

一种基于几何力学的机械臂末端规划算法

王本亮^{1,2} 高山^{1,2} 孙宏伟³ 史东华^{1,2†}

(1.北京理工大学 数学与统计学院,北京 100081) (2.复杂信息数学表征分析与应用北京市重点实验室,北京 100081)

(3.中国船舶重工集团公司第七一六研究所,连云港 222006)

摘要 在几何力学框架下提出了开链机械臂末端实时追踪避障算法.首先,将回转力引入机械臂末端的自然运动方程,可以在工作空间获得光滑的避障轨迹;其次,利用阻尼最小二乘法求解相应的逆运动学问题,得到关节空间的平滑运动轨迹;最后,通过6自由度机械臂的仿真,并与经典的RRT算法作对比,验证了所提算法的有效性.

关键词 反应规划, 机械臂, 回转力, 阻尼最小二乘法, RRT

DOI: 10.6052/1672-6553-2017-074

引言

随着工业机器人应用范围的扩展,机器人在导航、搬运、装配、喷涂与焊接场景中与人交互工作的情况越来越多,如何避免与人及障碍发生碰撞成为机器人运动规划中的一个重要问题.目前运动规划中对避障的处理可分为全局规划与反应规划两种方式^[1].

全局规划通常采用概率方法,尽可能找到一条从运动起点到目标终点的无碰撞轨迹,再利用样条函数将轨迹光滑化.常用的有Kuffner和LaValle^[2]提出的一种基于采样的路径规划算法—RRT(快速随机生成树),其通过对状态空间中的随机采样点进行碰撞检测,从起始位置快速扩张树来规划路径.Karaman和Frazzoli等^[3]提出了RRT*法,并证明在一定条件下,该方法以概率1收敛到最优解.这类基于采样的规划算法通常应用于已知的作业环境中,适合解决高维空间中多自由度、约束复杂的规划问题,但存在实时性与可重复性较差、碰撞检测频繁等缺陷.此外,还可应用最优控制方法来规划从起始点到目标点的无碰撞最优路径(如最省时间,最省能量等),如Gerdt等^[4]应用SQP(序列二次规划)法来求解多连杆机器人路径规划的最优控制问题,并引入隐面剔除策略来减少求解过程中障碍带来的约束.这类计算方法由于计算复杂

度高,难以实时实现.

反应规划通常利用机械臂连杆到障碍物的距离信息来实现避障.由Khatib^[5]提出的人工势场法是机器人反应规划最常用的一个方法:机器人在一个虚拟的力场中运动,障碍物与其它机器人个体设为斥力极,目标点设为引力极,机器人个体根据力场的综合作用来实现无碰撞轨迹规划,但由于引力场和斥力场的相互作用,易使机器人陷于局部极小(零势场)点处.Luo等^[1]利用障碍物与机械臂间的斥力矢量信息构造计算简单的一阶运动方程实现避障,但所生成的轨迹欠光滑.Chang和Marsden^[6]提出了平面质点躲避凸障碍的回转力控制算法,与势场法中的斥力极相比,回转力总是垂直于机器人的速度,该性质保证了由势场力梯度决定的控制律的收敛性.Garimella等^[7]在此基础上提出了三维空间欠驱动系统避障的回转力方法.

几何力学以微分几何与对称性方法^[8]为工具来研究力学系统的动力学与控制问题.作为科学最古老分支之一的经典力学与数学中的微分几何、李群李代数等分支逐步携手,形成了使用微分几何中的无坐标语言描述、兼具优美和广泛性的现代拉格朗日和哈密顿力学,为多体系统、流体、场论及几何控制理论等提供了统一的框架.我国学者在基于几何力学的非完整场论及约化、力学系统控制、保结构算法等方面取得了大量原创性的成果^[9-12].

