

基于 HB-AFT 算法的阵发性混沌振动研究新方法^{*}

李磊¹ 张智勇^{1,2†} 芮筱亭² 陈予恕³

(1.南京理工大学 理学院, 南京 210094) (2.南京理工大学 发射动力学研究所, 南京 210094)

(3.哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要 阵发性振动最早用来阐述流体中的层流被湍流无规则扰动的现象.在非线形动力学领域,阵发性指的是系统时域响应随着参数的变化出现规则与不规则运动之间伪随机交替的运动特征.响应的阵发性是非线形动力学系统随分岔参数变化进入混沌运动的一种典型途径.不过,对于非线性系统阵发性混沌现象,由于其参数敏感性和动力学行为演化的复杂性,研究手段还有待丰富.半解析半数值的谐波平衡-频域转换(Harmonic balance and alternating frequency/time domain,简称 HB-AFT)方法可以避开传统方法对于复杂非线性项的积分或者级数展开等处理过程,能够快速而精确地求得系统的谐波解.本文基于 HB-AFT 方法,结合 Floquet 稳定性理论,给出了一套非线性动力系统阵发性混沌演化的研究的半解析方法.并以经典的单频激励 Duffing 系统为例,对其全局周期解分支及其失稳特性进行分析,阐明了该系统一种阵发 I 型混沌行为的动力学演化机制.

关键词 非线性动力系统, 阵发性混沌, HB-AFT, Floquet 稳定性

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-047

引言

随着科学技术的发展,混沌理论有了长足的发展.阵发性混沌理论从 20 世纪 80 年代起步,在等离子体^[1]、非线性电路^[2]、流体力学^[3]、细胞力学^[4]和机器人动力学^[5]等分析中取得了大量理论和实验成果,由此受到了广泛的关注.阵发性混沌的主要特征是规则和 irregular 运动伪随机交替出现.常见的阵发性混沌经过折叠分岔、亚临界 Hopf 分岔和亚临界倍周期分岔伴随系统全局结构的重整化产生,Pomeau 和 Manneville^[6]把这三类阵发失稳嵌入混沌的方式分别定义为阵发 I、II 和 III 型混沌,显然这三种分岔并不是阵发混沌产生的充分条件^[7].近 20 年来,阵发性混沌理论得到了进一步丰富^[8],阵发 V 型、X 型混沌、开关(on-off)阵发、激变阵发等多种新的阵发混沌响应模式被理论和实验发现.阵发性混沌演化涉及系统全局动力学特性的转变,因此理论上研究困难,常采用数值方法进行计算分析.然而,阵发性混沌往往发生在失稳不动点附

近,由于临界慢化现象^[9]的发生,对数值积分模拟要求高精度和较长的计算时间.综上所述,就阵发性混沌研究而言,无论在理论发展、工程应用还是研究手段领域,都存在大量开放性问题,方兴未艾.

有许多经典的数值方法、定量方法和解析方法可对非线性动力系统的特性进行分析.一般把所求问题看成常微分方程的初值问题,采用数值积分方法来求解系统的渐近稳态响应^[10],并采用 Poincare 截面、频谱图、Lyapunov 指数和数值分岔图等分析系统的混沌特征.但是,由于阵发性混沌响应的陡变特性,在数值积分求解过程中需要频繁改变步长,且临界慢化现象使得接近失稳位置的稳态响应计算非常耗时^[11].小参数摄动法、平均法、多尺度法等各种经典的定量方法受到小参数条件、可积条件、级数展开条件等的限制^[12],而谐波平衡法对于复杂非线性系统谐波平衡本身就是极为困难的.另外,上述定量解析方法在高次谐波解求解时,由计算工作量原因,通常仅求解一次或二次谐波解,可是相关研究表明高次、小谐波分量的忽略可能会对

2018-05-16 收到第 1 稿,2018-06-15 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金(11602108, 11472135),江苏省自然科学基金(BK20160820),科学挑战专题(TZ2016006-0104)

[†] 通讯作者 E-mail: zhiy Zhang@njjust.edu.cn

系统的稳定性带来极大的误差甚至错误^[13].

