

低速轴向气流中曲壁板的稳定性及分岔分析*

李晋 李鹏[†] 张德春 杨翊仁

(西南交通大学 力学与工程学院, 成都 610031)

摘要 本文研究了带有初始曲率的二维曲壁板在低速轴向气流中的稳定性及分岔问题. 基于薄翼理论获得了作用在曲壁板上的气动力, 并设计了风洞实验以验证该理论气动力的准确性. 采用 Galerkin 方法将非线性运动方程离散成常微分方程组; 利用牛顿迭代法求解壁板的静变形; 在参数区间内分析了系统的分叉结构. 结果表明: 本文给出的气动力理论计算结果与实验吻合良好; 静态气动力会破坏系统的对称性; 在来流动压超过临界值后, 曲壁板会发生非对称的静态分岔并出现新的稳定及不稳定的平衡态; 系统临界来流动压随曲面内拉力(压力)的增加而增加(减小), 而随初始曲率的增加呈现先增大后减小的规律; 系统在不同参数区域内存在四种典型的分岔行为; 系统的响应与来流动压及初值有关.

关键词 曲壁板, 轴向流, 静/动态气动力, 静态分岔, 稳定性

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-064

引言

随着高速列车设计及运行速度的增加, 之前在列车设计中被合理忽略的气动力问题已经逐渐凸显出来^[1-3]. 为满足流线型设计要求, 在高速列车设计及制造中会大量采用具有一定初始曲率的壁板结构, 如列车蒙皮和车窗等. 依照目前高速列车的设计速度推算, 气流马赫数大约在 0.3 左右, 基本上处于低亚音速范围. 壁板受气流激励而产生振动并会影响结构的安全服役^[3,4], 因此有必要对这类结构在低亚音速轴向流中的气动弹性问题进行一些基础性的研究.

针对曲壁板气动弹性问题的研究, 已有的工作主要集中在航空航天领域, 并且是以超音速气流中的壁板为主^[5-8]. 文献[7-8]采用了活塞气动力理论, 应用 Von Karman 非线性应变位移关系, 研究了超音速曲壁板颤振的临界动压、极限环响应及混沌运动. 而针对低亚音速气流中的壁板, 相关研究还多局限于平板结构, 对曲壁板的研究还相对不够完善^[9-11]. 文献[9]基于势流理论及线性化边界条件推导了平壁板上的气动力分析了壁板的失稳特性. 文献[10]基于势流点源基本解并利用微分求积法研

究了平壁板在不同边界条件下的失稳问题. 文献[11]基于壁板模态采用级数方法获取了曲壁板上的气动力, 研究了曲壁板的分岔特性及多平衡点的吸引域问题, 但文中的气动力计算方法缺乏风洞实验验证.

本文考虑结构的几何大变形, 利用能量方法建立了曲壁板的非线性振动方程. 基于薄翼理论推导了曲壁板表面气动力的近似表达式, 并设计风洞实验验证了该气动力公式的准确性. 随后应用该气动力着重研究了曲壁板系统在气流作用下的稳定性及分岔特性.

1 力学模型及控制方程

考虑如图 1 所示的两端简支二维曲壁板, 其密度、长度、厚度分别为 ρ 、 l 、 h , 壁板中点的初始拱高为 H_0 , 且 $h \ll l$, $H_0 \ll l$. 定义 x 方向为系统的轴向方向, 沿着该方向在壁板上作用有面内力 F_x ; 壁板上表面有均匀的低速轴向气流流过, 气流的密度和速度分别为 ρ_∞ 和 U_∞ ; 壁板材料为 Kelvin 型粘弹性材料, 其弹性模量为 E , 粘性阻尼系数为 g .

考虑板的梁式变形并基于能量法可建立如下的曲壁板运动微分方程^[7,8,11,12]:

2018-06-14 收到第 1 稿, 2018-09-29 收到修改稿.

* 国家自然科学基金(11308183), 四川省科技厅基础研究项目(2015JY0083)

[†] 通讯作者 E-mail: meiyongyuandeze@163.com, lp_vib@126.com

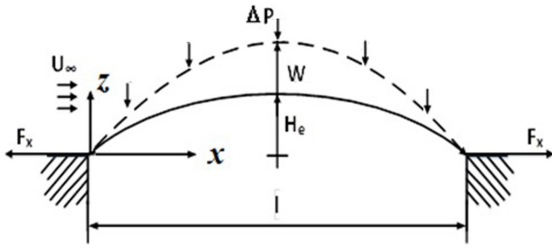


图1 轴向流中的二维曲壁板

Fig.1 A two-dimensional curved plate in an axial flow

$$\rho h \dot{W} + D(W^{(4)} + g_s \dot{W}^{(4)}) - (N_x + F_x)(W^{(2)} - R_x^{-1}) + \Delta P = 0 \quad (1)$$