利用微分几何语言对机械臂建模的优势在于:首先,可得到描述运动且独立于坐标选取的最简洁运动方程;其次,能利用系统对称性进行约化,并使约化后的系统便于构造理想的控制律;最后,还可利用几何结构的类似,方便地将有限维连续系统的结构推广至无穷维力学系统,从而可应用于软体机器人的建模仿真控制算法。

为克服上述算法存在的效率低、运动规划轨迹欠光滑等缺陷,本文考虑开链机械臂末端避障的路径规划问题,提出一种基于几何力学的反应规划算法.本文第一节利用回转力实现机械臂末端刚体避障,同时给出到达指定位姿的控制律,进而获得光滑的避障轨迹;第二节引入几何力学框架下的阻尼最小二乘法求解对应的机械臂逆运动学问题;第三节将所得算法与特殊欧式群 SE(3) 中的 RRT 算法作对比.最后以六轴开链机械臂为例,给出相应的仿真实验结果。

1 机械臂末端避障的回转力方法

考虑机械臂末端刚体,其质量为 m ,转动惯量为 \mathbb{J} ,位形空间 $\text{SE}(3) = \text{SO}(3) \times \mathbb{R}^3$,位置 $\mathbf{x} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$,旋转姿态矩阵 $\mathbf{R} \in \text{SO}(3)$,体角速度为 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T \in \mathbb{R}^3$,并记状态空间 $Q = \text{TSE}(3) \simeq \text{SE}(3) \times \mathfrak{se}(3)$,状态 $s = ((\mathbf{R}, \mathbf{x}), (\boldsymbol{\omega}, \dot{\mathbf{x}})) \in Q$.

假设控制 \mathbf{u} 所在有界控制输入集为 U ,定义控制力矩 $\boldsymbol{\tau}: Q \times U \rightarrow \mathbb{R}^3$,作用力 $\mathbf{f}: Q \times U \rightarrow \mathbb{R}^3$,受控刚体运动方程可以写为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\omega}} \\ \mathbb{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \mathbb{J}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}(s, \mathbf{u}) \\ m\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(s, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\hat{\cdot}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathfrak{so}(3)$ 为帽子映射:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

记当前可达的目标位姿为 $s_g = ((\mathbf{R}_g, \mathbf{x}_g), (\boldsymbol{\omega}_g, \dot{\mathbf{x}}_g))$.为了使刚体能够到达目标位置 \mathbf{x}_g ,并实时躲避障碍.选取由势场项、回转力项组成位置控制律^[7]:

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K}_x \Delta \mathbf{x} - \mathbf{K}_v \Delta \dot{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Gamma}(s) \dot{\mathbf{x}} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为正定矩阵, $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_g$ 为误差项, $\boldsymbol{\Gamma}(s)$ 为斜对称矩阵.

定义函数 $V = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{K}_x \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \dot{\mathbf{x}}^T m \Delta \dot{\mathbf{x}}$,对 V 关于时间求导,并结合式(1)、式(3)得:

$$\dot{V} = \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{K}_x \Delta \dot{\mathbf{x}} + m \Delta \dot{\mathbf{x}}^T \Delta \ddot{\mathbf{x}} = -\Delta \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_v \Delta \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_g^T \boldsymbol{\Gamma}(s) \dot{\mathbf{x}} \quad (4)$$

若目标速度 $\dot{\mathbf{x}}_g = \mathbf{0}$,则 $\dot{V} \leq 0$,记 V_{\max} 为 $V(0)$.根据 LaSalle 不变原理,易见目标位置是渐近可达的.

为使位置控制律具有避障性, Garimella 等^[7] 提出 $\boldsymbol{\Gamma}(s)$ 的一种设计方法:

$$\boldsymbol{\Gamma}(s) = \sum \boldsymbol{\Gamma}_i(s), \boldsymbol{\Gamma}_i(s) = k_1(\theta_i) k_2(\mathbf{d}_i) \hat{\mathbf{e}}_i(s) \quad (5)$$

其中 $\boldsymbol{\Gamma}_i, k_1(\theta_i), k_2(\mathbf{d}_i), \hat{\mathbf{e}}_i(s)$ 为对应障碍物 O_i 的避障矩阵、角度系数、距离系数和旋转轴,障碍物可视为一列圆柱、球及其组合.为简单起见,假设单个障碍物为球形(若单个障碍物为圆柱,旋转轴 $\mathbf{e}(s)$ 可取为圆柱的中心轴),其半径为 r , \mathbf{d} 为刚体质心位置指向球心的向量, θ 为刚体质心运动方向与 \mathbf{d} 之间的夹角, r_d 为检测半径.取:

$$\begin{aligned} k_1(\theta) &= e^{(\theta-1)}, k_2(\mathbf{d}) = k_{obs} \frac{S(r_d + r - \|\mathbf{d}\|)}{\|\mathbf{d}\| - r} \\ \mathbf{e}(s) &= \frac{\mathbf{d} \times \dot{\mathbf{x}}}{\|\mathbf{d} \times \dot{\mathbf{x}}\|} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $k_{obs} \geq \pi e \sqrt{2V_{\max}}$ 为正常数, S 形函数作为阶梯函数的平滑近似,使 $k_2(\mathbf{d})$ 与距离成反比,定义为:

$$S(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}} \quad (7)$$

同样的,为使目标姿态 R_g 可达,可选取姿态控制律^[13]:

$$\boldsymbol{\tau} = -\text{skew}(\mathbf{K}_R \Delta \mathbf{R})^\vee - \mathbf{K}_\omega (\boldsymbol{\omega} - \Delta \mathbf{R}^T \boldsymbol{\omega}_g) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbb{J} (\Delta \mathbf{R}^T \boldsymbol{\omega}_g) + \mathbb{J} (\Delta \mathbf{R}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_g) \quad (8)$$

其中 $\Delta \mathbf{R} := \mathbf{R}_g^T \mathbf{R}$, $\text{skew}(A) := (A - A^T)$,算子 $(\cdot)^\vee$ 是帽子映射 $\hat{\cdot}$ 的逆映射, $\mathbf{K}_R, \mathbf{K}_\omega$ 为正定矩阵.

结合位置控制律和姿态控制律,可获得刚体在 SE(3) 中到达指定位姿的无碰撞轨迹 $c = (\mathbf{R}, \mathbf{x}): [0, t] \rightarrow \text{SE}(3)$.

2 运动学逆解的阻尼最小二乘法

从机械的角度看,对于 n 连杆开链机械臂,我们可以用一系列通过转动或移动关节连接的刚体运动链表示.为简单起见,只考虑转动情形.此时关节空间 T^n 是各独立关节角所在空间 S^1 的 n 重笛卡尔积.考虑机械臂由关节空间到工作空间的正运动学映射 $g_s: T^n \rightarrow \text{SE}(3)$.

逆运动学问题的处理一般可采用分析法或数值法. 分析法利用机械臂特殊几何结构得到解析表达式; 数值法通过迭代收敛得到局部的唯一解, 比较著名的算法有循环坐标下降法 (CCD)、启发式 FABRIK 策略; 还可将逆运动学问题转化为优化问题, 利用 Newton 法、梯度下降法、阻尼最小二乘法等优化算法进行求解 (详见综述^[14]).

阻尼最小二乘法^[14]综合了 Newton 法以及梯度下降法的优点, 并改善了两者的不足. 为应用欧式空间的阻尼最小二乘法 (DLS), 我们利用局部微分同胚 $\psi: \mathfrak{se}(3) \rightarrow \text{SE}(3)$ 的逆映射将 $\text{SE}(3)$ 中的逆问题转换到欧式空间 $\mathfrak{se}(3)$ 中.

设 $c_g: [0, t] \rightarrow \text{SE}(3)$ 为期望目标曲线, 令:

$$F(\theta, t) = \psi^{-1}(c_g(t)^{-1}g_{st}(\theta)) \quad (9)$$

其中 ψ 可由指数映射或作为其近似的 Cayley 变换给出. 利用 $\text{SE}(3)$ 中的 Cayley 变换^[15]:

$$\psi^{-1}(M) = (\text{Cay}^{-1}(R), (R+I_3)^{-1}\mathbf{x}) \quad (10)$$

其中, $M = (R, \mathbf{x}) \in \text{SE}(3)$, I_3 为 3 阶单位矩阵, $\text{Cay}^{-1}: \text{SO}(3) \rightarrow \mathfrak{so}(3)$ 为:

$$\text{Cay}^{-1}(R) = (I_3 + R)^{-1}(I_3 - R) \quad (11)$$

记 $F(\theta, t)$ 关于 θ 变量的雅克比矩阵为 $J(\theta) = \left(\frac{\partial F_i}{\partial \theta_j} \right)_{k \times n}$, k 为工作空间维数. 雅克比矩阵接近奇异时将导致基于雅克比矩阵的算法发散.

为求解 $F(\theta, t) = 0$ 的最佳近似解, 考虑优化问题:

$$\min_{\theta} (\|J\Delta\theta - \mathbf{e}\|^2 + \lambda^2 \|\Delta\theta\|^2) \quad (12)$$

其中 $\mathbf{e} = F(\theta, t)$ 为误差项, $\lambda \in \mathbb{R}$ 为非零阻尼系数. 阻尼最小二乘解为:

$$\Delta\theta = J^T(JJ^T + \lambda^2 I)^{-1}\mathbf{e} \quad (13)$$

当参数 λ 较小时, 算法效果趋近于 Newton 算

法, 反之, 算法效果趋近于梯度下降法.

