠杆力作用下的螺栓联接刚度分析. 机械强度, 2017(5):1105~1111 (Liu X X, Guo H F, Zhang Y H, et al. Analysis of bolt joint stiffness effect with pry force. *Journal of Mechanical Strength*, 2017(5):1105~1111 (in Chinese))
- 4 Hashimura S, Narazaki H, Komatsu K. Influences of squareness error at bolt bearing surface on a frictional coefficient between bearing surfaces and on tightening accuracy. *Toraiba-rojisuto/Journal of Japanese Society of Tribologists*, 2016,61(12):882~892
- 5 Ganeshmurthy S, Nassar S A. Finite element simulation of process control of bolt tightening for joints with non-parallel contact. In: ASME 2012 Pressure Vessels and Piping Conference, 2014:343~351
- 6 弓可,余陵,汪杰. 基于Pro/E和ANSYS的某航空发动机转子模态分析. 科学技术与工程, 2012,12(31):8313~8316 (Gong K, Yu L, Wang J. Modal analysis of aero-engine rotor system based on Pro/E and ANSYS. *Science Technology and Engineering*, 2012,12(31):8313~8316 (in Chinese))
- 7 申苗,唐驾时,李克安等. 航空发动机双转子系统的模态分析. 兵工自动化, 2010,29(2):34~36 (Shen M, Tang J S, Li K A, et al. Modal analysis on dual-rotor system of aero-engine. *Ordnance Industry Automation*, 2010,29(2):34~36 (in Chinese))
- 8 Motosh N. Determination of joint stiffness in bolted connections. *Journal of Engineering for Industry*, 1976,98(3):858
- 9 Pedersen N L, Pedersen P. On prestress stiffness analysis

- of bolt-plate contact assemblies. *Archive of Applied Mechanics*, 2008, 78(2): 75~88
- 10 Zhu Z, Zhang B. The bulging of bolted guideways. *Journal of Mechanical Design*, 1996, 118(2): 280~285
- 11 杨国庆, 王飞, 洪军等. 螺栓被连接件轴向刚度高精度计算的半解析方法. 西安交通大学学报, 2012, 46(9): 37~42 (Yang G Q, Wang F, Hong J, et al. Semi-analytical method for accurate evaluation of axial stiffness of bolted member. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2012, 46(9): 37~42 (in Chinese))
- 12 王海涛. 带预紧力螺栓连接的机匣刚度分析. 航空发动机, 2010, 36(3): 33~35 (Wang H T. Casing stiffness analysis of pretightening force bolt joint. *Aeroengine*, 2010, 36(3): 33~35 (in Chinese))
- 13 Sethuraman R, Kumar T S. Finite element based member stiffness evaluation of axisymmetric bolted joints. *Journal of Mechanical Design*, 2009, 131(1): 1~11

## STIFFNESS OF BOLTED JOINT AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF ROTORS UNDER NON-PARALLEL CONTACT \*

Yan Ping Zou Cunjian Zhang Wei<sup>†</sup> Han Qingkai Sun Wei

(Dalian University of Technology, College of Mechanical Engineering, Dalian 116024, China)

**Abstract** Considering the non-parallel bearing surface, the evolution mechanism of the connection stiffness of a superalloy bolted connection and its influence on the rotor modal were studied. The geometrical errors of the bolts and connect members were represented as the non-parallel deviation of bearing surface, and then the simulation model of tightening process and axial loading process were established. By changing the inclination angle of the bearing surface from 0 degree to 2 degrees, the mechanical properties of the bolted connection were analyzed, and the variation law of bolt tension and stress distribution under non-parallel contact was revealed. Furthermore, the modal analysis of the rotor with non-parallel bearing surface was conducted to find out the change rules of the rotor modal under non-uniform distributing connection stiffness. The results show that the non-parallel bearing surface mainly influences the high-order modes, and the corresponding mode shape dominated by the opening-closing movement of the bolted connection.

**Key words** non-parallel contact, bolted connection stiffness, finite element analysis, dynamic characteristics of rotor

Received 19 September 2018, revised 29 October 2018.

\* The project supported by National Natural Science Foundation of China (51605074) and Natural Science Foundation of Liaoning Province of China (20180551006).

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: weizhang@dlut.edu.cn