

弹支-刚性转子系统过共振瞬态响应特性研究*

王美令¹ 温保岗² 韩清凯^{3†}

(1.大连交通大学 机车车辆工程学院, 大连 116028) (2.大连工业大学 机械工程与自动化学院, 大连 116034)

(3.大连理工大学 机械工程学院, 大连 116024)

摘要 针对结合弹支-刚性转子系统的动力学特点,利用 Lagrange 能量法建立了考虑变速特性的转子系统瞬态响应动力学方程,模型中区别考虑了非旋转阻尼和旋转阻尼的影响.采用精细积分算法计算获得过临界区的转子瞬态响应特性,进一步对比分析了角加速度和阻尼特性对转子系统瞬态振动响应幅频特性和相频特性的影响规律.研究表明:变速引起系统的刚度矩阵变化并产生附件的激励力;瞬态过共振响应幅值明显小于稳态响应幅值,且过共振越快、阻尼越大时系统瞬态振动响应幅值越小.针对过瞬态相频特性,在临界转速附近出现一个新的相位角(加速过共振小于 90°),此相位不受角加速度值和旋转阻尼比的影响,但随着非旋转阻尼比的增大呈增大趋势.

关键词 弹支-刚性转子系统, 过共振, 瞬态响应, 幅频特性, 相频特性

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-080

引言

随着高速旋转机械效率的提高,对于转速的要求也越来越高,其转子系统往往超临界转速运行,在启停过程不得不要多次通过临界转速,然而亚共振向超共振过渡的共振区瞬态振动响应特性比稳态响应复杂得多,在高速旋转机械的设计、研制、运行过程中引起了广泛关注^[1,2].

方之楚^[3]研究了单盘转子系统过临界的非定常运动,并讨论了陀螺效应和内阻尼对系统瞬态响应的影响.Genta^[4]基于有限元法建立了转子系统瞬态响应模型,并考虑了转子非线性影响.Zhou^[5]建立了 Jeffcott 转子系统的瞬态响应解析模型,将瞬态振动响应分解为自由振动和同频振动和伴随振动三部分.郑龙席^[6]运用传递矩阵法建立了双盘转子系统的运动微分方程,分析了不平衡量、加速度、支承刚度、阻尼、支承位置等参数对转子瞬态响应的影响.岳聪^[7]从越过临界转速时的瞬态动挠度以及进动角随阻尼系数角度分析转子系统的瞬态响应特征.然而目前针对瞬态响应特性的分析主要集中在振动幅值的特性分析,没有进一步研究瞬态

过程的相位规律性.

对于支承刚度远低于转子刚度的转子系统,如航空发动机转子系统,通过低阶临界转速时,变形大部分集中于弹性支承上,从而保证系统的高可靠稳定运行,这类转子系统可视为弹支-刚性转子系统^[8],其动力学特性有其独特性.蒋书运等^[9]采用整体传递矩阵-动态子结构法分析航空发动机整机瞬态响应特性,导出支承子结构运动方程,考虑挤压油膜力,并分析了不同转速、油膜间隙等参数条件下轴心轨迹特点.张华彪^[10]针对航空发动机转子叶片掉块故障,进行突加不平衡引发碰摩的瞬态响应分析,并考虑了支承刚度非线性影响.刘政等^[11]针对航空发动机特殊的径向转动惯量大于轴向转动惯量的厚盘转子系统,计算了单-厚盘转子分别以定角加速度和定功率过两阶临界转速时对不平衡激振力的瞬态响应,主要讨论了瞬态轴心轨迹变化规律,而忽略了其中的相位特征变化.

本文以结合弹支-刚性转子系统的动力学特点,利用 Lagrange 能量法建立了考虑变速特性的转子系统瞬态响应动力学方程,区别考虑了非旋转阻尼和旋转阻尼的影响.通过精细积分算法计算获得

2018-10-11 收到第1稿,2018-10-15 收到修改稿.