其中, $\dot{W} = \frac{\partial W}{\partial t}$, $W^{(n)} = \frac{\partial^n W}{\partial x^n}$, W 为壁板相对于初始变形 W_0 的动扰度, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 为壁板的弯曲刚度, ν 为泊松比, R_x 为初始变形所对应的曲率半径, N_x 为壁板几何大变形与初始曲率在壁板内部产生的附加面内力, 其可表示为:

$$N_x = \frac{Eh}{l(1-\nu^2)} \left(1 + g_s \frac{\partial}{\partial t}\right) \cdot \left[\frac{1}{2} \int_0^l (W^{(1)})^2 dx + R_x^{-1} \int_0^l W dx \right] \quad (2)$$

而 $\Delta P = \Delta P_d + \Delta P_s$ 为作用在壁板表面的气动力, 包括分别与曲壁板动扰度及初始变形相关的动态压力 ΔP_d 及静态压力 ΔP_s 两部分。

考虑无粘无旋不可压缩气流, 基于薄翼理论, 气流的扰度速度势函数^[9,10]可写作:

$$\varphi(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^l (\dot{W} + U_\infty W^{(1)}) \ln[(x-x_0)^2 + z^2] dx_0 \quad (3)$$

由伯努利方程可得壁板表面的动态压力:

$$\Delta P_d(x, t) = -\rho_\infty (\dot{\varphi} + U_\infty \varphi') \Big|_{z=0^+} \quad (4)$$

将(3)代入(4)可得:

$$\Delta P_d(x, t) = -\frac{\rho_\infty}{\pi} \left[\int_0^l (\dot{W} + U_\infty \dot{W}^{(1)}) \ln \left| \frac{x-x_0}{l} \right| dx_0 + \int_0^l (U_\infty^2 W^{(1)} + U_\infty \dot{W}) \frac{l}{x-x_0} dx_0 \right] \quad (5)$$

对式(5)的第二项进行分部积分后可得:

$$\Delta P_d(x, t) = -\frac{\rho_\infty}{\pi} \left[\int_0^l (2U_\infty \dot{W}^{(1)} + \dot{W} + U_\infty^2 W^{(2)}) \cdot \ln \left| \frac{x-x_0}{l} \right| dx_0 \right] + \frac{\rho_\infty U_\infty}{\pi} \ln \left| \frac{x-x_0}{l} \right| (U_\infty W^{(1)} + \dot{W}) \Big|_0^l \quad (6)$$

将式(6)的前半部分在 $x_0 = x$ 处进行泰勒展开并取第一项可得压力 ΔP_d :

$$\Delta P_d(x, t) = -\frac{\rho_\infty}{\pi} [A_0 (\dot{W} + 2U_\infty \dot{W}^{(1)} + U_\infty^2 W^{(2)})] + \frac{\rho_\infty U_\infty}{\pi} \ln \left| \frac{x-x_0}{l} \right| (U_\infty W^{(1)} + \dot{W}) \Big|_0^l \quad (7)$$

其中,

$$A_0 = \frac{l}{(n+1)!} \left(\ln \left| \frac{\eta}{l} \right| - \frac{1}{n+1} \right) \Big|_{-x}^{l-x} \quad (8)$$

式(7)最后一项表征了壁板边界条件对气动力的影响。考虑壁板的初始变形 W_0 , 忽略(7)中的时变项可得相应的静态气动力 ΔP_s :

$$\Delta P_s(x) = -\frac{\rho_\infty}{\pi} A_0 U_\infty^2 W_0^{(2)} + \frac{\rho_\infty U_\infty}{\pi} \ln \left| \frac{x-x_0}{l} \right| W_0^{(1)} \Big|_0^l \quad (9)$$

从上式可知, 壁板上的静态压力主要与壁板初始变形的曲率相关。

2 气动力的实验验证

为了验证式(7)给出的气动力计算公式的准确性, 本节设计并完成了相关的风洞实验。为保证实验实验的一般性, 实验中并未采用图1所示的简支壁板及其初始构型, 而是采用具有变曲率初始构型的铝合金板进行吹风实验并测试壁板表面的静态压力。沿着壁板中轴线(来流方向)开有5个直径为2mm的小孔用于安装压力传感器(型号:XCQ-093), 开孔位置如图2所示。为保证单侧受流, 壁板安装在导流装置上, 该导流装置安装在刚性支架上, 由一个近似封闭的空腔构成(空腔内填充有海绵, 内部流体可视为静止)。导流装置的前导流面与前缓冲区域可保证流场在受扰动后流经壁板模型处的气流仍是均匀的。壁板两端固支并采用胶布封闭其上下两侧, 其安装方式如图3所示。

吹风实验在直径1.2m的开口环流式风洞中完成, 该风洞优质稳定的风速范围为15~30m/s。对实验模型在此风速范围内进行三组吹风实验, 测试各点的压力值并计算平均值。测试得到的壁板表面各点的压力系数如图4所示。

从图4可知, 曲壁板表面主要为负压区, 压力值随风速的增加而增加; 靠近曲壁板的前后缘处存在较小的正压区; 各测试点的压力系数 C_p 随风速

变化基本保持平稳.由于测点1与5,2与4呈近似对称分布,因此这些点的压力系数也近似相等.图5展示了实验用曲壁板的初始构型及其对应的拟合函数曲线,从图可知该实验曲壁板模型具有变曲率的初始构型.将构型拟合函数 W_1 带入式(9)计算得到气动力 ΔP_{s1} .文献[11]考虑无限长波形壁板,利用模态展开法得到了近似气动力(本文记为 ΔP_{s2}).由图6可知,与文献[11]相比,本文的计算结果与实验吻合地更好,能够准确反映壁板上的压力分布(每个风速下的压力值均已除以其最大值).