HB-AFT 方法是 Yamauchi^[14] 提出来的一种半解析半数值的隐式谐波平衡法.该方法在求解系统周期响应过程中把响应和非线性函数同时设为谐波解形式,根据系统的离散时频特性建立谐波系数之间的关系,对于复杂非线性项无需级数展开、积分处理等近似过程,因此该方法具有一定的普遍适用性^[15].随后, Kim 等^[16] 引入广义的 DFT 变换技术,使 HB-AFT 方法可自动求解系统的准周期解.最近, Didier 等^[17] 提出的随机 HB-AFT 方法能很好的用于包含随机强非线性的转子系统的非线性响应分析. Zhang 等^[18] 将同伦延拓技术嵌入 HB-AFT 方法,结合 Hsu 求解 Floquet 单值矩阵的离散方法,给出了一整套追踪系统周期响应和稳定性分析的全频域快速方法.

Duffing 振子系统已经成为分析非线性动力学行为的一种经典模型,而且在许多情况下可以使用不同形式的 Duffing 方程对一些工程非线性问题进行定性分析^[19,20]. Duffing 系统是研究阵发性混沌振动的一种主要模型,阵发性混沌现象在各类型 Duffing 系统中被大量研究^[21-23].简谐激励 Duffing 系统(1)式的阵发性混沌现象被广泛研究^[11,24],不过缺少对其动态演化的相关分析.

$$\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + \alpha x(t)^3 = A \sin \omega t \quad (1)$$

鉴于以上背景,本研究从简谐激励 Duffing 系统阵发性混沌现象出发,基于非线性动力学理论,采用 HB-AFT 方法结合 Floquet 理论,对非线性动力系统的典型阵发性混沌行为的演化展开研究,拟提供一种阵发性混沌研究的新方法.

1 理论与方法

1.1 HB-AFT 方法求解周期响应

不失一般性,求解响应周期为 2π 的解,对于非线性系统

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \dot{x}(t), \lambda) \quad (2)$$

首先,进行响应和非线性函数谐波平衡化过程:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ f(t) \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^K \left(\begin{bmatrix} a_k \\ c_k \end{bmatrix} \cos(kt) - \begin{bmatrix} b_k \\ d_k \end{bmatrix} \sin(kt) \right) \quad (3)$$

把等式(3)代入系统(2),各阶谐波平衡可得:

$$g(P, Q) = 0 \quad (4)$$

其中, P, Q 分别表示响应和非线性力谐波系数.

把 Q 记为已知,可采用 Newton-Raphson 迭代求解不动点 P ,

$$J^{(i)}(P^{(i+1)} - P^{(i)}) + g^{(i)} = 0 \quad (5)$$

其中,迭代 Jacobian 矩阵,

$$\begin{aligned} J &= dg(P, Q)/dP \\ &= \partial g(P, Q)/\partial P + \partial g(P, Q)/\partial Q \cdot dQ/dP \end{aligned} \quad (6)$$

迭代求解(5)式,只有(6)式中 dQ/dP 是未知的,下面通过 AFT 变换^[22]给出该关系.

系统响应 $x(t)$ 的时域离散信息可由反有限傅里叶变换(Inverse Discrete Fourier transform, IDFT)给出:

$$x(n) = \text{Real} \left\{ \sum_{k=0}^K P_k e^{i(2\pi kn/N)} \right\} \quad (7)$$

这里 $P_k = a_k + ib_k$, $n=0, \dots, N-1$, $x(n)$ 为 $x(t)$ 在第 n 个时间点的值, N 为时间离散点数.

根据(2)和(7)式,非线性力 $f(x(t), \dot{x}(t), \lambda)$ 的离散时域信息可表示为

$$f(x(n), \dot{x}(n), \lambda) \quad (8)$$

则 Q 可由有限傅里叶变换(Discrete Fourier transform, DFT)给出:

$$Q_k = \frac{\varphi}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F(n) e^{i(-2\pi kn/N)} \quad (9)$$

其中 $Q_k = c_k + id_k$, 当 $n=0$, φ 为 1, 否则 φ 等于 2.