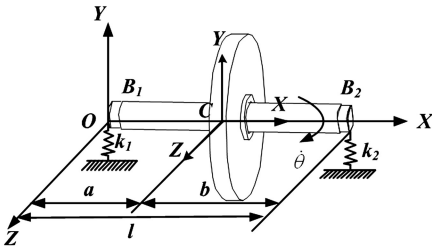
* 辽宁省博士科研启动基金(201601260)和辽宁省教育厅科学研究项目(JDL2017003)资助

† 通讯作者 E-mail: qk.han@hotmail.com

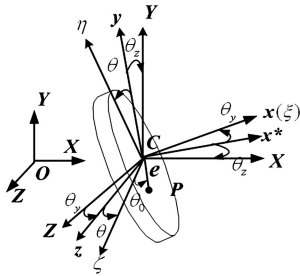
了加速过临界区的转子瞬态响应幅值、相位随角加速度和非旋转阻尼比、旋转阻尼比的变化曲线,得出角加速度和阻尼在加速过共振区时系统响应特性的影响规律,为带弹支-刚性转子系统的高速旋转机械在设计、运行、维护以及故障诊断等工程实际提供参考。

1 弹支-刚性转子系统瞬态动力学分析

转子系统模型如图 1(a) 所示,两支点刚度分别为 k_1, k_2 (N/m), 两支点间的距离为 l (m). 轮盘中心点 C 距左支点 B_1 的距离为 a , 距右支点 B_2 的距离为 b . 建模过程中坐标系: $OXYZ$ ——固定坐标系; $C\xi\eta\zeta$ ——跟随转子一同旋转的动坐标系. 坐标系变换关系如图 1(b) 所示, 其中 $\theta_y, \theta_z, \theta$ 分别为转盘绕 Cy, Cz, Cx 轴的旋转角。



(a) 模型
(a) Model



(b) 坐标变换
(b) Coordinates transformation

图 1 弹支刚性转子系统示意图

Fig.1 The rigid rotor system with flexible supports

本模型中将转盘视为刚性体,不考虑转轴质量,忽略轴向位移及扭转变形,该转子系统的运动状态可以通过转盘中心点的平动位移 y, z 和转角位移 θ_y, θ_z , 及其对应的平动速度、角速度表示. 在瞬态响应分析中,转子不再以恒定速度旋转,旋转角速度 $\dot{\theta}$ 不为常量. 根据文献[4]在动坐标系中表示的转子系统的动能、势能,变换到固定坐标系中,根据

Lagrange 方程,建立该系统的 4 自由度 $(y, z, \theta_y, \theta_z)$ 动力学方程:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + K_{11}y + K_{12}\theta_z &= m e \dot{\theta}^2 \cos(\theta + \theta_0) + m e \ddot{\theta} \sin(\theta + \theta_0) \\ m\ddot{z} + K_{11}z - K_{12}\theta_y &= m e \dot{\theta}^2 \sin(\theta + \theta_0) - m e \ddot{\theta} \cos(\theta + \theta_0) \\ J_d \ddot{\theta}_y + J_p \dot{\theta} \dot{\theta}_z + J_p \ddot{\theta}_z + K_{22}\theta_y - K_{12}z &= 0 \\ J_d \ddot{\theta}_z - J_p \dot{\theta} \dot{\theta}_y + K_{22}\theta_z + K_{12}y &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

式中, m (kg) 转盘的质量, J_p, J_d ($\text{kg} \cdot \text{m}$) 分别为转盘的极转动惯量和直径转动惯量, e 为转盘的质量偏心量, θ_0 为其初始相位角. 刚度系数可通过对柔度系数矩阵求逆获得, 当两支点相同、且转盘位于转轴中央时, 即 $k_1 = k_2 = k, a = b = l/2$, 可得 $K_{11} = 12EI k / (6EI + 2a^2 k), K_{12} = K_{21} = 0, K_{22} = 12EI k a^2 / (6EI + 2a^2 k)$.

式(1)的矩阵形式可记为,

$$M\ddot{q} + \theta G\dot{q} + Kq = Q \tag{2}$$

式中, q, \dot{q} 和 \ddot{q} 分别为系统的振动位移、速度和加速度向量, 其中, 广义位移向量 $q = \{y \ z \ \theta_y \ \theta_z\}^T$. 系统的质量矩阵、陀螺力矩矩阵、刚度矩阵和广义激励力矢量分别为:

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_d \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_p \\ 0 & 0 & -J_p & 0 \end{bmatrix} \\ K &= \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & K_{12} \\ 0 & K_{11} & -K_{12} & 0 \\ 0 & -K_{12} & K_{22} & J_p \dot{\theta} \\ K_{12} & 0 & 0 & K_{22} \end{bmatrix} \\ Q &= \begin{bmatrix} m e \dot{\theta}^2 \cos(\theta + \theta_0) + m e \ddot{\theta} \sin(\theta + \theta_0) \\ m e \dot{\theta}^2 \sin(\theta + \theta_0) - m e \ddot{\theta} \cos(\theta + \theta_0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3}$$

由上式可以看出,与恒定角转速的工况 ($\dot{\theta} = \text{常数}, \ddot{\theta} = 0$) 比较,瞬态响应动力学模型中,变转速引起系统的刚度矩阵和广义激励力的变化,导致系统

的刚度矩阵不对称,产生两个转动方向的耦合刚度 $J_p \ddot{\theta}$, 及两个平动方向上的附加激励力 $me\ddot{\theta}\sin(\theta+\theta_0)$, $me\ddot{\theta}\cos(\theta+\theta_0)$.

当考虑与转子相关的旋转阻尼以及与静子相关的非旋转阻尼^[4]时,可通过在系统方程(3)的右侧加上广义的阻尼力,假设为粘弹性阻尼,则系统的非旋转阻尼力 F_n 和旋转阻尼力 $F_{r\eta\zeta}$ 分别可表示为:

$$F_n = -c_n \dot{q}, F_{r\eta\zeta} = -c_r \dot{q}_{r\eta\zeta} \quad (4)$$

式中, c_n 和 c_r 分别为非旋转阻尼系数和旋转阻尼系数, $\dot{q} = \{\dot{y} \quad \dot{z} \quad \dot{\theta}_y \quad \dot{\theta}_z\}^T$ 和 $\dot{q}_{r\eta\zeta} = \{\dot{y} \quad \dot{z} \quad \dot{\theta}_y \quad \dot{\theta}_z\}^T_{r\eta\zeta}$ 分别为系统在 $OXYZ$ 和 $C\xi\eta\zeta$ 的广义速度向量. 根据图 1(b) 所示的坐标变换关系可推导获得 \dot{q} 和 $\dot{q}_{r\eta\zeta}$ 的变换关系,由此确定旋转阻尼力在固定坐标系下可表示为:

$$F_r = R^T F_{r\eta\zeta} = -c_r (R^T \dot{q} + R^T \dot{R} q) \quad (5)$$

式中,

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\dot{R} = \dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ -\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix}$$

将旋转阻尼力和非旋转阻尼力引入到系统中,系统动力方程式(3)变化为

$$M\ddot{q} + (\dot{\theta}G + C)\dot{q} + (K + \dot{\theta}C_r)q = Q \quad (6)$$

式中,阻尼矩阵 C 、 C_r 分别为:

$$C = 2(\zeta_n + \zeta_r) \sqrt{km} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_r = 2\zeta_r \sqrt{km} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, ζ_n 、 ζ_r 分别为非旋转阻尼比和旋转阻尼比.

2 弹支-刚性转子系统过共振瞬态响应特性

本节针对弹支-刚性转子系统起停过程中通过

刚体模态临界转速的特点,基于建立的系统瞬态动力学方程,采用增维精细积分方法^[12,13],分析从某一转速状态线性加速过临界时,转子系统的瞬态响应幅值及其相位变化特点.

2.1 算例

针对图 1 所示的弹支-刚性转子系统,分析其加速过共振瞬态不平衡响应特性,所采用的模型参数如表 1 所示,计算获得系统的前两阶固有频率分别为 34.32Hz、71.17 Hz.

表 1 转子系统的模型参数

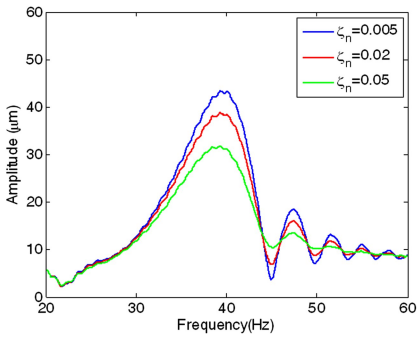
Table 1 Parameters of the rotor system	
Parameters	Values
Equivalent mass m (kg)	43
Moment of inertia J_p ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	0.4
Diameter of the moment of inertia J_d ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	0.6
Imbalance me ($\text{kg} \cdot \text{m}$)	50×10^{-5}
Distance between support 1 and disc $a=l/2$ (m)	0.2
Support stiffness $k_1 = k_2 = k$ (N/m)	1×10^6
Nonrotating damping ratio ζ_n	0.005
Rotating damping ratio ζ_r	0.005

