

鼠笼局部断裂的刚度特性及其转子动力学特性分析*

温保岗¹ 王美令^{2†} 任红军³ 韩清凯⁴

(1.大连工业大学 机械工程与自动化学院,大连 116034) (2.大连交通大学 机车车辆工程学院,大连 116028)

(3.辽宁科技大学 机械工程与自动化学院,鞍山 114051) (4.大连理工大学 机械工程学院,大连 116024)

摘要 本文针对带有局部断裂的鼠笼刚度特性以及其支承的转子系统动力学特性开展研究.首先基于力学分析推导了鼠笼局部断裂刚度理论计算公式.其次,基于带有局部断裂的鼠笼有限元模型进行其刚度计算,并采用最小二乘法对有限元刚度计算结果进行分析,提出了鼠笼局部断裂后的拟合经验刚度公式,通过对比分析得出局部断裂对鼠笼刚度特性的影响.最后,建立带有鼠笼局部断裂的两支点弹性支承转子系统的动力学模型,并仿真获得了带有鼠笼局部断裂转子系统的固有特性和振动响应的变化规律.结果表明:鼠笼局部断裂导致其刚度下降以及支承刚度不对称,引起转子系统临界转速下降,且水平、垂直振动有差异,轴心轨迹呈椭圆形.

关键词 鼠笼, 局部断裂, 刚度特性, 转子系统, 动力学特性

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-084

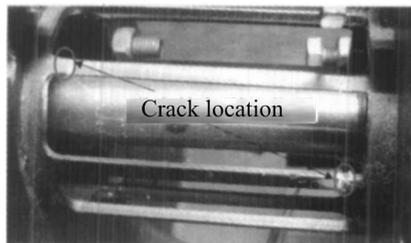
引言

现代航空发动机日益向着推重比、大载荷、高转速、高温、高压、高可靠性方向发展,转子-支承系统趋于柔性化.为了使发动机具有先天优良的振动特性,转子动力学比较成熟的做法是采用弹性支承-刚性转子方案,使系统的变形尽量发生在支承上,因此采用弹性支承的设计成为发动机振动特性的重要因素^[1,2].其中整体加工的鼠笼式弹性支承结构是比较常用的结构,但鼠笼由于存在较大的应力集中,容易出现疲劳裂纹,甚至笼条断裂,如图1所示,导致发动机振动增加,甚至造成灾难性事故^[1,3],因此研究鼠笼疲劳以及疲劳断裂对航空发动机转子系统振动特性影响有着重要意义.

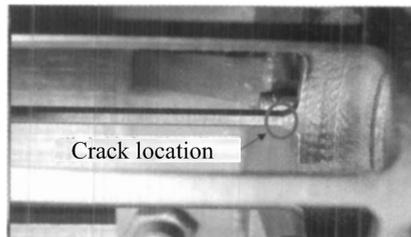
国内外学者对鼠笼支承刚度进行了相关理论及实验分析,冯国全^[4,5]进行了鼠笼式弹性支承的优化设计与试验研究,并进行了柔度试验和疲劳应力试验,对鼠笼弹性支承进行了疲劳强度分析.徐方程^[7]进行不同结构尺寸的鼠笼弹性支承静刚度测试试验和有限元计算.

弹性支承转子动力学方面,张慈等^[7]研究了鼠

笼式弹支刚度对转子系统的振动特性影响.张华彪等^[8,9]建立了航空发动机的弹支刚性转子系统碰摩的动力学方程,分析了同步全周碰摩的分岔响应以及进行突加不平衡引发碰摩的瞬态响应分析.



(a) 1# 弹支
(a) 1# squirrel-cage



(b) 2# 弹支
(b) 2# squirrel-cage

图1 鼠笼断裂照片^[3]

Fig.1 Photo of squirrel-cage with local crack^[3]

2018-10-28 收到第1稿,2018-11-6 收到修改稿.