下面给出回转力避障与阻尼最小二乘法相结合的反应规划算法 (算法 I):

Algorithm I Reaction Planning

Input: $s_{\text{current}} = ((R, \mathbf{x}), (\boldsymbol{\omega}, \dot{\mathbf{x}})), s_g = ((R_g, \mathbf{x}_g), (\boldsymbol{\omega}_g, \dot{\mathbf{x}}_g))$

Reaction Planning ()

1: While not reach (\mathbf{x}_g, R_g)

2: $s_{\text{next}} = \text{Gyroscopic Avoidance}(s_{\text{current}}, s_g)$;

3: $\theta = \text{Kinematic Inverse}(s_{\text{next}}, s_{\text{current}})$;

4: $s_{\text{current}} = s_{\text{next}}$;

Gyroscopic Avoidance(s_{current}, s_g)

1: $m\ddot{\mathbf{x}} = -K_x \Delta \mathbf{x} - K_v \Delta \dot{\mathbf{x}} + \Gamma(s)\dot{\mathbf{x}}$;

2: $J\dot{\boldsymbol{\omega}} = J\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} - \text{skew}(K_R \Delta R)^V - K_\omega(\boldsymbol{\omega} - \Delta R^T \boldsymbol{\omega}_g) + \boldsymbol{\omega} \times J(\Delta R^T \boldsymbol{\omega}_g) + J(\Delta R^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_g)$;

3: Return s_{next} ;

Kinematic Inverse($s_{\text{next}}, s_{\text{current}}$)

1: $\Delta\theta = J^T(JJ^T + \lambda^2 I)^{-1}\mathbf{e}$;

2: Return θ ;

3 快速随机生成树 (RRT) 算法

为检验前面所提规划算法的有效性, 我们将其与经典的 RRT 算法进行仿真对比. RRT 方法采样方式可分为关节空间采样^[16]与工作空间采样^[17]. 由于正运动学映射的非线性, 一般采用工作空间采样方式. Kuffner^[18]介绍了刚体工作空间中常用的采样策略, 包括 $\text{SE}(3)$ 采样点间距离的定义、插值方案的选取. 为实现在随机生成树中添加新路径, 即“长树枝” (图 1) 的过程, 我们利用前述阻尼最小二乘法生成采样点与 RRT 中父结点的连接路径.

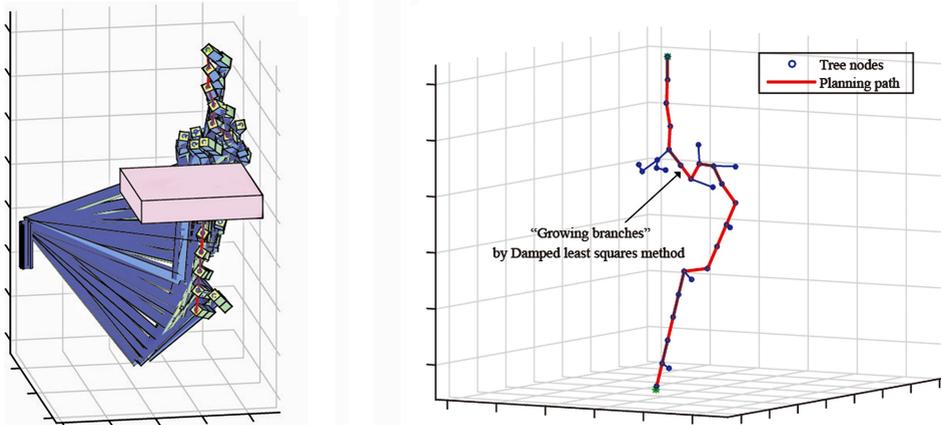


图 1 快速随机生成树算法示意图

Fig.1 Representation of rapid-exploring random tree method (the extend operation)