2.2 系统阻尼的影响特性比较

在转子系统加速通过一阶临界(34.32Hz)过程中,选取加速过程转速范围 20~60Hz,分别选定 4 种不同的旋转角加速度 $\ddot{\theta} = a_\theta = 0, 200, 400, 600 \text{ rad/s}^2$,其中,加速度为 0 时,即稳态工况.为比较分析非旋转阻尼比 ζ_n 和旋转阻尼比 ζ_r 对系统过共振瞬态响应特性的影响,分别选定如表 2 所示的 5 种阻尼条件,其中工况 1-3, ζ_n 变化, ζ_r 固定;工况 3-5,反之,采用增维积分算法进行仿真分析,获得不同加速度和阻尼条件下系统过共振瞬态响应特性,在 $\ddot{\theta} = a_\theta = 400 \text{ rad/s}^2$ 时 5 种不同阻尼条件下,转子系统加速过共振时瞬态响应比较结果分别如表 2 和图 2 所示.

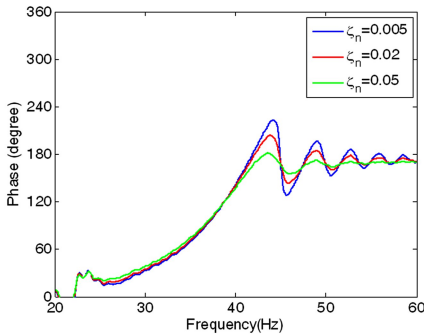
表 2 转子系统的阻尼条件及其响应幅值、相位统计结果比较

Table 2 Damping conditions and corresponding amplitudes and phases results across resonance				
Cases	ζ_n	ζ_r	Resonance Amplitudes (μm)	Resonance Phases ($^\circ$)
Case1	0.05	0.005	31.75	46
Case 2	0.02	0.005	38.84	46
Case 3	0.005	0.005	45.34	46
Case 4	0.005	0.02	41.33	39
Case 5	0.005	0.05	37.68	34