未完全满足二维流场假设,会导致壁板背风面气动力理论计算与实验结果存在一些误差,但已有结果表明沿实验(三维)壁板中轴线布置的测点可以相对准确地描述二维流场的特性.2)由于理论计算中并未计及壁板前后刚性导流段的影响,因此会导致在壁板前后缘处气动力的理论计算与实验结果存在一些偏差.但在本文以下的计算中,由于曲壁板前后缘均有固定的位移约束,其对系统稳定性并不会产生明显影响^[11].上述这两点正是作者们拟开展的工作内容.

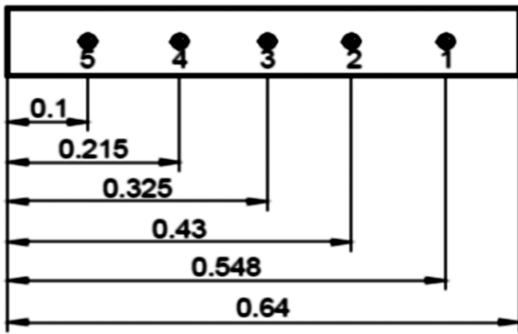


图2 压力传感器安装位置示意图(单位:m)

Fig.2 Installation sketch of the location of pressure sensors

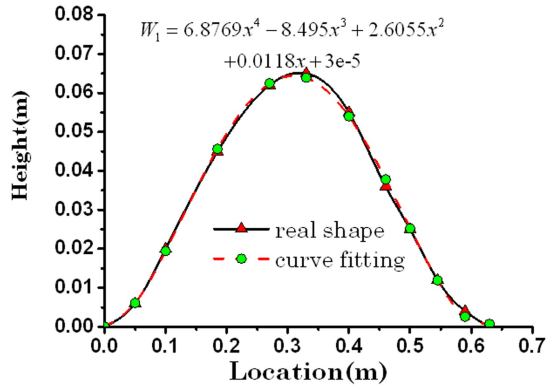


图5 实验曲壁板初始构型及拟合曲线图

Fig.5 The initial configuration of the curved plate and its fitting curve

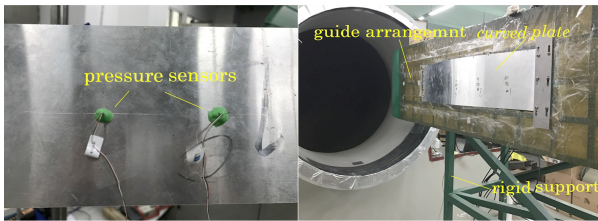


图3 曲壁板试验安装图

Fig.3 Installation sketch of a curved plate in wind tunnel

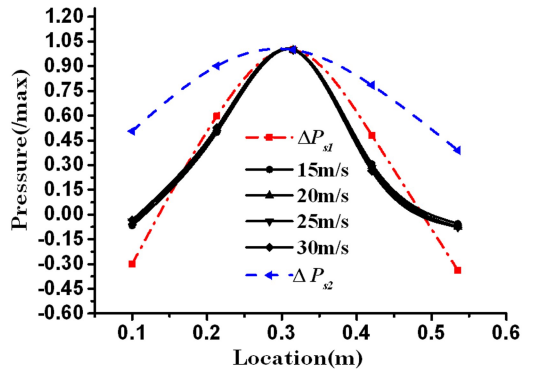


图6 气动压力理论计算及实验结果对比图

Fig.6 Comparison of the theoretical and experimental pressure

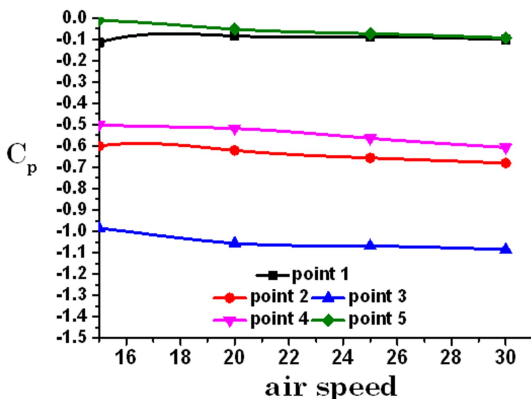


图4 实验曲壁板各测点压力系数随风速变化图

Fig.4 The pressure coefficients of the curved plate

3 静变形及静态分岔

在上节中已采用具有变曲率初始构型的实验曲板验证了本文气动力的准确性.下面采用式(7)、(9)计算式(1)中的气动力并分析曲壁板的稳定性问题.为方便理论计算并与已有文献[7,8]进行对照,下面的理论分析中将选择具有常曲率的圆柱面作为曲壁板的初始变形,该初始构型可描述为:

需要指出的是:1)由于实验壁板的宽度不足而

$$W_0 = H_e \left[1 - \frac{4}{l^2} \left(x - \frac{l}{2} \right)^2 \right] \quad (10)$$

进一步考虑该曲壁板的两端简支条件, 选用 N 个正弦模态, 利用 Galerkin 方法离散式(1)后可得如下的常微分方程组:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \ddot{q}_i + \frac{1}{2} \eta_s (i\pi)^4 \dot{q}_i + \frac{1}{2} (i\pi)^4 q_i + \\ & 6(i\pi)^2 \Gamma_x q_i \sum_{j=1}^N \frac{1 - (-1)^j}{j\pi} q_j + \\ & 3\Gamma_x \frac{1 - (-1)^i}{i\pi} \sum_{j=1}^N (j\pi)^2 q_j^2 + \\ & \bar{F}_x \Gamma_x \frac{1 - (-1)^i}{i\pi} + \frac{1}{2} (i\pi)^2 \bar{F}_x q_i + \\ & 6\eta_s \Gamma_x (i\pi)^2 q_i \sum_{j=1}^N \frac{1 - (-1)^j}{j\pi} q_j + K_{ii}^l q_i + \Delta P_s + \\ & M_{ii}^f \ddot{q}_i + 12\Gamma_x^2 \frac{1 - (-1)^i}{i\pi} \sum_{j=1}^N \frac{1 - (-1)^j}{j\pi} q_j + \\ & K_{ii}^f q_i + C_{ij, j \neq i}^f \dot{q}_k, k \neq i + \\ & 12\eta_s \Gamma_x^2 \frac{1 - (-1)^i}{i\pi} \sum_{j=1}^N \frac{1 - (-1)^j}{j\pi} q_j + \\ & 3\eta_s (i\pi)^2 q_i \sum_{j=1}^N (j\pi)^2 q_j \dot{q}_j + \\ & 6\eta_s \Gamma_x \frac{1 - (-1)^i}{i\pi} \sum_{j=1}^N (j\pi)^2 q_j \dot{q}_j + \\ & \frac{3}{2} (i\pi)^2 q_i \sum_{j=1}^N (j\pi)^2 q_j^2 = 0, \\ & (i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\Gamma_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi^2} = 8h_e$ 为无量纲初始几何曲率. 其它的无量纲参数定义为:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{l}, w = \frac{W}{h}, \tau = t \sqrt{\frac{D}{\rho h l^4}}, h_e = \frac{H_e}{h}, w_0 = \frac{W_0}{h}, \\ \mu &= \frac{\rho_\infty l}{\rho h}, \Gamma_x = \frac{l^2}{h R_x}, \bar{F}_x = \frac{l^2}{D} F_x, \eta_s = g_s \sqrt{\frac{D}{\rho h l^4}}, \\ \lambda &= \frac{\rho_\infty U_\infty l^3}{D}, \Delta \bar{P} = \frac{l^4}{D h} \Delta P \end{aligned} \quad (12)$$

M^f, K^f, C^f 分别为流体产生的附加质量矩阵、刚度及阻尼矩阵, K^l 为由壁板边界条件引起的流体附加刚度矩阵.

选取高速列车常用的铝合金板为算例^[2,3]:

$$\begin{aligned} E &= 69 \text{GPa}, \nu = 0.3, h = 2.5 \text{mm}, \\ \rho &= 2705 \text{kg/m}^3, l = 0.8 \text{m}, \rho_\infty = 1.29 \text{kg/m}^3 \end{aligned}$$

在式(11)中取 $n=2$ 进行计算可获得系统的动力特性.

首先分析系统的静平衡位置. 忽略式(11)中的时间项, 利用牛顿迭代法求解系统点的平衡点 $\bar{Q} = (\bar{q}_1, \bar{q}_2)$, 并计算壁板的静态变形 w . 选取 $H_e = 1.25 \text{mm}$, 图 7 给出了不同来流动压 λ 下壁板的变形. 图 7 表明, 在相同的 λ 下, 当 \bar{F}_x 为拉力时, w 随着 \bar{F}_x 的增大而减小, 而当 \bar{F}_x 为压力时, w 随着 \bar{F}_x 的增大而增大; 在相同的 \bar{F}_x 下, w 随 λ 的增大而增大. 当 λ 较大时, 曲壁板会存在三种静态变形, 如图 8 所示. 这意味着系统随着 λ 的增大出现了新的平衡态, 表明系统发生了静态分岔.

