

# 涡激振动行波动力学特征的数值模拟\*

武晓东<sup>1,2†</sup> 张煜航<sup>1</sup> 葛斐<sup>3</sup> 洪友士<sup>3</sup>

(1. 太原理工大学力学学院, 太原 030024)

(2. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

(3. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

**摘要** 采用数值模拟分析了水中大长径比结构物涡激振动行波动力学特征, 以及水动力学阻尼和模型初始张力对于行波动力学特征的影响. 数值模拟模型采用改进的尾流振子模型, 该模型考虑了涡激振动横向运动和顺流向运动之间的耦合, 考虑了张力沿模型长度的变化和流体的耗散. 给出了用于评估行波在整个振动波中所占比例的方法, 该方法采用行波椭圆来定量表征行波所占的比例, 即行波比. 数值模拟结果显示, 行波比总体上呈现随流速增加的趋势, 但在模态阶数变化的临界流速上突然降低. 水动力学阻尼显著影响着行波比, 阻尼比越大, 行波比越大, 行波对于整个振动波的贡献就越大. 不同张力情况下, 行波比突然下降的临界速度不同. 初始张力影响模型的固有频率, 影响模态阶数发生转变的流速, 从而影响了行波比突然下降的临界流速.

**关键词** 涡激振动, 数值模拟, 行波, 行波比, 大长径比结构物

DOI: 10.6052/1672-6553-2017-062

## 引言

漩涡脱落诱发的涡激振动是一个经典的流固耦合问题<sup>[1-3]</sup>, 对其研究兴趣, 除了本身科学问题的探索之外, 还在于它有着广泛的工程应用背景. 近年来, 由于世界各国对油气资源的大量需求, 离岸的油气开发已经逐渐从近海迈向深海区域. 在深海区域内服役的海洋结构物如海洋立管和输油管面临较为突出的涡激振动问题, 这些结构物的长度与直径比达到  $10^2$  到  $10^3$  量级, 属于大长径比结构物. 涡激振动是上述大长径比结构物发生疲劳破坏的主要诱因之一, 研究此类结构物的涡激振动, 对其安全性显得尤为重要.

目前, 大长径比结构物的涡激振动已成为海洋工程界的研究热点<sup>[4-5]</sup>. 与过去大量研究的小长径比结构物相比, 大长径比结构物的涡激振动有着鲜明的不同, 其中行波振动是其最显著特征之一. 研究行波振动有着重要的意义, 结构物发生行波振动时, 其动力学特征明显不同于驻波, 这些特征对于

结构物安全性的影响不同于驻波.

当行波传播到结构物的两端周围时, 会发生发射, 发射波与入射波叠加形成一个局部的驻波. 驻波沿着结构物长度方向衰减. 总体上, 结构物响应中行波和驻波并存. 对于小长径比结构物, 由于传播距离短, 驻波在整个模型衰减很小, 驻波主导了整个结构物的振动形态, 对于大长径比结构物而言, 由于从结构物两端反射波衰减非常显著, 从而导致迭加出来的驻波很弱, 因此总体上结构物响应呈现行波主导的形态. Vandiver 等<sup>[6]</sup>进行了大长径比结构物的外场实验, 结果显示, 大多数情况下, 结构物振动形态由行波主导, 振动能量也都集中在行波区. 目前, 虽然已经发现大长径比结构物行波所占比例很大, 但目前关于量化表征行波在整个振动波所占能量的方法很少.

行波传播的动力学特征受水动力学阻尼的影响, 这是因为水动力学阻尼决定着反射波的强度从而决定了行波的传播范围和强度. 然而目前, 关于约束条件对涡激振动行波的影响的报道很少. 除了

2016-03-17 收到第 1 稿, 2016-05-18 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金(11702185)和山西省高校创新科技项目(173230113-S)

† 通讯作者 E-mail: wuxiaodong@tyut.edu.cn

约束方式,模型端部张力也会影响行波的动力学特征.结构物模型的固有频率由张力和结构物弯曲刚度决定,在流速一定的情况下,调节张力可调节结构物的振动模态等动力学特征<sup>[7]</sup>.然而目前,关于模型张力对行波产生和发展的影响的报道很少.