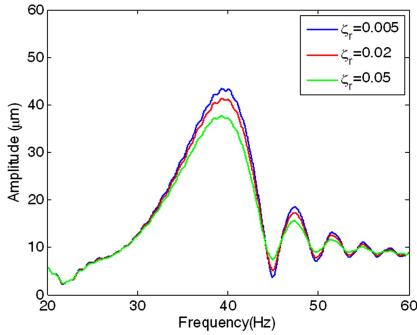
(a) 工况 1-3 时幅-频特性曲线

(a) Amplitude-frequency characteristics for cases 1-3



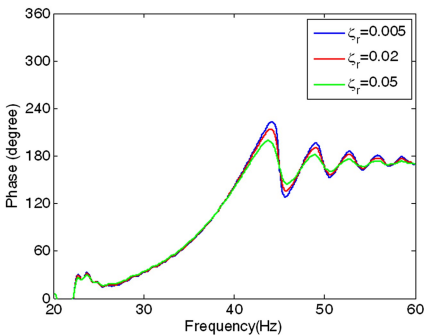
(b) 工况 1-3 时相-频特性曲线

(b) Phase-frequency characteristics for cases 1-3



(c) 工况 3-5 时幅-频特性曲线

(c) Amplitude-frequency characteristics for cases 3-5

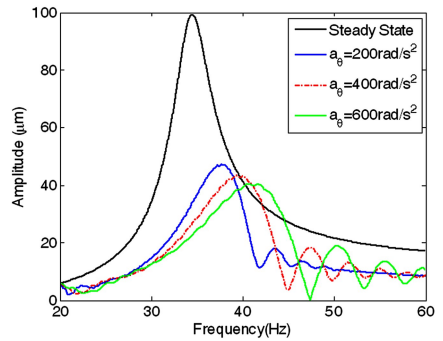


(d) 工况 3-5 时相-频特性曲线

(d) Phase-frequency characteristics for cases 1-3

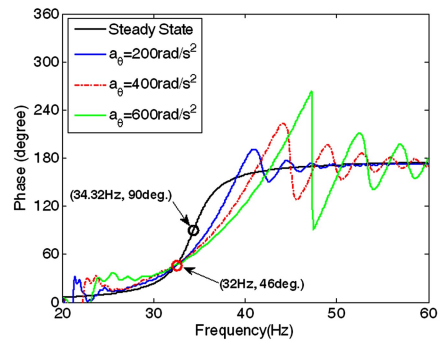
通过表 2 和图 2 比较结果可以看出:系统加速过临界区时,(1) 瞬态响应最大幅值受非旋转阻尼比 ζ_n 和旋转阻尼比 ζ_r 影响,且过共振瞬态响应幅值随着阻尼增大明显减小;(2) 在相-频图中稳态响应过临界点有典型的 90° 相位角,而过共振过程中,过临界点出现新相位角,此相位不受 ζ_r 的影响,但随着 ζ_n 的增大而增大。

针对 4 种不同的角加速度 $\ddot{\theta} = a_\theta = 0, 200, 400, 600 \text{ rad/s}^2$,其中,加速度为 0 时,即稳态工况,分析如表 2 所示的 5 种阻尼工况,进一步获得系统阻尼对其过共振瞬态响应特性的影响.其中工况 3 时系统过共振瞬态响应幅-频特性和相-频特性曲线分别如图 3 所示。



(a) 幅-频变化曲线

(a) Amplitude-frequency characteristics



(b) 相-频变化曲线

(b) Phase-frequency characteristics

图 3 系统在不同加速工况过共振瞬态响应曲线
(工况 3: $\zeta_n = 0.005, \zeta_r = 0.005$)

Fig.3 Transient responses of rotor system across resonance with acceleration rates
(Case 3: $\zeta_n = 0.005$ and $\zeta_r = 0.005$)

通过上述分析进一步得出:弹性-刚性转子系统过共振瞬态响应的最大振幅随着加速度值的增大而减小,表明越快速过共振瞬态响应幅值反而

图 2 不同阻尼条件下系统过共振响应结果比较

Fig.2 Transient responses of rotor system across resonance with different damping conditions

小;(2)加速过共振不再呈现典型的 90° 相位角,而是在临界转速附近出现一个新的相位角,此相位不受加速度值和旋转阻尼比 ζ_r 的影响,但随着非旋转阻尼比 ζ_n 的增大而增大。

3 结论

(1)与稳态动力学模型比较,瞬态响应动力学模型中,变转速引起系统的刚度矩阵和广义激励力的变化,产生两个转动方向的耦合刚度 $J_p\ddot{\theta}$,以及两个平动方向上的附加激励力 $m\ddot{\theta}\sin(\theta+\theta_0)$, $m\ddot{\theta}\cos(\theta+\theta_0)$ 。

(2)瞬态过共振响应幅值明显小于稳态响应幅值,受过共振加速度、非旋转阻尼比 ζ_n 和旋转阻尼比 ζ_r 的影响明显,且越快速过共振瞬态响应幅值越小。

(3)瞬态过共振区时,在相-频图中临界转速时也没有典型的 90° 相位角,而是在临界转速附近出现一个新的相位(加速过共振小于 90°),此相位不受角加速度值和旋转阻尼比 ζ_r 的影响,但随着非旋转阻尼比 ζ_n 的增大呈增大趋势。