* 辽宁省博士科研启动基金(201601260)和辽宁省教育厅科学研究项目(JDL2017003)资助

† 通讯作者 E-mail: meilingcc@163.com

王美令等^[10]建立弹性支承式风扇转子动力学模型,分析其模态以及不平衡响应特性.李兵^[11]试验分析了弹性环式挤压油膜阻尼器(ERSFD)-转子系统的弹性环凸台高度、供油条件、滑油温度和不平衡量对转子动力学特性影响.参考文献[3]通过实验研究了弹支笼条根部出现裂纹时引起转子系统振动变化,并采用主动弹支干摩擦阻尼器对鼠笼断裂后的转子振动控制等.实验发现主动弹支干摩擦阻尼器能减小弹支发生局部断裂而增加的振动.目前尚未有鼠笼断裂刚度变化相关研究以及断裂后鼠笼对转子系统动力学特性影响理论分析,因此需要开展鼠笼局部断裂后的刚度变化以及对转子振动影响研究.

本文针对鼠笼断裂引起刚度以及转子振动问题,分别采用理论推导、有限元方法和拟合方法结合提出带局部断裂的鼠笼刚度模型,并基于其支承的两支点转子系统动力学模型进行转子固有特性及振动响应分析,研究鼠笼局部断裂的刚度特性及带有鼠笼局部断裂转子系统固有特性和振动响应的变化规律.

1 鼠笼局部断裂刚度模型建立

1.1 鼠笼局部断裂结构特征

鼠笼疲劳应力多发生在笼条根部,其裂纹多在笼条根部过渡处^[3,5].本文以如图2所示的笼条根部断裂的鼠笼为研究对象.建立固定坐标系为 $oxyz$,其坐标原点 o 为固定点,位于鼠笼外圈中心点处, x 为轴向坐标, y, z 为径向坐标.为了确定鼠笼周向断裂位置,引入断裂相位角 φ_i ,即断裂笼条位置与安装位置的垂直方向 y 的夹角,如图2所示,图中 l_s 为笼条有效长度, h_s 为笼条厚度, b_s 为笼条宽度, d_s 为鼠笼外径.

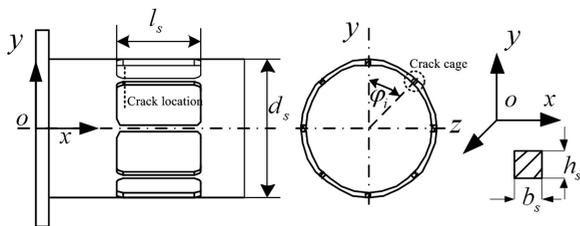


图2 鼠笼断裂结构示意图

Fig.2 Squirrel-cage with local crack

1.2 鼠笼局部断裂刚度理论模型

位于相位角 φ_i 的第 i 根笼条受力如图3所示.

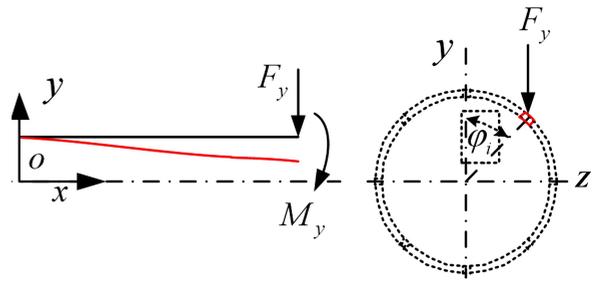


图3 鼠笼第 i 笼条受力示意图

Fig.3 Force on the i^{th} bar of squirrel-cage

通过力学分析,推导得出第 i 根笼条在水平、垂直方向刚度 k_{iz}, k_{iy} 为^[1,12]:

$$\begin{cases} k_{iz} = \frac{12E}{l_s^3} (I_b \cos^2 \varphi_i + I_h \sin^2 \varphi_i) \\ k_{iy} = \frac{12E}{l_s^3} (I_b \sin^2 \varphi_i + I_h \cos^2 \varphi_i) \end{cases} \quad (1)$$

假设鼠笼在相位角 φ_i 的第 i 笼条出现断裂,则其水平、垂直方向刚度 k_z, k_y 可以表示为:

$$\begin{cases} k_z = k_r - k_{iy} \\ k_y = k_r - k_{iz} \end{cases} \quad (2)$$

式中, k_r 为正常状态鼠笼刚度.