具体实现过程为: 记初始位姿 $Q_0 \in SE(3)$ 为随机树 T 根结点. 预先给定某阈值 $p(p \in (0, 1])$. 随机生成某数 $p_c(p_c \in (0, 1))$, 若 $p_c \leq p$, 则在工作空间中随机采样, 采样点记为 Q_{rand} ; 否则直接取定目标位姿为采样点 Q_{rand} . 树 T 中距离 Q_{rand} 最近的结点记为 Q_{father} , 记由 $Q_{father} \cdot x$ 指向 $Q_{rand} \cdot x$ 方向上步长为 p_{step} 处的结点为 $Q_{new} \cdot x$, $Q_{new} \cdot R$ 可利用四元数与旋转矩阵的关系插值^[18] 给出. 其中 $Q_* \cdot x$ 和 $Q_* \cdot R$ 分别表示采样点 Q_* 位置和姿态. 若机械臂位姿 Q_{new} 不与障碍物发生碰撞, 则将 Q_{new} 插入树 T 并连接 Q_{new} 与 Q_{father} . 重复采样直至 T 到达目标位姿, 从而获得一条由 Q_0 到目标位姿 Q_d 的规划路径.

4 仿真研究

为验证我们所提出算法的有效性, 以简单的六轴开链机械臂为例(图2), 其杆长依次为 l_1, l_2, \dots, l_6 , 对应质量为 m_1, m_2, \dots, m_6 .

机器人运动学正解由指数积公式^[19] 给出:

$$g_{st}(\theta) = e^{\xi_1 \theta_1} e^{\xi_2 \theta_2} \dots e^{\xi_6 \theta_6} g_{st}(0) \tag{14}$$

其中机器人初始位姿:

$$g_{st}(0) = \begin{bmatrix} I & \begin{bmatrix} 0 \\ l_2+l_3+l_4+l_5+l_6 \\ l_1+l_0 \end{bmatrix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

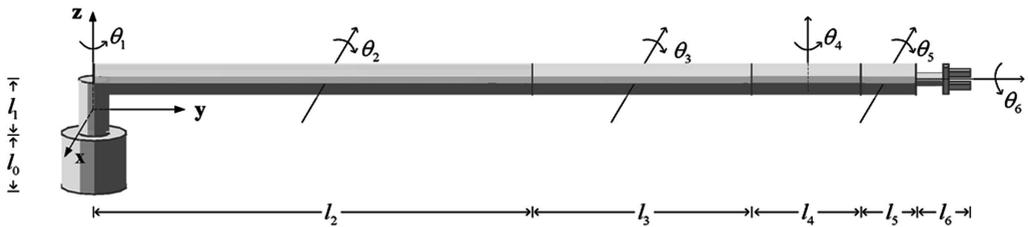


图2 六轴开链机械臂模型

Fig.2 Model of six-axis open chain manipulator

运动旋量 ξ_i :

$$\xi_i = \begin{bmatrix} -\omega_i \times q_i \\ \omega_i \end{bmatrix}, i = 1, \dots, 6 \tag{16}$$

其中 $\omega_i \in \mathbb{R}^3$ 是运动旋量轴线方向上的单位矢量, 定义为:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_4 = (0, 0, 1)^T \\ \omega_2 &= \omega_3 = \omega_5 = (1, 0, 0)^T \\ \omega_6 &= (0, 1, 0)^T \end{aligned} \tag{17}$$

$q_i \in \mathbb{R}^3$ 为轴线上的任一点, 取为:

$$\begin{aligned} q_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, q_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_0+l_1 \end{bmatrix}, q_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \\ l_0+l_1 \end{bmatrix} \\ q_4 &= \begin{bmatrix} 0 \\ l_2+l_3 \\ l_0+l_1 \end{bmatrix}, q_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ l_2+l_3+l_4 \\ l_0+l_1 \end{bmatrix} \\ q_6 &= \begin{bmatrix} 0 \\ l_2+l_3+l_4+l_5 \\ l_0+l_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{18}$$

将式(15)~式(18)代入式(14)得到机械臂正运动学映射. 在实验环境为 Intel i5/2.5GHZ/2G 的计算机上, 给定3组机械臂末端初始状态及可达目标状态, 分别采用RRT算法测试, 取偏向概率 $1-p=0.64$, 步长 $p_{step}=2.8$, 经样条函数光滑化, 得到轨迹如图3所示.