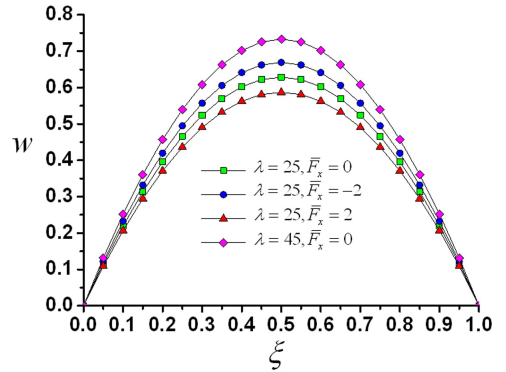


图 7 曲壁板静变形图

Fig.7 The static deformation of the curved plate

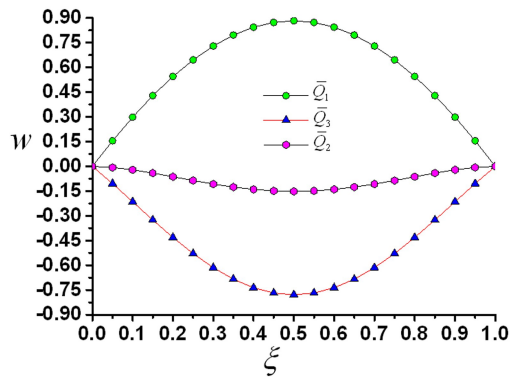


图 8 当 $\lambda=75, \bar{F}_x=0$ 时曲壁板静变形图

Fig.8 The static deformation of the curved plate for $\lambda=75, \bar{F}_x=0$

视 λ 为连续变量分析系统平衡点的变化, 结果如图 9 所示. 通过计算各平衡点 Jacobi 矩阵的特征值可确定其稳定性, 图 10 展示了平衡点第一阶特征值实部随动压的变化关系. 从图 9 及 10 可知, 系统存在临界动压 $\lambda_c \approx 51$: 当 $\lambda < \lambda_c$ 时, 特征值具有负实部, 系统只有一个稳定平衡点 \bar{Q}_1 ; 当 $\lambda > \lambda_c$ 时,

系统有三个平衡点 \bar{Q}_1 、 \bar{Q}_2 、 \bar{Q}_3 ，此时特征值出现两个负实部及一个正实部，表明平衡点 \bar{Q}_1 、 \bar{Q}_3 是稳定的而 \bar{Q}_2 是不稳定的。

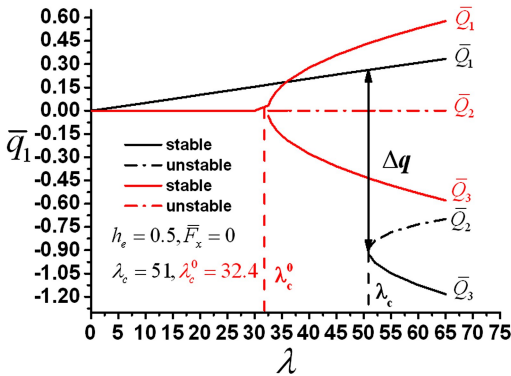


图9 平衡点随动压的变化

Fig.9 The varying of equilibrium points as λ increasing

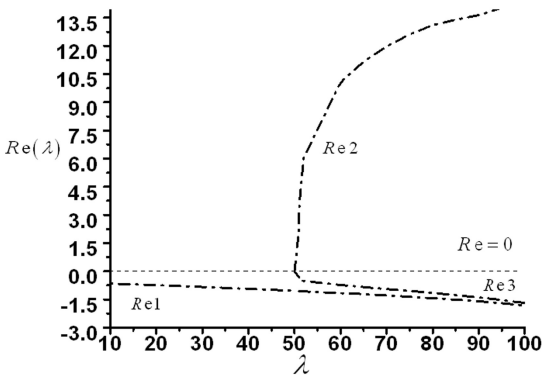


图10 特征值实部随动压变化

Fig.10 The varying of eigenvalues as λ increasing

图 11、12 给出了系统在不同 λ 下的响应。从图 11 中可知，当 $\lambda < \lambda_c$ 时，对任意初始条件（如本文中取 $\bar{q}_1 = -0.2$ ，其余为零），系统都做振幅衰减的运动，并最终收敛至稳定平衡点 \bar{Q}_1 ；当 $\lambda > \lambda_c$ 时，由图 12 可知，系统在不同的初始条件下（如文中分别取 $\bar{q}_1 = -0.75, -0.65$ ，其余为零）会收敛至非对称稳定平衡点 \bar{Q}_1 或 \bar{Q}_3 ，这表明两个稳定的平衡点各自存在不同的吸引域^[11]。

图 13 给出了参数空间 $(\bar{F}_x, h_e, \lambda_c)$ 中各量之间的相互影响关系。从图 13 可知，当 \bar{F}_x 为拉力时， λ_c 随 \bar{F}_x 的增大而增大，而当 \bar{F}_x 为压力时， λ_c 随 \bar{F}_x 的增大而降低；随着 h_e 的增加， λ_c 呈先增大后降低的变化规律。