从(7)~(9)式可见, Q_k 是 P_k 的函数,因此可以求得 dQ/dP 的显式表达式.

1.2 嵌入弧长延拓的 HB-AFT 方法

以 λ 为控制参数,由(5)式迭代求解会在转向点失效^[25],对此问题可用弧长延拓法把(4)式转化为:

$$\begin{cases} \frac{dg}{dP} \frac{dP}{ds} + \frac{dg}{d\lambda} \frac{d\lambda}{ds} = 0 \\ \frac{dP}{ds} \frac{dP^T}{ds} + \left(\frac{d\lambda}{ds} \right)^2 = 1 \end{cases} \quad (10)$$

在初始条件 $(P(s_0), \lambda(s_0)) = (P, \lambda)_0$ 下的求解问题.式(10)中 λ 为系统参数变量, s 为曲线 $(P(s), \lambda(s))$ 的弧长变量, $(P, \lambda)_0$ 为(10)式一个已知解.

常用牛顿迭代校正法^[25]求解(10)式,具体求解过程为:

首先,由已知解 $(P, \lambda)_0$ 预估一个解

$$(P, \lambda)_1 = (P, \lambda)_0 + \delta \left(\frac{dP}{ds}, \frac{d\lambda}{ds} \right)_0 \quad (11)$$

然后,对 $(P, \lambda)_1$ 进行 Newton-Raphson 迭代,

$$\begin{bmatrix} P_{i+1} \\ \lambda_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_P(P_i, \lambda_i) & g_\lambda(P_i, \lambda_i) \\ \frac{dP^T}{ds} & \frac{d\lambda}{ds} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} g(P_i, \lambda_i) \\ \frac{dP^T}{ds}(P_i - P_1) + \frac{d\lambda}{ds}(\lambda_i - \lambda_1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

求得下一个精确解 $(P, \lambda)_*$,其中 $g_P = \frac{dg}{dP}$, $g_\lambda = \frac{dg}{d\lambda}$,

弧长延拓方向 $v = (\frac{dP}{ds}, \frac{d\lambda}{ds})$ 和变步长策略可参照文献[25].

1.3 稳定性分析

对由 HB-AFT 方法求得的系统周期解,基于 Floquet 理论^[7],由 Hsu 阶跃函数法求得系统 Floquet 单值矩阵^[17].

设 $U = [x \quad \dot{x}] = [x_1 \quad x_2]$,则(2)式变换为:

$$\dot{U}(t) = F(t, U(t)) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -f(x_1, x_2, \lambda) \end{bmatrix} \quad (13)$$

对于(13)式系统,用 ΔU 扰动 HB-AFT 过程求得的 T 为周期的解 $U^*(\tau)$ 如下:

$$d(U^*(t) + \Delta U)/dt = F(t, U^*(t) + \Delta U) \quad (14)$$

可得(14)式的线性化表达式

$$\begin{aligned} d\Delta U/dt &= \partial F(t, U^*(t))/\partial U(t)^* \cdot \Delta U \\ &= A(t, U^*(t)) \Delta U \end{aligned} \quad (15)$$

周期解 $U^*(\tau)$ 的局部线性稳定性可通过 Floquet 理论,由周期变系数微分方程(15)式 ΔU 的稳定性来判断.由 Hsu 阶跃函数法,给出单值矩阵的计算公式:

$$\begin{aligned} B &= \prod_{\bar{n}=\bar{N}}^1 \exp(\Delta T \cdot A(U^*(t_{\bar{n}}), t_{\bar{n}})) \\ &\approx \prod_{\bar{n}=\bar{N}}^1 \left(I + \sum_j^{N_j} \frac{(\Delta T \cdot A(U^*(t_{\bar{n}}), t_{\bar{n}}))^j}{j!} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $t_{\bar{n}} = \bar{n} \cdot T/\bar{N}$, $\Delta T = T/\bar{N}$, N_j 为矩阵级数的截断次数, $A(U^*(t_{\bar{n}}), t_{\bar{n}})$ 、 $U^*(t_{\bar{n}})$ 分别为 $A(U^*(t), t)$ 和 $U^*(t)$ 在 $t_{\bar{n}}$ 离散点时的值.