文献[1,4,6]均指出理论计算鼠笼刚度相对于有限元计算与试验结果偏差较大,下节将通过有限元方法对鼠笼局部断裂刚度进行进一步分析.

1.3 鼠笼局部断裂有限元模型

运用PRO/E软件建立鼠笼的三维模型,其参数如表1所示.并将模型导入ANSYS,模型采用Solid45单元进行自由划分网格,共包含70084个节点,16349个单元,相位角为 φ_i 第 i 根笼条根部在建模时为分离状态.考虑鼠笼通过连接孔与连接座连接安装方式,约束连接孔节点所有自由度.为了模拟鼠笼与轴承外圈的配合,将鼠笼悬臂端部内圆面上所有节点 y 和 z 方向的平移自由度耦合使其一起联动,即各节点在这两个方向的自由度相同,不发生局部变形.所建立鼠笼有限元模型如图4所示.

表1 鼠笼结构参数及材料特性

Table 1 Parameters of the squirrel-cage

l_s/mm	h_s/mm	b_s/mm	d_s/mm	E/GPa	λ
70	4	3	80	2.06	0.29

在鼠笼悬臂端施加力分别施加 y, z 方向 F_y, F_z 有限元计算得到的鼠笼悬臂端在 y, z 方向的位移

分别为 δ_y, δ_z . 则鼠笼断裂时垂直方向刚度 k_y 及水平方向刚度 k_z 依据胡克定理分别为 $k_z = \frac{F_z}{\delta_z}, k_y = \frac{F_y}{\delta_y}$.

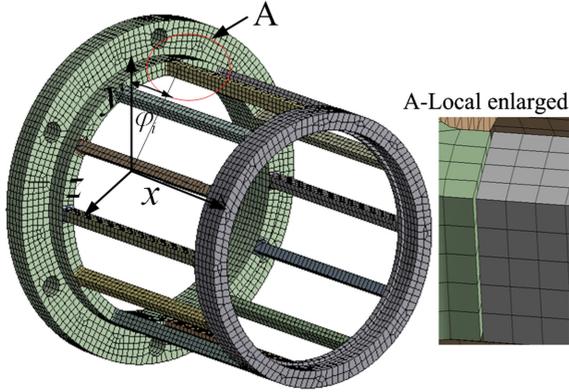


图4 鼠笼有限元模型

Fig.4 Finite element model of squirrel-cage with local crack

1.4 鼠笼局部断裂刚度拟合

选取笼条数量 n 分别为 10、12、16、18、20、24 鼠笼, 断裂相位为 $\varphi_i = 0^\circ \sim 180^\circ$ 进行其刚度分析, 基于所得的 57 组有限元计算结果采用最小二乘法拟合方法, 获得鼠笼断裂后水平、垂直方向刚度拟合公式 (FEF), 表示为:

$$\begin{cases} k_z = k_r \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \cos\left(2\left(\varphi_i - \frac{2\pi}{n}\right)\right) \right) \\ k_y = k_r \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \sin\left(2\left(\varphi_i - \frac{2\pi}{n}\right)\right) \right) \end{cases} \quad (3)$$

式中, 正常状态鼠笼刚度 $k_r = nEh_s^2 b_s^2 / l_s^3$.

2 鼠笼局部断裂刚度影响分析

因结构形式和尺寸等的不同, 鼠笼刚度存在差异, 为便于对比不同鼠笼结构尺寸断裂后引起刚度变化, 引入无量纲参数“刚度变化率”, ξ_z, ξ_y 分别表示鼠笼断裂后水平、垂直方向刚度变化率:

$$\begin{cases} \xi_z = \frac{|k_z - k_r|}{k_r} \times 100\% \\ \xi_y = \frac{|k_y - k_r|}{k_r} \times 100\% \end{cases} \quad (4)$$

三种模型计算得到鼠笼笼条数量 n 分别为 12、16、18、20 在水平、垂直方向刚度变化率 ξ_z, ξ_y 随着断裂相位 $\varphi_i (0 \sim 180^\circ)$ 的变化曲线如图 5 所示. 图中, FEA、FEF、AF 分别为有限元、拟合公式、理论计算结果.