事实上，曲壁板系统平衡状态随来流动压增加而改变的现象在平壁板系统中已有报道^[3]。图 9 中

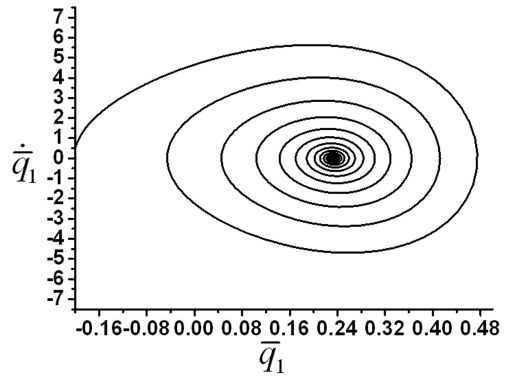


图 11 $\lambda = 45$ 时系统的响应相图

Fig.11 Phase-plots of the system for $\lambda = 45$

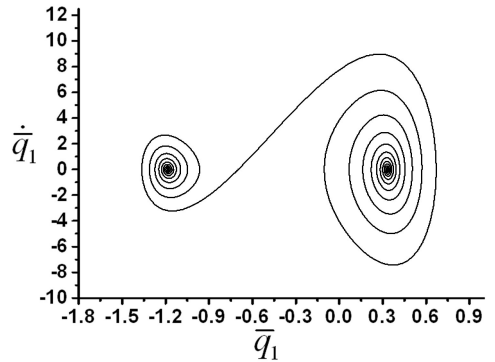


图 12 $\lambda = 65$ 时系统的响应相图

Fig.12 Phase-plots of the system for $\lambda = 65$

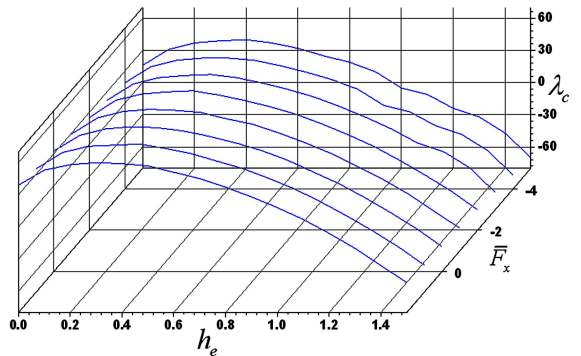


图 13 λ_c 随 h_e 及 \bar{F}_x 变化图

Fig.13 The dependence of λ_c on h_e and \bar{F}_x

的红色曲线表示平壁板系统随动压的分岔图，其中 λ_c^0 为相同面内力下平壁板系统的临界动压。与平壁板的叉式分岔^[3,4,10]对比可知，曲壁板上的气动力与面内力会使系统发生静态分岔，这与平壁板系统相似；而不同的是，曲壁板系统的分岔不再具有对称性，并会伴有平衡点间的跳跃。跳跃值 Δq 随 h_e 及 \bar{F}_x 的变化结果如图 14 所示。从图 14 可知， Δq 随

着 h_e 的增加而增加, 而其对 \bar{F}_x 的变化并不敏感, 这表明静态气动力是导致系统对称性破坏和出现跳跃现象的根本原因。

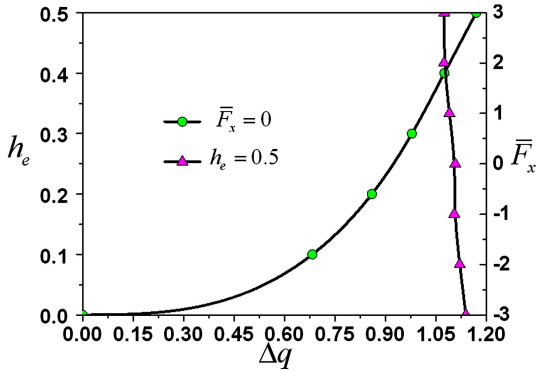


图 14 跳跃值随参数的变化图

Fig.14 The evaluation of Δq as a function of h_e and \bar{F}_x

4 分岔结构分析

下面在参数空间内对系统的分岔结构进行分析。记曲壁板系统达到临界失稳状态时各参数满足方程:

$$\Delta(\lambda_c, \bar{F}_x, h_e) = 0 \quad (11)$$

而平板系统对应的临界动压则可表示为:

$$\lambda_c^0 = \{\lambda_c \mid \Delta(\lambda_c, \bar{F}_x, h_e) = 0\} \quad (12)$$

在如图 15 所示的 (\bar{F}_x, h_e) 参数平面内可作出如下三条曲线:

$$\begin{aligned} I_1(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid \Delta(\lambda_c = 0, \bar{F}_x, h_e) = 0\} \\ I_2(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid \Delta(\lambda_c = \lambda_c^0, \bar{F}_x, h_e \neq 0) = 0\} \\ I_3(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid h_e = 0\} \end{aligned} \quad (13)$$