涡激振动的预测方法大都基于小长径比结构物的涡激振动实验,当这些方法用来预测大长径比结构物的涡激振动时,结果往往与实验结果有较大的偏差.Chaplin等<sup>[7]</sup>在阶梯流场中进行了一系列大长径比结构物的涡激振动实验.他们将实验结果与数值模拟的结果进行了对比,发现所有预测方法对横向应变和位移都做了相对精确的预测,而顺流向的预测结果却不尽如人意.为了改进这一不足,葛斐等<sup>[8]</sup>发展了同时考虑横向和顺流向运动的尾流振子模型,运用这一模型,他们对大长径比结构的涡激振动进行了预测,他们的结果表明,横向和顺流向运动对于结构物疲劳的贡献差不多.

本论文在文献<sup>[8]</sup>的基础上,对尾流振子模型进行了改进,考虑了张力沿模型长度的变化以及流体的耗散,使用该模型对行波的传播情况进行了预测.随后本文给出定量化表征行波在整个振动波所占能量的方法,在此基础上评估了水动力学阻尼和模型张力对行波动力学特征的影响.

## 1 数值模拟模型

考虑处在均匀流或剪切流的结构物模型,结构物模型具有两自由度,即横向和顺流向,图1给出结构物示意图.如图1所示,结构物施加铰接约束,其中一端施加张力.结构物模型可近似为欧拉-伯努利梁,其结构物的顺流向和横向运动方程表示如下:

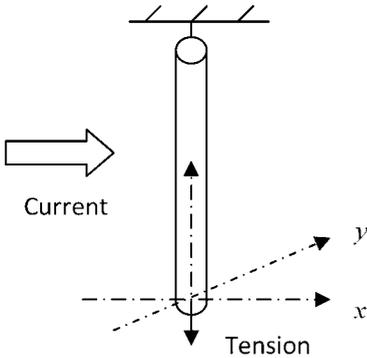


图1 结构示意图

Fig. 1 Skeleton of the tensioned structure

$$\begin{aligned} \bar{m} \frac{\partial^2 X}{\partial T^2} + (R_s + R_f) \frac{\partial X}{\partial T} + EI \frac{\partial^4 X}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left( \theta \frac{\partial X}{\partial Z} \right) &= F_x \\ \bar{m} \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} + (R_s + R_f) \frac{\partial Y}{\partial T} + EI \frac{\partial^4 Y}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left( \theta \frac{\partial Y}{\partial Z} \right) &= F_y \end{aligned} \quad (1)$$

其中考虑了结构物的质量和流体的附加质量,即:

$$\bar{m} = m_s + \frac{\pi}{4} C_a \rho D^2 \quad (2)$$

其中  $C_a$  是附加质量系数,  $\rho$  是流体密度,  $D$  是结构物直径. 阻尼包括结构物阻尼和流体阻尼, 其中  $R_s$  是结构阻尼系数,  $R_f$  是流体阻尼系数, 定义流体阻尼系数如下:

$$R_f = \gamma \Omega_f \rho D^2 \quad (3)$$

其中  $\gamma$  为流体阻尼比,  $\Omega_f$  为涡脱频率.  $EI$  是结构物的弯曲刚度,  $T$  是模型一端的张力, 可由下列表述式计算:

$$T = T_0 + EA \frac{\Delta L}{L} \quad (4)$$

其中  $\Delta L$  为模型长度的增加.

公式(1)中的  $F_x, F_y$  为施加在结构物上的流体力, 正比于来流速度的平方, 给出其表达式如下:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{1}{2} C_D \rho D U^2 \\ F_y &= \frac{1}{2} C_L \rho D U^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $C_D$  是流体阻力系数,  $C_L$  是升力系数. 顺流向阻力系数可分解为平均阻力系数和脉动阻力系数, 给出其表达是如下:

$$C_D = \bar{C}_D + \hat{C}_D \quad (6)$$

其中平均阻力系数表达式如下:

$$\bar{C}_D = \frac{2T}{\rho D R V^2} \quad (7)$$

其中  $\bar{R}$  是平均曲率半径, 结构物运动会影响到周围的流场, 从而改变流体力系数. 为了得到由于结构物运动引起的脉动阻力和升力系数, 引入两个无量纲量  $q_x, q_y$ , 这两个无量纲量满足一组非线性方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 q_x}{\partial T^2} + 2\varepsilon_x \Omega_f (q_x^2 - 1) \frac{\partial q_x}{\partial T} + 4\Omega_f^2 q_x - \nu \frac{\partial^3 q_x}{\partial T^2 Z} &= \frac{A_x}{D} \frac{\partial^2 X}{\partial T^2} \\ \frac{\partial^2 q_y}{\partial T^2} + \varepsilon_y \Omega_f (q_y^2 - 1) \frac{\partial q_y}{\partial T} + \Omega_f^2 q_y - \nu \frac{\partial^3 q_y}{\partial T^2 Z} &= \frac{A_y}{D} \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, A_x$  和  $A_y$  是实验中得到的常数.  $\nu$  是尾流

耗散因子,脉动的阻力和升力系数表达如下:

$$\begin{aligned}\hat{C}_D &= C_{D0} \frac{q_x}{2} \\ C_L &= C_{L0} \frac{q_y}{2}\end{aligned}\quad (9)$$

其中  $C_{D0}$  和  $C_{L0}$  模型静止时的阻力和升力系数,通过实验来确定.

## 2 行波比计算

确定行波比,即确定行波在振动波中所占比例,首先确定振动幅值沿模型长度方向的分布,然后使用椭圆模型来捕捉空间幅值的变化.

考虑沿模型轴向传播的振动波,假定振动波频率为  $\omega$ ,波长为  $\lambda = 2\pi/\kappa$ ,给出振动波数学表达形式如下<sup>[9]</sup>:

$$u(x, t) = A(\kappa x) \cos \omega t + B(\kappa x) \sin \omega t + C \quad (10)$$

其中,  $A(\kappa x)$ ,  $B(\kappa x)$  为与模型轴向位置相关的幅值函数,  $\kappa$  为波数,  $C$  为留数.将公式(10)离散化,即在  $n$  个位置采集时间长度  $p_{\max}$  的响应信息如下:

$$u(x_p, t_n) = A(\kappa x_p) \cos \omega t_n + B(\kappa x_p) \sin(\omega t_n) + C \quad (11)$$

其中  $n = 1, \dots, N, p = 1, \dots, p_{\max}$ . 对于每个测点位置均能得到一组空间幅值,表达式如下:

$$\begin{pmatrix} u(x_n, 0) \\ u(x_n, t_1) \\ \vdots \\ u(x_n, t_{p_{\max}}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \cos(\omega t_1) & \sin(\omega t_1) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\omega t_{p_{\max}}) & \sin(\omega t_{p_{\max}}) & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A(\kappa x_n) \\ B(\kappa x_n) \\ C_n \end{pmatrix} \quad (12)$$

大量数据表明,幅值  $A(x)$ ,  $B(x)$  的分布满足椭圆分布,称为行波椭圆.椭圆扁率越大,行波所占比例越大.如果振动波为驻波,此椭圆坍塌为一条直线,而当行波比例较大时,此椭圆接近圆形.可采取最小二乘法拟合此椭圆.一般地,给出椭圆表达式如下:

$$\alpha_1 \xi^2 + \alpha_2 \eta^2 + \alpha_3 \xi \eta + \alpha_4 \xi + \alpha_5 \eta = 1 \quad (13)$$

拟合出椭圆后,行波比就可表示为短半轴和长半轴之比.

## 3 结果与讨论

我们选取 Trim 等<sup>[10]</sup>的模型实验作为我们的模拟实例.实验装置示意图如图2所示,实验在拖曳水槽中进行,模型两端装有万向节,一端通过万向节固定到拖车侧板上,另一端通过万向节再通过

弹簧连接到拖车,弹簧为模型提供初始张力.拖车拖动模型在水槽中以一定速度行进,为模型提供一定的速度场,模型在速度场作用下,在来流方向一致和与来流方向垂直的横向发生振动,以下简称顺流向和横向振动.表1给出模型基本特性参数.