就周期解分岔特性而言,周期为 T 周期解稳定的条件为所有的 Floquet 乘子(即单值矩阵 B 的特征值 λ_m)都位于复平面上的单位圆内,根据 λ_m 通过单位圆的方式可知周期解的失稳的三种基本形式^[7]:

(1) λ_m 在+1处越出单位圆,系统周期响应可能发生跨临界分岔、对称破缺分岔、折叠分岔;

(2) λ_m 在-1处越出单位圆,则周期响应发生倍周期分岔;

(3)若两个共轭乘子离开单位圆,则周期响应发生二次 Hopf 分岔.

一般来说,若系统发生折叠分岔、亚临界 Hopf 分岔或亚临界倍周期分岔后,系统的原稳定周期吸引子并未发生转迁^[24],伴随系统结构的重整化将分别发生阵发 I、II 和 III 混沌现象^[7].

2 算例

对于(1)式 Duffing 系统,选取文献[11, 24]参数 $c=0.25, k=-1, \alpha=1, \omega=1$ 进行分析.当激励幅值 $A=0$ 时,对无阻尼未扰系统(1)式进行平衡点稳定性分析,可知系统具有两个中心 $(\pm 1, 0)$ 和一个鞍点 $(0, 0)$.

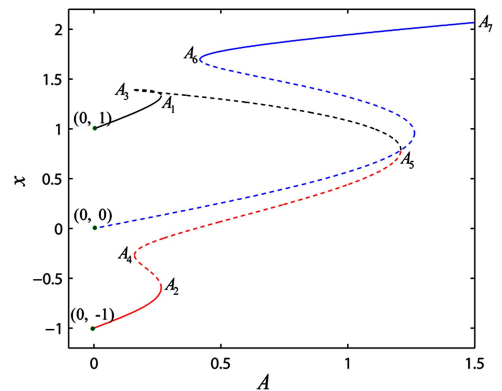


图1 全局周期1解分支

Fig.1 The trajectory of global period-1 branch

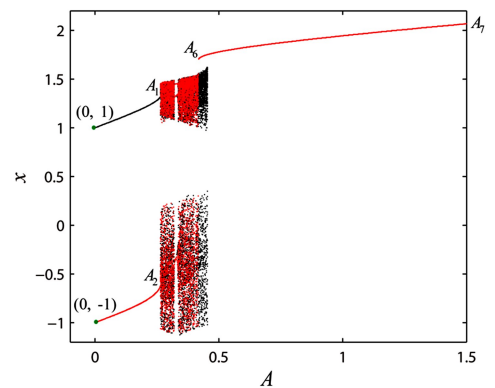


图2 数值分岔图,其中黑点、红点分别为随 A 向前、向后扫频的数值积分结果

Fig.2 Numerical bifurcation diagram, the black and red dots denotes A sweeping up and down

以激励幅值 A 为控制参数(即式(10)中 $\lambda=A$),取谐波次数 $K=10$,式(12)迭代误差取 10^{-15} ,采用嵌入弧长延拓的 HB-AFT 方法追踪系统的周期 1 解分支(相对激励周期而言).如图 2 所示,系统受扰后从平衡点出现三条周期解分支,与未扰系统类似,两中心产生的周期 1 分支是稳定的,鞍点受扰产生的周期 1 分支是不稳定的,这与文献[26]的解析分析结果一致.两条稳定的周期解在 A_1 、 A_2 点通过折叠分岔

失稳,如表 1、表 2 所示,周期 1 解分支的 Floquet 乘子在转向点穿过+1 轴离开单位圆.随后,不稳定的周期 1 解分支在 A_3 、 A_4 通过折叠分岔产生半稳定^[27]的周期解分支 A_3 - A_5 、 A_4 - A_5 .另一方面,从鞍点产生的周期解分支在 A_6 经折叠分岔产生较大振幅的稳定周期轨线 A_6 - A_7 .上述结果与数值分岔图是吻合的.随控制参数 A 的改变,如图 3 所示系统的全局周期解共存特性及其稳定性变化显著.