这三条曲线将该参数平面分成了如下的 4 个区域:

$$\begin{aligned} \gamma_1^+(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid \lambda_c^0 < \lambda_c < 0\} \\ \gamma_1^-(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid \lambda_c < 0, \lambda_c < \lambda_c^0\} \\ \gamma_2^+(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid \lambda_c > 0, \lambda_c > \lambda_c^0\} \\ \gamma_2^-(\bar{F}_x, h_e) &= \{\bar{F}_x, h_e \mid \lambda_c^0 > \lambda_c > 0\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中 γ_2^+ 区域内的分岔图如图 9 所示, 而其余各区域分岔图分别如图 16、17、18 所示。由式 (14) 及各区域分岔图可知: (1) 在 $\gamma_1^+ \cup \gamma_1^-$ 中, $\lambda_c < 0$, 表明由于面内力和初始变形的作用, 系统在无气流作用时已经发生失稳; 在 $\gamma_2^+ \cup \gamma_2^-$ 中, $\lambda_c > 0$, 表明系统会在面内力、初始变形及来流动压的作用下发生失稳。 (2) 在 $\gamma_1^+ \cup \gamma_2^+$ 中, $\lambda_c > \lambda_c^0$, 表明相对于平壁板系统而言, h_e 扩大了系统稳定的参数区域; 而在 $\gamma_1^- \cup \gamma_2^-$

中, $\lambda_c < \lambda_c^0$, 表明 h_e 减小了系统稳定的参数区域。上述结果表明, 通过合理配置 \bar{F}_x 和 h_e (增加面内拉力及适当增加曲壁板的初始拱高) 使其处于 γ_2^+ 范围内可以提高系统的临界动压, 避免系统仅在面内力及初始变形作用下而处于失稳状态。

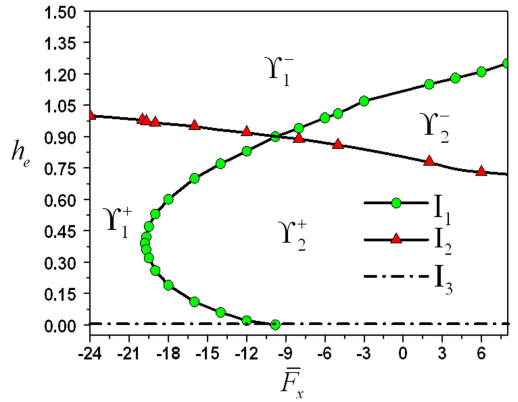


图 15 (\bar{F}_x, h_e) -参数平面图

Fig.15 (\bar{F}_x, h_e) -parameter plane

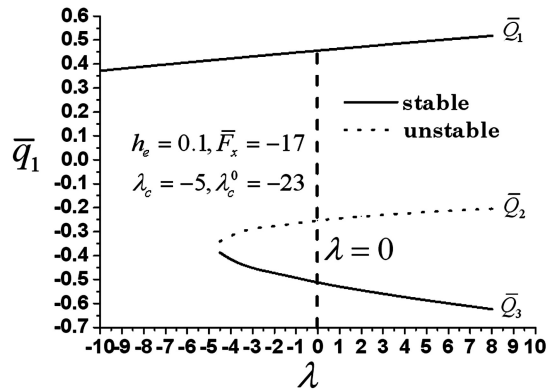


图 16 γ_1^+ 区域中的分岔图

Fig.16 Bifurcation diagram in γ_1^+ region

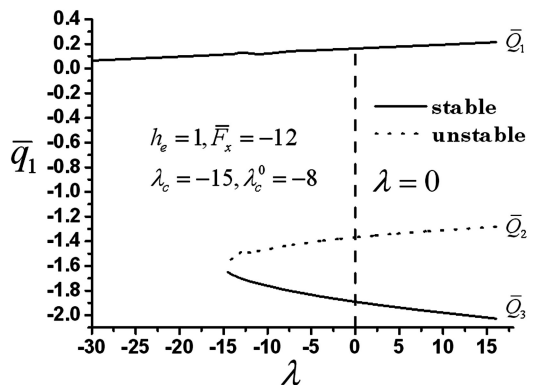
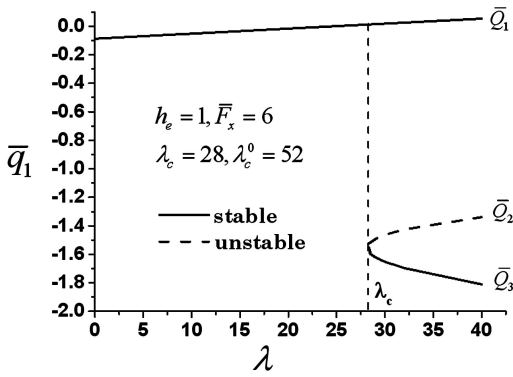


图 17 γ_1^- 区域中的分岔图

Fig.17 Bifurcation diagram in γ_1^- region

图 18 γ_2 区域中的分岔图Fig.18 Bifurcation diagram in γ_2 region

5 结论

(1) 本文提出的气动压力计算方法与风洞实验吻合良好, 表明了本文方法的准确性. 曲壁板的变形量随来流速度的增加而增大, 而随面内拉力(压力)的增加而减少(增大).

(2) 由于静态气动对系统对称性的破坏, 曲壁板系统会发生非对称的静态分岔. 该分岔同时伴随着平衡态的跳跃, 跳跃值随初始几何曲率的增大而增大, 而对面内力的变化并不敏感. 系统的临界来流速度随面内拉力(压力)的升高而增大(减小), 而随着初始拱高的增加呈现先增加后减小的规律.