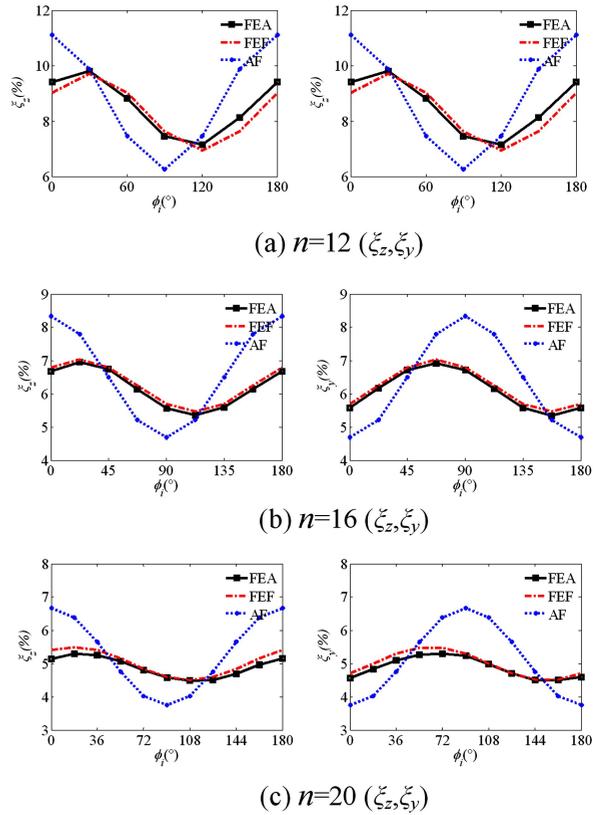


图5 鼠笼刚度变化率 ξ 与 φ_i 关系曲线

Fig.5 Relationship between variation coefficient ξ and phase angle φ_i of squirrel-cage with local crack

由图 5 可以看出, 本文提出的拟合刚度与有限元计算结果有很好的吻合性, 理论值与有限元存在一定相位差; 鼠笼断裂后刚度降低且变化率随笼条总数量增加而减小; 同时鼠笼在水平、垂直方向刚度降低与断裂相位角为三角函数关系. 对比 ξ_z, ξ_y 可以看出, 鼠笼局部断裂后水平方向与垂直方向刚度变化率 ξ_z, ξ_y 不同, 表明由于鼠笼断裂使其水平与垂直刚度呈现不对称性.

3 带有鼠笼局部断裂的弹支转子系统动力学特性分析

3.1 弹支转子系统动力学模型

针对如图 6 所示的两支点弹支转子系统^[9], 建立其 4 自由度动力学模型:

$$M\ddot{q} + (C + \Omega J)\dot{q} + Kq = Q \quad (5)$$

式中, q, \dot{q} 和 \ddot{q} 分别为系统的 4 自由度振动位移、速度和加速度向量, 其中, 广义位移向量 $q = \{y \ z \ \theta_y \ \theta_z\}^T$, Ω 为转子转速, M 为质量矩阵, K 为刚度矩阵, J 为陀螺效应矩阵, Q 为由不平衡引起的激振力, 阻尼矩阵采用 Rayleigh 比例阻尼

$C = \alpha M + \beta K$, 其中 α, β 为比例阻尼系数.

$$M = \begin{bmatrix} m & & & \\ & m & & \\ & & J_d & \\ & & & J_d \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & -J_p & \\ & & & J_p \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} (k_{y1} + k_{y2}) & 0 & 0 & (-ak_{y1} + bk_{y2}) \\ 0 & (k_{z1} + k_{z2}) & (-ak_{z1} + bk_{z2}) & 0 \\ 0 & (-ak_{z1} + bk_{z2}) & (a^2k_{z1}^2 + b^2k_{z2}^2) & 0 \\ (-ak_{y1} + bk_{y2}) & 0 & 0 & (a^2k_{y1}^2 + b^2k_{y2}^2) \end{bmatrix}$$

$$Q = \{ m_e c \cos(\Omega t) \ m_e c \sin(\Omega t) \ 0 \ 0 \}^T$$

其中, m 为转盘质量, 其中 D 为转盘直径, m_e 为不平衡质量, e 为不平衡质量距回转中心距离, a 为转盘距支点 1 距离, b 为转盘距支点 2 距离, J_d, J_p 分别为圆盘的直径转动惯量和极转动惯量, $k_{z1}, k_{y1}, k_{z2}, k_{y2}$ 分别为支点 1、2 鼠笼水平、垂直支承刚度.