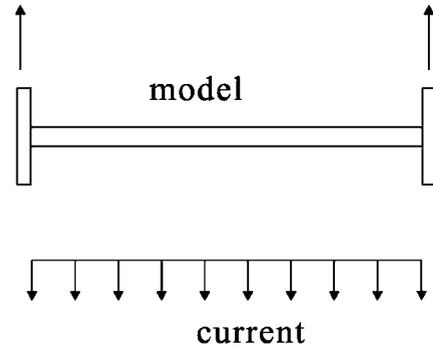


图2 实验装置示意图

Fig. 2 Schematic of the experimental layout

表1 模型特征参数

Table 1 Model parameters

	Symbol	Dimension	Value
External diameter	$D$	m	0.027
Length	$L$	m	38
Elasticity modulus	$E$	Nm <sup>-2</sup>	36.2 * 10 <sup>9</sup>
Initial tension	$T$	N	5000
Wall thickness	$Wt$	m	0.003
Mass	$m$	kg/m	0.94

模型静止时  $C_{D0}$  和  $C_{L0}$  分别选为 0.1 和 0.3,  $\nu$  选为 0.05. 模型参数  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, A_x$  和  $A_y$  分别选为 0.3, 0.3, 12 和 36.

根据初始条件,初始时刻模型速度和位移为 0,无量纲量  $q_x, q_y$  初值和一阶导数为 0.模型两端为万向节,其边界条件确定如下:

$$\begin{aligned}x(0, t) &= x(L, t) = 0, \bar{x}(0, t) = \bar{x}(L, t) = 0 \\ y(0, t) &= y(L, t) = 0, \bar{y}(0, t) = \bar{y}(L, t) = 0\end{aligned}\quad (14)$$

为了研究行波动力学特征,本文给出了横向和顺流向振动位移、行波椭圆和行波比.首先在给出一个典型实例,该实例流速 1.8m/s,模型张力 5kN,水动力学阻尼比  $\gamma = 0.9$ .

### 3.1 实例结果

图3~4给出了流速 1.8m/s,模型张力 5kN,水动力学阻尼比  $\gamma = 0.9$  下的典型结果.此实例用于描述行波现象.图3(a)和图3(b)分别给出横向和顺流向振动位移的云纹图.在图中清晰地观察到了行波现象.横向及顺流向位移云图显示,横向及顺流

向振动波数分别为 9 和 16,说明横向及顺流向振动模式分别为 9 和 16.图中显示,行波起始于模型一端,沿着模型逐渐发展,最后终止于模型另一端,模型中间部分行波现象最显著.