表 1 周期 1 分支在转向点 A_1 附近的 Floquet 乘子 λ_m

Table 1 Floquet multipliers λ_m of period-1 branch around the turning point A_1

A	0.264979289724	0.26497946081	0.264979482480	0.264979482478	0.264979482459
λ_m	0.995473	0.998484	0.999988	1.000016	1.000047
	0.208825	0.208195	0.207882	0.207876	0.207870

表 2 周期 1 分支在转向点 A_2 附近的 Floquet 乘子 λ_m

Table 2 Floquet multipliers λ_m of period-1 branch around the turning point A_2

A	0.264979290510	0.264979461136	0.264979482481	0.264979461162	0.264979290706
λ_m	0.208823	0.208193	0.207880	0.207566	0.206947
	0.995482	0.998496	0.999998	1.001502	1.004505

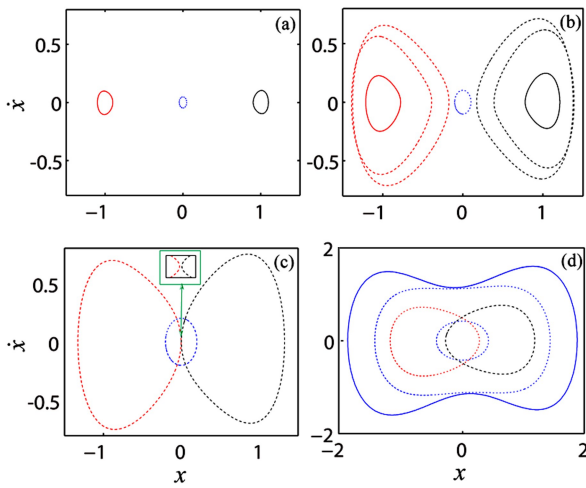


图 3 系统在 A 激励幅值取(a) 0.1,(b) 0.2,(c) 0.4 和(d) 0.8 时的稳定(实线)、不稳定(虚线)周期 1 共存特性

Fig.3 Coexistence of stable (solid) and unstable (dotted) period-1 solutions, excitation amplitude A taken as (a) 0.1, (b) 0.2, (c) 0.4 and (d) 0.8

如表 1、表 2 所示,随着控制参数 A 加大,两条稳定的周期解分支在 $A_T=0.26497948248$ 附近同时发生折叠分岔,这是由于系统的对称性导致的.如图 4 所示,系统折叠分岔失稳后系统的稳态响应并未发生危险分岔跳跃到其他吸引子上^[24],且在临近不动点 A_1 、 A_2 位置经历逆切分岔(inverse tangent

bifurcation)^[8]缓慢通过,由此可以判断系统此时触发阵发 I 型混沌振动模式,可以认为 A_T 是此系统阵发 I 型混沌的阈值.

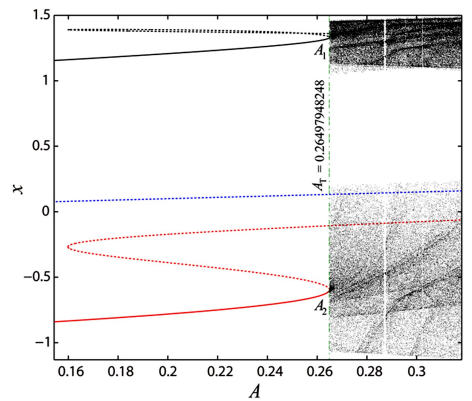


图 4 激励幅值 A 在 0.16 到 0.32 之间的全局周期 1 解分支和数值分岔图

Fig.4 The trajectory of global period-1 branch and numerical bifurcation diagram for excitation amplitude A taken 0.16 to 0.32

如图 5 所示,随着控制参数越过阵发 I 型混沌阈值 A_T ,系统的时域响应出现了规则与不规则伪随机交替.当 A 值继续增加,不规则运动所占区间增大,最后系统完全进入不规则运动,由图 6 Poincare 映射可见,系统响应在此过程中逐渐远离

分岔不动点 A_1, A_2 (图6局部放大图 a_3 和 a_4), 这也是阵发 I 型混沌与阵发 II 型、III 型混沌不同特征之

—^[8]. 另外, 系统存在稳定的周期 1 解与混沌解共存的状态, 见图 6(c).