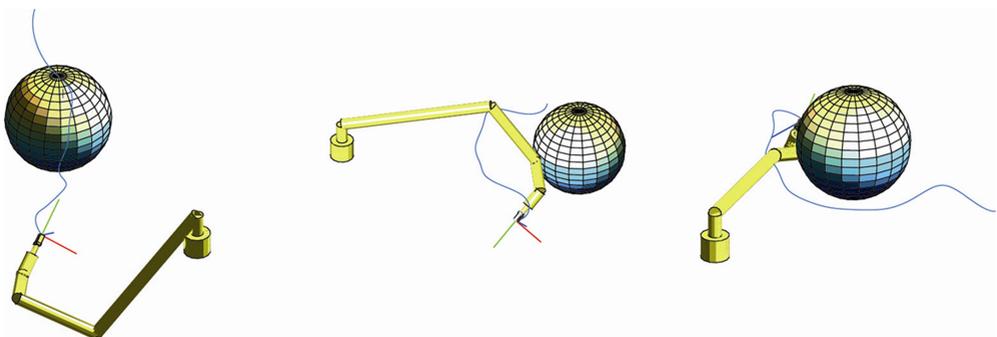


图3 RRT 规划算法所生成的避障轨迹

Fig.3 Collision-free trajectories generated by the RRT path planning algorithm

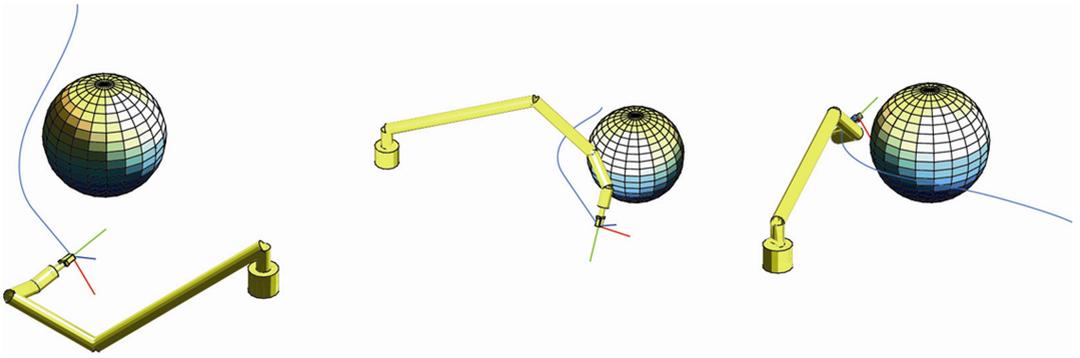


图 4 由回转力控制所生成的避障轨迹

Fig.4 Collision-free trajectories generated by the gyroscopic force controller

为将算法 I 与 RRT 方法比较,在相同场景下,考虑开链机械臂末端实现避障,取机械臂末端质量 $m_6 = 3.92\text{kg}$,转动惯量 $\mathbb{J} = \text{diag}(2, 2, 1)$,刚体初始及目标速度、体角速度均设为 0,得到轨迹如图 4 所示,两种算法规划结果比较见表 1.

表 1 算法 I 与 RRT 规划比较

Table 1 Comparison of algorithm I and RRT planning

/		Group 1	Group 2	Group 3
Algorithm I	Running times (s)	0.339	0.326	0.481
	Running times (s)	3.431	4.390	4.972
RRT	Effective samplings/ All samplings	58/110	72/156	116/326

由上述结果可知:相比于 RRT 算法运行时间长、采样效率低,回转力与阻尼最小二乘法的结合可达到快速避障的效果,且无需用样条函数进行光滑化处理,适用于一些末端追踪过程中快速避障的场景.

5 小结

本文提出了一种基于几何力学的开链 n 连杆机械臂末端规划算法,借助末端刚体的自然运动方程,分别引入势场力和回转力进行追踪与避障,能够在工作空间中快速产生光滑的规划轨迹;同时利用阻尼最小二乘法进行运动学逆问题的求解,得到关节空间的规划路径,可以克服传统算法检测频繁,以及规划路径欠光滑等缺陷,具有一定的实际应用价值.