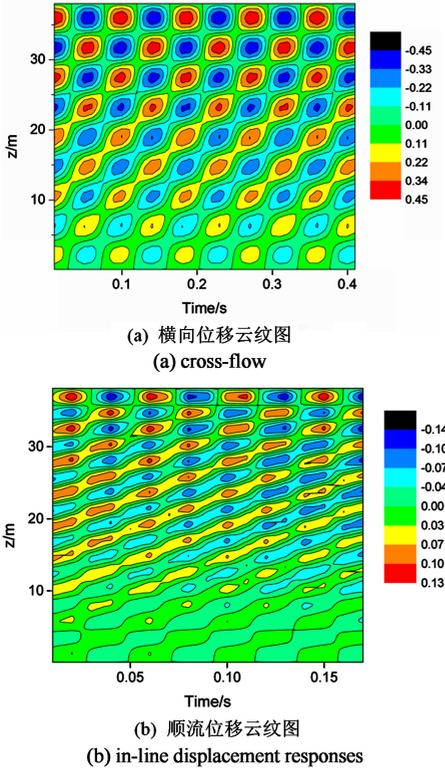


图3 涡激振动位移云纹图

Fig.3 Contour plots of the time history

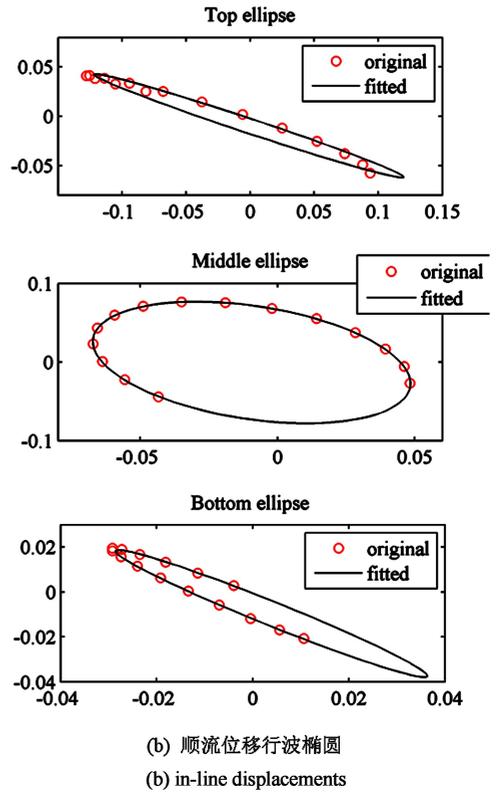
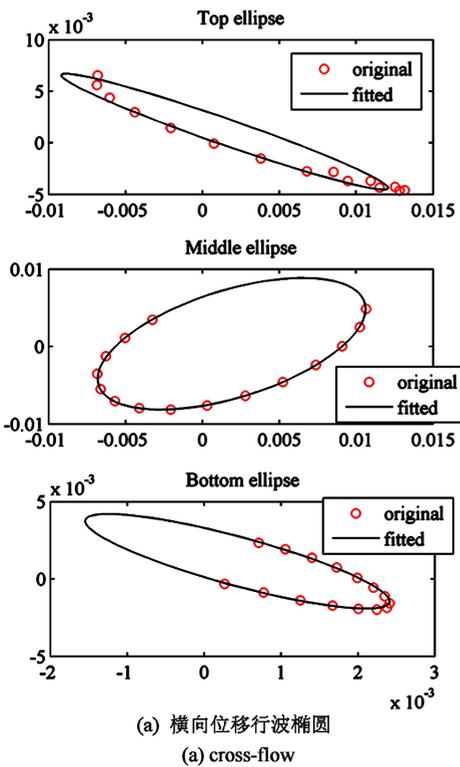


图4 行波椭圆

Fig.4 Traveling wave ellipses

图 4(a) 和图 4(b) 分别为模型底部、模型中部、模型顶部位置横向和顺流向位移的行波椭圆.行波比,即行波椭圆短半轴和长半轴之比,用于表征行波在整个振动波能量中所占的比例<sup>[11]</sup>.如图所示,模型中部,行波比最大,对于横向,行波比达到 0.40,顺流向行波比达到 0.39.

### 3.2 实例结果

实验目的是为了研究行波的动力学特征,本节给出随流速变化的位移云纹图以及行波比.图 5 (a) 和 5(b) 给出了随速度变化的横向和顺流向位移云纹图,图中行波清晰可见,顺流向位移行波比横向行波明显.每一个速度下,行波都是从模型一端开始,沿着模型长度发展,最后终止于模型另一端.行波传播方向也是随机的,如当流速为 1.0m/s 时,横向位移行波向上传播,但当流速为 1.2m/s 时,行波开始向上传播.低速情况下,顺流向位移行波是两端向中间传播,但是当流速大于 1.6m/s 时,行波开始从模型一端向另外一端传播.一般地,顺流向位移行波的波数要大于横向位移行波波数.当速度达到最大时,横向和顺流向位移行波波数分别达到 9 和 15.