参 考 文 献

- 高金吉,徐鸿. 转子系统瞬态不平衡响应的有限元分析. 振动与冲击, 2004,24(3):1~4 (Miao H Y, Gao J J, Xu H. Transient response of unbalanced rotor system through its critical speed. *Journal of Vibration And Shock*, 2004,24(3):1~4 (in Chinese))
- 傅超,任兴民,杨永锋等. 考虑参数不确定性的2转子系统瞬态动平衡研究. 动力学与控制学报, 2017,15(5):453~458 (Fu C, Ren X M, Yang Y F, et al. Transient dynamic balancing of rotor system with uncertainties. *Journal of Dynamics and Control*, 2017,15(5):453~458 (in Chinese))
- 方之楚,骆振黄. 单盘转子系统过临界点时的瞬态响应. 上海交通大学学报, 1987,(3):23~35,141 (Fang Z C, Luo Z H. Transient response of single-disc rotor system through critical speed. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 1987(3):23~35,141 (in Chinese))
- Genta G, Delprete C. Acceleration through critical speeds of an anisotropic, nonlinear, torsionally stiff rotor with many degrees of freedom. *Journal of Sound and Vibration*, 1995,180(3):369~386
- Zhou S Y, Shi J J. The analytical imbalance response of Jeffcott rotor during acceleration. *Journal of Manufacturing Science and Engineering-Transactions of the ASME*, 2001,123(2):299~302
- 郑龙席,李晓丰,秦卫阳. 双盘转子系统各参数对转子瞬态响应影响的研究. 机械科学与技术, 2010,29(9):1257~1262,1267 (Zheng X L, Li X F, Qin W Y. Influence of the double rotor system parameters on its transient response. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2010,29(9):1257~1262,1267 (in Chinese))
- 岳聪,任兴民,邓旺群. 柔性转子加速过临界瞬态响应特征分析. 机械科学与技术, 2013,32(3):395~398 (Yue C, Ren X M, Deng W Q. Analyzing transient response of flexible rotor across critical speed. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2013,32(3):395~398 (in Chinese))
- Muszynska A. Rotordynamics. Taylor & Francis Group LLC, 2005
- 蒋书运,陈照波,须根法等. 航空发动机整机瞬态动力特性分析. 哈尔滨工业大学学报, 1998(2):4~6 (Jiang S Y, Chen Z B, Xu G F, et al. Analysis of transient dynamic characteristics of aeroengine. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 1998(2):4~6 (in Chinese))
- 张华彪. 转子突加不平衡的碰摩响应. 动力学与控制学报, 2017,15(6):558~562 (Zhang H B. Sudden imbalance rubbing response of a rotor system. *Journal of Dynamics and Control*, 2017,15(6):558~562 (in Chinese))
- 刘政,王建军. 单-厚盘转子过两阶临界转速的瞬态振动特性分析. 北京航空航天大学学报, 2015,41(11):2144~2157 (Liu Z, Wang J J. Analysis of transient vibration of single thick-disk rotor crossing two orders of critical speeds. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2015,41(11):2144~2157 (in Chinese))
- 姜培林,虞烈. 转子系统瞬态响应计算的精细迭代积分方法. 航空动力学报, 1998(2):169~172 (Jiang P L, Yu L. An iterative precise integration method for calculation of transient response in rotor-bearing system. *Journal of Aerospace Power*, 1998(2):169~172 (in Chinese))
- 岳聪,任兴民,杨永锋等. 变速转子瞬时不平衡响应的精细算法. 航空学报, 2014,35(11):3046~3053 (Yue C, Ren X M, Yang Y F, et al. A precise integration

method on transient unbalance response of varying velocity rotor. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35

(11):3046~3053 (in Chinese))

TRANSIENT RESPONSE CHARACTERISTIC OF A RIGID ROTOR SYSTEM WITH FLEXIBLE SUPPORTS ACROSS RESONANCE *

Wang Meiling¹ Wen Baogang² Han Qingkai^{3†}

(1. College of Locomotive and Vehicle Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

(2. School of Mechanical Engineering, Dalian Polytechnic University, Dalian 116034, China)

(3. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract According to the dynamic characteristics of a rigid rotor system with flexible supports, the dynamic equations for transient responses were deduced by Lagrangian approach, where the assumption of constant speed was removed, and the rotating and non-rotating damping were taken into account, respectively. Based on the proposed model, both the amplitude and phase characteristics of the transient response were investigated theoretically by use of the precision integration method. Moreover, the effects of the acceleration, rotating and non-rotating damping coefficients were also addressed for the transient analysis. The results show that the time-varying rotating speed directly brings out coupling stiffness coefficients and additional forces, and the maximum amplitude greatly decreases with the increases in passing speed and damping coefficients. A phase angle less than 90 degrees, rather than the typical 90-degree phase angle, appears at the critical speed, when the system passes through resonance. Additionally, such a phase angle is independent of the acceleration and rotating damping ratio, but can be increased by enhancing the non-rotating damping ratio.

Key words rigid rotor with flexible supports, across resonance, amplitude-frequency characteristic, phase-frequency characteristic

Received 11 October 2018, revised 15 October 2018.

* The project supported by the Doctoral Startup Foundation (201601260) and Basic Scientific Research Project from Education Department of Liaoning Province (JDL2017003).

† Corresponding author E-mail: qk.han@hotmail.com