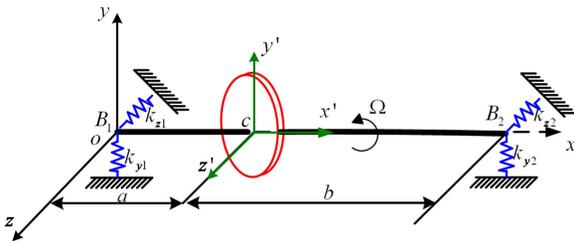


图 6 弹性支承转子系统模型

Fig.6 Model of rigid rotor system with flexible supports

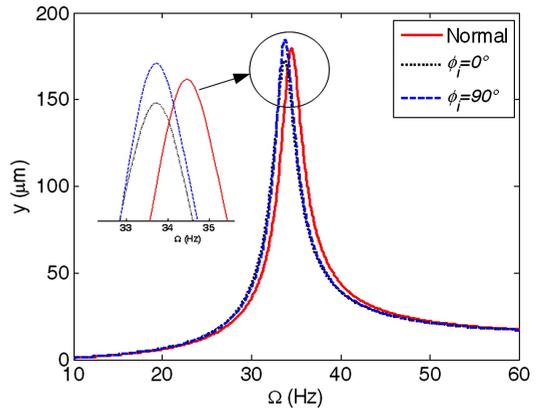
3.2 算例

针对图 6 所示的弹支-刚性转子系统, 选取支点 2 处的鼠笼作为断裂鼠笼, 鼠笼结构参数和转子模型参数分别如表 1-2 所示, 笼条数 $n = 12$, 研究鼠笼局部断裂对弹支转子系统振动特性影响. 在鼠笼正常状态 (Normal) 和断裂相位 φ_i 分别为 0° 和 90° ($\varphi_i = 0^\circ$ 和 $\varphi_i = 90^\circ$) 时, 转子系统的幅频特性曲线, 以及在系统亚临界转速 (32Hz) 和超临界转速 (36Hz) 时系统的振动响应轴心轨迹分别如图 7~8 所示.

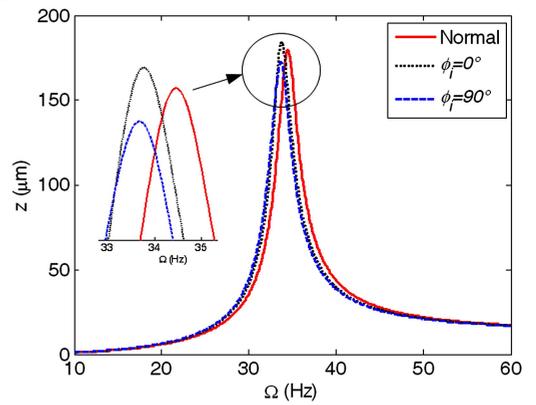
表 2 转子系统的模型参数

Table 2 Parameters of the rotor system

Parameters	Values
Equivalent mass m (kg)	43
Moment of inertia J_p ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	1.05
Diameter of the moment of inertia J_d ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	0.7
Imbalance m_e ($\text{kg} \cdot \text{m}$)	50×10^{-5}
Distance between support 1 and disc $a = l/2$ (m)	0.2
Support stiffness $k_{y1} = k_{z1} = k$ (N/m)	1×10^6



(a) y



(b) z

图 7 不同鼠笼局部断裂相位下转子系统振动的幅频特性曲线

Fig.7 Amplitude-frequency curve for the rotor system under different phase angles φ_i of local crack in squirrel-cage

由上图 7~8 可以看出, 正常状态下, 转子系统在垂直方向 (y) 和水平方向 (z) 临界转速相同; 当鼠笼有局部断裂时, 转子系统临界转速有所下降, 且在垂直和水平方向上变化不同, 这与文献 [3] 试验测试结果吻合, 同时, 临界转速的变化受局部断裂相位的影响. 此外, 转子系统的轴心轨迹由正常状态下的圆形变为椭圆形, 且在亚临界转速区振动增大, 超临界转速区振动减小, 这正是由鼠笼局部断裂引起弹支刚度减小且在水平和垂直方向上不对称引起的.