参 考 文 献

1 Luo R C, Ko M C, Chung Y T. Repulsive reaction vector

generator for whole-arm collision avoidance of 7-DoF redundant robot manipulator. In: IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Besacon, France, 2014:1036~1041

2 Kuffner J J, Steven M L. RRT-connect: An efficient approach to single-query path planning. In: International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, USA, 2000:995~1001

3 Karaman S, Emilio F. Sampling-based algorithms for optimal motion planning. *The International Journal of Robotics Research*, 2011,30(7):846~894

4 Gerdtts M, Henrion R, Hömberg D, et al. Path planning and collision avoidance for robots. *Numerical Algebra Control and Optimization*, 2012,2(3):437~463

5 Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *The International Journal of Robotics Research*, 1986,5(1):90~98

6 Chang D E, Marsden J E. Gyroscopic forces and collision avoidance with convex obstacles. In: New trends in non-linear dynamics and control and their applications, New York: Springer-Verlag, 2003:145~159

7 Garimella G, Sheckells M, Kobilarov M. A stabilizing gyroscopic obstacle avoidance controller for underactuated systems. In: The 55th IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, USA, 2016:5010~5016

8 Abraham R, Marsden J E, Ratiu T. Foundations of mechanics, 2nd ed. Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1985

9 郭永新,罗绍凯,梅凤翔.非完整约束系统几何动力学研究进展: Lagrange 理论及其它. *力学进展*, 2004,34(4):477~492 (Guo Y X, Luo S K, Mei F X. Progress of geometric dynamics of non-holonomic constrained mechanical systems: Lagrange theory and others. *Advances in*

- Mechanics*, 2004, 34(4):477~492 (in Chinese))
- 10 高强, 钟万勰. 非完整约束动力系统的离散积分方法. *动力学与控制学报*, 2012, 10(3):193~198 (Gao Q, Zhong W X. Numerical algorithms for dynamic system with non-holonomic constrains. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(3):193~198 (in Chinese))
 - 11 冯康, 秦孟兆. 哈密尔顿系统的辛几何算法. 杭州: 浙江科学技术出版社, 2003 (Feng K, Qin M Z. Symplectic geometric algorithm for Hamiltonian system. Hangzhou: Zhejiang Science and Technology Press, 2003 (in Chinese))
 - 12 胡伟鹏, 邓子辰. 无限维动力学系统的保结构分析方法. 西安: 西北工业大学出版社, 2015 (Hu W P, Deng Z C. Structure-preserving analysis methods for infinite-dimension dynamical system. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015 (in Chinese))
 - 13 Bullo F, Murray R M. Tracking for fully actuated mechanical systems: A geometric framework. *Automatica*, 1999, 35(1):17~34
 - 14 Aristidou A, Lasenby J. Inverse kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver. *Technical Report*, University of Cambridge, 2009: 12~17
 - 15 Selig J M. Cayley maps for SE(3). In: The 12th International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science World Congress, Besançon, France, 2007
 - 16 Zang X Z, Yu W T, Zhang L, et al. Path planning based on BI-RRT algorithm for redundant manipulator. In: International Conference of Electrical, Automation and Mechanical Engineering, Phuket, Thailand, 2015:189~191
 - 17 Weghe M V, Ferguson D, Srinivasa S S. Randomized path planning for redundant manipulators without inverse kinematics. In: The 7th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Pittsburgh, USA, 2007:477~482
 - 18 Kuffner J J. Effective sampling and distance metrics for 3D rigid body path planning. In: International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, USA, 2004: 3993~3998
 - 19 Murray R M, Li Z X, Sastry S S. A mathematical introduction to robotic manipulation. Boca Raton: CRC press, 1994:81~142

AN ALGORITHM OF PATH PLANNING FOR MANIPULATOR END-EFFECTOR BASED ON GEOMETRIC MECHANICS

Wang Benliang^{1,2} Gao Shan^{1,2} Sun Hongwei³ Shi Donghua^{1,2†}

(1.School of Mathematics and Statistics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

(2.Beijing Key Lab on Mathematical Characterization, Analysis, and Applications of Complex Information, Beijing 100081, China)

(3.The 716th Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, Lianyungang 222006, China)

Abstract An online algorithm of real-time collision avoidance and trajectory tracking for the manipulator end-effector is proposed in the framework of geometric mechanics in this paper. First, the gyroscopic force is introduced in the motion of end-effector to generate its collision-free smooth trajectory in work space. Next, the corresponding smooth trajectories in the joint space are obtained by solving the inverse kinematics problem with the damped least square method. Finally, through the comparison with the classical RRT algorithm, the effectiveness of the proposed algorithm is illustrated by numerical simulations of a 6 DOF manipulator.

Key words reaction planning, manipulator, gyroscopic force, damped least squares method, RRT