(3) 相对于平板而言, 初始几何曲率及面内力的联合作用使得曲壁板系统的分岔行为更为丰富, 会在不同参数区域出现四种分岔; 增加面内拉力及适当增加曲壁板的初始拱高会提高系统稳定的参数区域, 而面内压力及过大的拱高却不利于系统的稳定.

参 考 文 献

- Ragunathan R S, Kim H D, Setoguchi T. Aerodynamics of high-speed railway train. *Progress in Aerospace Sciences*, 2002,38(6):469~514
- Schetz J A. Aerodynamics of high-speed trains. *Advances in Mechanics*, 2003,33(33):371~414
- 李鹏, 杨翊仁, 鲁丽. 外激励作用下亚音速二维壁板分岔及响应研究. *力学学报*, 2011,43(4):746~754 (Li P, Yang Y R, Lu L. Bifurcation and responses analysis of two-dimensional panel with external excitation in subsonic flow. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2011,43(4):746~754 (in Chinese))
- 李鹏, 杨翊仁, 鲁丽. 外激励作用下亚音速二维壁板的复杂响应研究. *计算力学学报*, 2011,28(6):864~871 (Li P, Yang Y R, Lu L. Complicated response analysis of two-dimensional thin panel in subsonic flow with external excitation. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011,28(6):864~871 (in Chinese))
- 杨智春, 夏巍. 壁板颤振的分析模型、数值求解方法和研究进展. *力学进展*, 2010,40(1):81~98 (Yang Z C, Xia W. Analytical models, numerical solutions and advances in the study of panel fluttering. *Advances in Mechanics*, 2010,40(1):81~98 (in Chinese))
- Dowell E H. *Aeroelasticity of plates and shells*. Leyden: Noordhoff International Publishing, 1975
- 杨智春, 周建, 谷迎松. 超音速气流中受热曲壁板的非线性颤振特性. *力学学报*, 2012,44(1):30~38 (Yang Z C, Zhou J, Gu Y S. Nonlinear thermal flutter of heated curved panels in supersonic air flow. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2012,44(1):30~38 (in Chinese))
- 张蕊丽, 杨智春. 曲壁板在超音速气流中的分岔特性. *力学学报*, 2010,42(5):863~869 (Zhang R L, Yang Z C. Bifurcation of the curved panel in supersonic air flow. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2010,42(5):863~869 (in Chinese))
- Kornecki A, Dowell E H, O'Brien J. On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow. *Journal of Sound and Vibration*, 1976,47(2):163~178
- 李鹏, 杨翊仁, 鲁丽. 微分求积法分析二维亚音速壁板的失稳问题. *动力学与控制学报*, 2012,10(1):11~14 (Li P, Yang Y R, Lu L. Instability analysis of two-dimensional thin panels in subsonic flow with differential quadrature method. *Journal of Dynamics and Control*, 2012,10(1):11~14 (in Chinese))
- 刘少文, 李鹏, 杨翊仁. 亚音速气流中曲壁板的分岔研究. *四川理工学院学报(自然科学版)*, 2016,29(5):57~62 (Liu S W, Li P, Yang Y R. Instability analysis of two-dimensional thin panels in subsonic flow with differential quadrature method. *Journal of Sichuan University of Science & Engineering (Natural Science Edition)*, 2016,29(5):57~62 (in Chinese))
- 张云飞, 杨鄂川, 李映辉. 变截面粘弹性旋转梁非线性参数振动研究. *动力学与控制学报*, 2018,16(5):418~423 (Zhang Y F, Yang E C, Li Y H. Studies on non-

linear parametric vibration of a rotating viscoelastic beam
with variable cross-sections. *Journal of Dynamics and Con-*

trol, 2018, 16(5):418~423 (in Chinese))

STABILITY AND BIFURCATION ANALYSIS OF A CURVED PLATE IN AN AXIAL LOW-SPEED FLOW *

Li Jin Li Peng[†] Zhang Dechun Yang Yiren

(*School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*)

Abstract In this paper, the instability of a two-dimensional plate with initial curvature in low speed axial flow is studied. The aerodynamic forces acting on the curved plate is obtained based on the thin airfoil theory, which is also verified by a wind tunnel test. The nonlinear motion equation is transferred into ordinary differential equations by the Galerkin's method, the Newton iteration method is applied for the static deformation. The bifurcation structure is analyzed in the parametric planes and spaces. The results show that the theoretical calculations of the pressure show a good agreement with the wind test; after the dynamical pressure exceeds the critical values, the system undergoes a non-symmetric static bifurcation with the appearances of new stable and unstable equilibrium points; the critical dynamic pressure increases (decreases) with the increasing of the in-plane tension (pressure); however, as the initial curvature increasing the critical dynamic first increases and then decreases; there are four types of bifurcations in different regions of the parametric plane; the responses of the system is close bound up with the dynamic pressure and the initial conditions.

Key words curved plate, axial flow, aerodynamic force, static bifurcation, stability

Received 14 June 2018, revised 29 September 2018.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11308183) and the Applied and Basic Research Plans of Sichuan Province (2015JY0083).

[†] Corresponding author E-mail: meiyongyuandeze@163.com, lp_vib@126.com