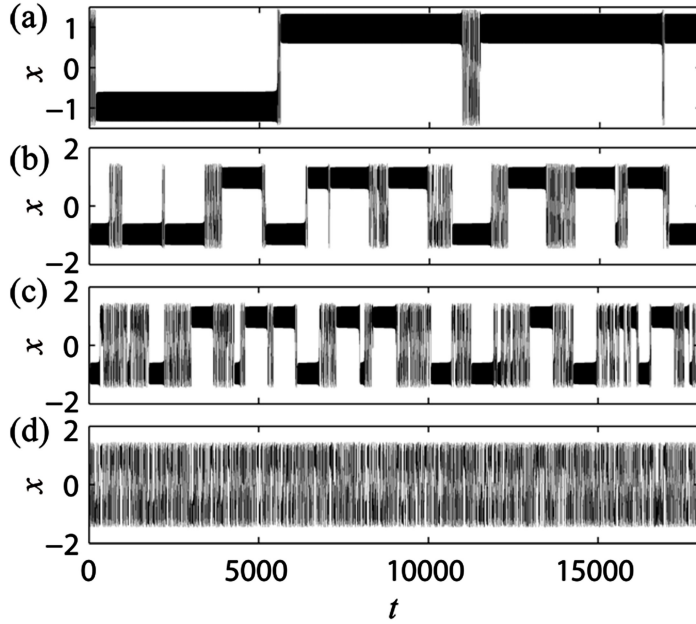


图5 激励幅值 A 取(a) 0.26498, (b) 0.26499, (c) 0.26501 和(d) 0.27000 时的时间历程

Fig.5 Time series for excitation amplitude A taking (a) 0.26498, (b) 0.26499, (c) 0.26501 and (d) 0.27000