4 结论

本文开展鼠笼局部断裂刚度特性以及其引起转子动力学特性变化的研究, 得出如下结论:

(1) 提出了鼠笼局部断裂刚度的理论和拟合经验公式, 拟合经验公式与有限元计算结果有很好的吻合性.

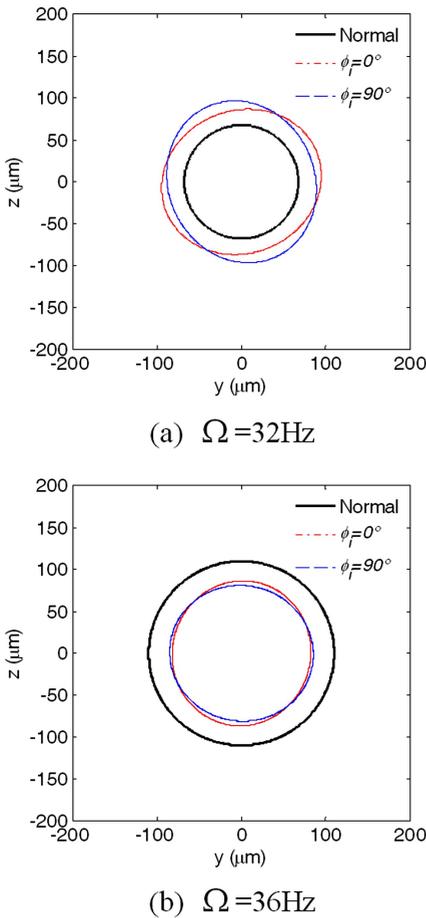


图8 不同鼠笼局部断裂相位下转子系统轴心轨迹图

Fig.8 Orbits of the rotor system under different phase angles φ_i of local crack in squirrel-cage