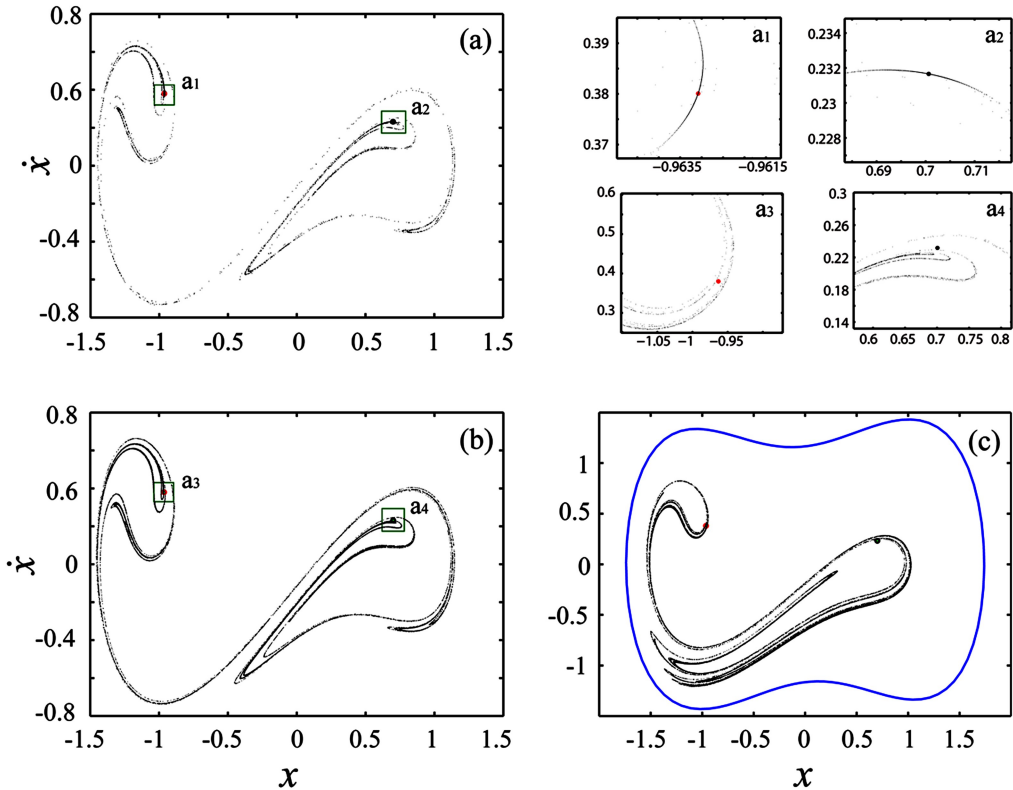


图6 激励幅值 A 取(a) 0.26498, (b) 0.27000 和(c) 0.45000 时的 Poincaré 映射, 其中蓝线为相轨线

Fig.6 Poincaré maps for excitation amplitude A taking (a) 0.26498, (b) 0.27000 and (c) 0.45000, where the blue line is phase trajectory

3 结论

以 Duffing 系统为研究对象,对经典的单频激励 Duffing 系统的分岔特性进行了深入研究.发现该系统包含丰富的周期解分支共存和失稳特性,且在一定条件下存在阵发 I 型混沌行为,具有一定的基础理论价值.阵发性混沌演化由于涉及系统全局动力学特性的转变,理论上分析困难.本研究针对该问题,从非线性动力学角度出发,采用嵌入弧长延拓的 HB-AFT 方法结合 Floquet 理论,提供了一套阵发性混沌演化的研究方法.本文方法本质上属于频域方法,可以快速而精确地自动追踪系统周期解分支并判断其稳定性.通过系统全局周期解特性的分析,能够对系统经典阵发类型的演化进行全局分析.

参 考 文 献

- Cheung P Y, Donovan S, Wong A Y. Observations of intermittent chaos in plasmas. *Physical Review Letter*, 1988, 61(61):1360~1363
- Stouboulos I N, Miliou A N, Valaristos A P, et al. Crisis induced intermittency in a fourth-order autonomous electric circuit. *Chaos Solitons & Fractals*, 2007, 33(4):1256~1262
- Broze G, Hussain F. Transitions to chaos in a forced jet: Intermittency, tangent bifurcations and hysteresis. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 311(311):37~71
- Parthimos D, Edwards D H, Griffith T M. Shil'nikov homoclinic chaos is intimately related to type-III intermittency in isolated rabbit arteries: role of nitric oxide. *Physical Review E*, 2003, 67(1):051922
- Hassene G, Safya B, Nahla K. Intermittency and interior crisis as route to chaos in dynamic walking of two biped robots. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, 2012, 22(3):3797~3802
- Pomeau Y, Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems. *Communications in Mathematical Physics*, 1980, 74:189~197
- Nayfeh A H, Balachandran B. Applied nonlinear dynamics. Weinheim: Wiley-Vch, 2004
- Elaskar S, Del Río E. New advances on chaotic intermittency and its applications. Switzerland: Springer International Publishing, 2017
- Hao B L. Elementary symbolic dynamics and chaos in dissipative systems. Singapore: World Scientific, 1989
- 都琳,侯平兰. Duffing 方程的辛精细积分方法研究. 动力学与控制学报, 2017, 15(1):1~5 (Du L, Hou P L. Symplectic precise integration method for duffing equation. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(1):1~5 (in Chinese))
- 胡海岩. 应用非线性动力学. 北京:航空工业出版社, 2000 (Hu H Y. Applied nonlinear dynamics. Beijing: Aviation Industry Press, 2000 (in Chinese))
- 陈予恕. 非线性振动. 北京:高等教育出版社, 2002 (Chen Y S. Nonlinear vibrations. Beijing: High Education Press, 2002 (in Chinese))
- Wolf H, Stegic M. The influence of neglecting small harmonic terms on estimation of dynamical stability of the response of non-linear oscillators. *Computational Mechanics*, 1999, 24:230~237
- Yamauchi S. The nonlinear vibration of flexible rotors, 1st report, development of a new analysis technique. *Transactions JSME Series C*, 1983, 49:1862~1868
- Kim Y B, Noah S T. Stability and bifurcation analysis of oscillators with piecewise-linear characteristics: A general approach. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1991, 58(2):545~553
- Kim Y B, Noah S T. Quasi-periodic response and stability analysis for a non-linear Jeffcott rotor. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 190(2):239~253
- Didier J, Sinou J J, Faverjon B. Study of the non-linear dynamic response of a rotor system with faults and uncertainties. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331:671~703
- Zhang Z Y, Chen Y S, Cao Q J. Bifurcations and hysteresis of varying compliance vibrations in the primary parametric resonance for a ball bearing. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 350:171~184
- Kovacic I, Brennan M J. The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviour. West Sussex: John Wiley & Sons, 2011
- 陈志强,王进良,李由. 二维离散 Duffing-Holmes 系统的分支与混沌研究. 动力学与控制学报, 2017, 15(4):324~329 (Chen Z Q, Wang J L, Li Y. Analysis on bifurcation and chaos of two-dimensional discrete Duffing-Holmes system. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(4):324~329 (in Chinese))
- Bunz H O, Haken H. Subcritical period doubling in the