(2) 带有局部断裂的鼠笼在水平、垂直刚度与其笼条断裂相位角有关。

(3) 鼠笼断裂后其刚度降低,且水平、垂直刚度呈现不对称,这导致鼠笼支承弹支转子系统的临界转速下降,且水平、垂直方向上的振动差异,轴心轨迹呈椭圆形。

参 考 文 献

- 1 付才高,郑大平,欧园霞等. 航空发动机设计手册总编委会. 航空发动机设计手册(第19分册)转子动力学及整机振动. 北京:航空工业出版社,2000:59~60 (Fu C G, Zheng D P, Ou Y X, et al. The 19th copy of aircraft engine design hand-book-rotor dynamics and the whole machine vibration. Beijing: Aviation Industry Press, 2000:59~60 (in Chinese))
- 2 韩清凯,王美玲,赵广等. 转子系统不对中问题的研究进展. 动力学与控制学报,2016,14(1):1~13 (Han Q K, Wang M L, Zhao G, et al. A review of rotor system with misalignment. *Journal of Dynamics and Control*, 2016,14(1):1~13 (in Chinese))
- 3 王四季,廖明夫. 弹支局部断裂后主动弹支干摩擦阻尼器对转子的保护. 航空动力学报,2008,23(11):2026~2030 (Wang S J, Liao M F. Experimental investigation on rotor vibration control by using active elastics support/dry friction dampers. *Journal of Aerospace Power*, 2008,23(11):2026~2030 (in Chinese))
- 4 冯国全,周柏卓. 鼠笼式弹性支承结构参数优化设计与试验. 航空动力学报,2010,26(1):199~203 (Feng G Q, Zhou B Z. Optimization design and test investigation of squirrel cage elastic support. *Journal of Aerospace Power*, 2010,26(1):199~203 (in Chinese))
- 5 冯国全,周柏卓,王娟. 基于整体-局部技术的鼠笼式弹性支承疲劳强度分析. 航空发动机,2007,33(3):22~24 (Feng G Q, Zhou B Z, Wang J. Fatigue analysis of squirrel cage elastic support based on global-local technique. *Aeroengine*, 2007,33(4):22~24 (in Chinese))
- 6 徐方程,刘占生. 鼠笼弹性支承静刚度试验研究. 振动与冲击,2010,29(S):53~57 (Xu F C, Liu Z S. Squirrel cage elastic support static stiffness experiment research. *Journal of Vibration and Shock*, 2010,29(S):53~57 (in Chinese))
- 7 张慈,唐瑞,罗忠等. 鼠笼式弹支结构刚度对转子系统的振动特性影响. 成都:全国动力学与控制学术会议,2016:293~294 (Zhang C, Tang R, Luo Z, et al. Influence of stiffness of squirrel cage on the vibration characteristics of rotor system, Chengdu: Dynamics and Control Conference, 2016:293~294 (in Chinese))
- 8 张华彪,陈予恕,李军等. 弹性支承-刚性转子系统同步全周碰摩的分岔响应. 应用数学和力学,2012,33(7):812~827 (Zhang H B, Chen Y S, Li J, et al. Bifurcation on the synchronous full annular rub of a rigid-rotor elastic-support system. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2012,33(7):812~827 (in Chinese))
- 9 张华彪. 转子突加不平衡的碰摩响应. 动力学与控制学报,2017,15(6):558~562 (Zhang H B. Sudden imbalance rubbing response of a rotor system. *Journal of Dynamics and Control*, 2017,15(6):558~562 (in Chinese))
- 10 Wang M L, Han Q K, Wen B G, et al. Modal characteristics and unbalance responses of fan rotor system with flexible support structures in aero-engine. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal*

of *Aerospace Engineering*, 2017, 231(9):1686~1705

- 11 李兵,程定春,江志敏. 弹性环式挤压油膜阻尼器-转子系统动力特性试验研究. *燃气涡轮试验与研究*, 2015, 28(4):19~22 (Li B, Cheng D C, Jiang Z M. Experiment study on dynamic characteristics of elastic ring squeeze film damper rotor system. *Gas Turbine Experiment*

and *Research*, 2015, 28(4):19~22 (in Chinese))

- 12 廖明夫. 航空发动机转子动力学. 西安:西北工业大学出版社, 2015:131~133 (Liao M F. *Aeroengine rotor dynamics*. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015:131~133 (in Chinese))

STIFFNESS OF SQUIRREL-CAGE WITH LOCAL CRACK AND DYNAMIC CHARACTERISTIC OF A RIGID ROTOR SYSTEM SUPPORTED BY CRACKED SQUIRREL-CAGE*

Wen Baogang¹ Wang Meiling^{2†} Ren Hongjun³ Han Qingkai⁴

(1.School of Mechanical Engineering and Automation, Dalian Polytechnic University, Dalian 116034, China)

(2.College of Locomotive and Vehicle Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

(3.School of Mechanical Engineering and Automation, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114051, China)

(4.School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract The stiffness of a squirrel-cage with local crack was analyzed, and the dynamic characteristics of a rigid rotor system supported by the cracked squirrel-cage were studied. Firstly, the analytical stiffness of the cracked squirrel-cage was deduced by static analysis. And then the stiffness was predicted by employing the finite element method (FEM) for the cracked squirrel-cage with different cracked positions and different number of cages. According to the FEM results, a stiffness formula of the cracked squirrel-cage was obtained by use of the least squares fitting. To find out the effects of the cracked squirrel-cage on natural frequencies and dynamic characteristics, the theoretical model of the rigid rotor system supported by cracked squirrel-cages was established and simulated. The results show that, when the local crack appears on the squirrel cage, the stiffness of the support decreases, which leads to a decrement in the critical speed. Additionally, the cracked squirrel-cage also can cause a difference between the radial and horizontal stiffness, and thus results in elliptical orbit of shaft center.

Key words squirrel-cage, local crack, stiffness, rotor system, dynamic characteristics