- Duffing equation-type 3 intermittency, attractor crisis. *Zeitschrift Für Physik B Condensed Matter*, 1984, 56(4): 345~354
- 22 Yang J, Qu Z, Hu G. Duffing equation with two periodic forcings: The phase effect. *Physical Review E*, 1996, 53(5): 4402~4413
- 23 Venkatesan A, Lakshmanan M, Prasad A, et al. Intermittency transitions to strange nonchaotic attractors in a quasiperiodically driven duffing oscillator. *Physical Review E*, 2000, 61: 3641~3651
- 24 Thompson J M T, Stewart H B. *Nonlinear dynamics and chaos*. New York: John Wiley & Sons, 2001
- 25 黄象鼎, 曾钟钢, 马亚南. 非线性数值分析的理论与方法. 武汉: 武汉大学出版社, 2004 (Huang X D, Zeng Z G, Ma Y N. The theory and methods for nonlinear numerical analysis. Wuhan: Wuhan University Press, 2004 (in Chinese))
- 26 Holmes P. A Nonlinear oscillator with a strange attractor. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1979, 292(A292): 419~448
- 27 Li Z X, Cao Q J, Marian W, et al. Analysis of the periodic solutions of a smooth and discontinuous oscillator. *Acta Mechanica Sinica*, 2013, 29(4): 575~582

A NEW METHOD BASED ON HB-AFT ALGORITHM FOR INTERMITTENT CHAOTIC VIBRATION STUDY *

Li Lei¹ Zhang Zhiyong^{1,2†} Rui Xiaoting² Chen Yushu³

(1. School of Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(2. Institute of Launch Dynamics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(3. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract Intermittent vibration refers to the state in which the laminar flow in fluid is interrupted by turbulent outbreaks at irregular intervals. In the field of nonlinear dynamics, the intermittent motions is termed the pseudo random alternating motion between regular motion and irregular motion. Intermittency is a typical route to chaotic motions for nonlinear dynamical systems. However, for the behaviors of intermittency chaos, the research methods have yet to be enriched due to the parametric sensitivity and evolution complexity of the nonlinear dynamic responses. The semi-analytical and semi-numerical harmonic balance and alternating frequency/time domain (HB-AFT) method can avoid the traditional integral or series expansion of complicated nonlinear terms, which make it obtain a harmonic solution of the system quickly and accurately. Based on the HB-AFT method and Floquet stability theory, this paper presented a new semi-analytical method for the evolution of intermittency chaos in nonlinear dynamical systems. Taking the classical single-frequency excitation Duffing system as an example, the global periodic solution branches and their instabilities are analyzed, and the dynamic evolution mechanism of a type I intermittency chaos is illustrated.

Key words nonlinear dynamic system, intermittency chaos, HB-AFT, Floquet stability

Received 16 May 2018, revised 15 June 2018.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11602108, 11472135), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20160820), Science Challenge Project(TZ2016006-0104).

† Corresponding author E-mail: zhiyzhang@njust.edu.cn