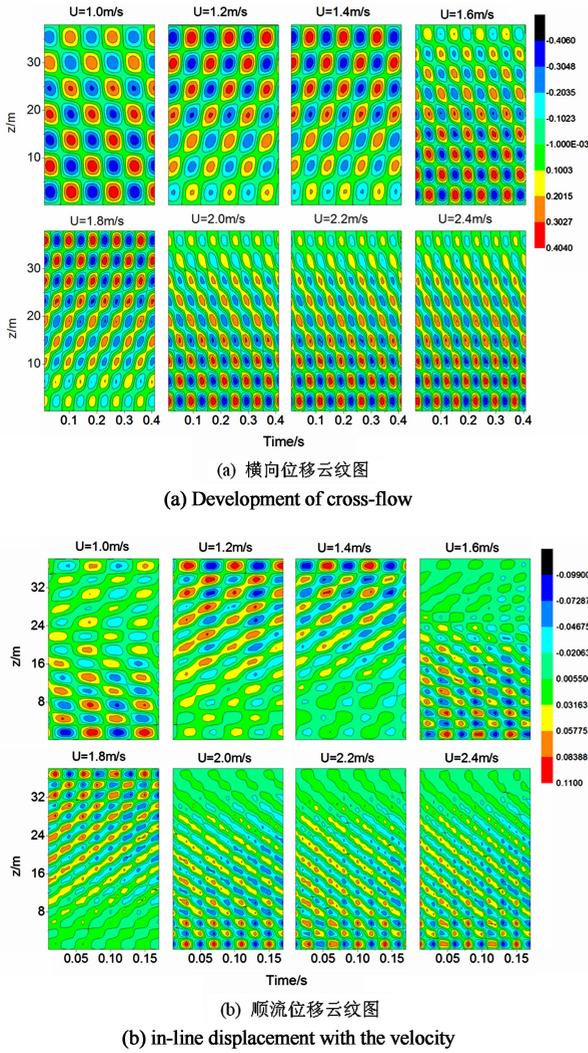


图 5 涡激振动位移随流速的变化

Fig.5 The variation of vibration displacement induced by vortex versus velocity

模拟是为了研究行波的动力学特征, 本节给出随流速变化的位移云纹图以及行波比. 图 5(a) 和图 5(b) 给出了随速度变化的横向和顺流向位移云纹图, 图中行波清晰可见, 顺流向位移行波比横向行波明显. 每一个速度下, 行波都是从模型一端开始, 沿着模型长度发展, 最后终止于模型另一端. 行波传播方向也是随机的, 如当流速为 1.0m/s 时, 横向位移行波向下传播, 但当流速为 1.2m/s 时, 行波开始向上传播. 低速情况下, 顺流向位移行波是两端向中间传播, 但是当流速大于 1.6m/s 时, 行波开始从模型一端向另外一端传播. 一般地, 顺流向位移行波的波数要大于横向位移行波波数. 当速度达到最大时, 横向和顺流向位移行波波数分别达到 9 和 15.

为了研究行波随流速的发展情况, 给出了行波比随流速的变化情况. 图 6 给出模型顶端、中部和底部横向位移行波比随流速的变化情况. 如图 6 所示, 三个位置处, 模型中部的行波比是最大的, 底部和顶部行波较小, 在一些流速上, 行波波比几乎为 0. 总体上, 行波比呈现随流速增加的趋势, 值得注意的是, 行波比在某个流速突然下降, 如模型顶部行波比在 1.8m/s 突然下降, 对比图 5(a), 当流速为 1.8m/s 时, 模态阶数从 7 变为 9, 据此推测行波比的下降可能与模态阶数转变有关.

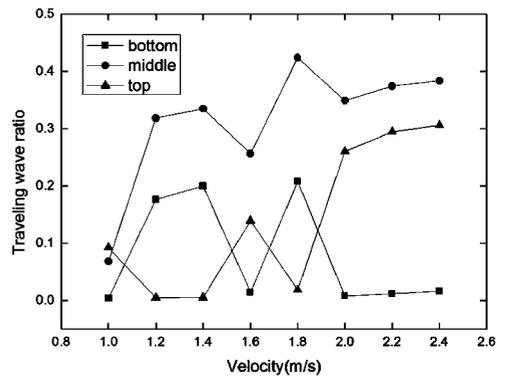


图 6 模型顶端、中间和底部横向位移行波比

Fig. 6 Cross-flow traveling wave ratios at the top, middle and bottom location of the model

### 3.3 阻尼比和初始张力对行波动力学特征的影响

本节首先讨论水动力学阻尼比对于行波动力学特征的影响. 为了加以对比, 给出三种阻尼比的情况, 分别为阻尼比为 0.7, 0.9 和 1.1 的情况. 图 7 给出了三种阻尼比下模型中部行波比随流速的变化. 三种阻尼比情况下, 行波比均随流速增加而增加, 在模态阶数变化的流速处行波比突然下降. 阻尼比为 1.1 时, 行波比明显大于其他两种阻尼比的情况, 可以推测, 阻尼比越大, 行波比越大, 行波对于整个振动波的贡献就越大.

接下来讨论模型初始张力对于行波动力学特征的影响. 分别为初始张力为 3kN, 5kN 和 7kN 的情况. 图 8 给出了三种张力下模型中部行波比随流速的变化. 三种初始张力情况下, 行波比均随流速增加而增加, 在模态阶数变化的流速处行波比突然下降. 不同张力情况下, 行波比突然下降的临界速度不同. 可以推测, 初始张力影响模型的固有频率, 影响模态阶数发生转变的流速, 从而影响了行波比突然下降的临界流速.

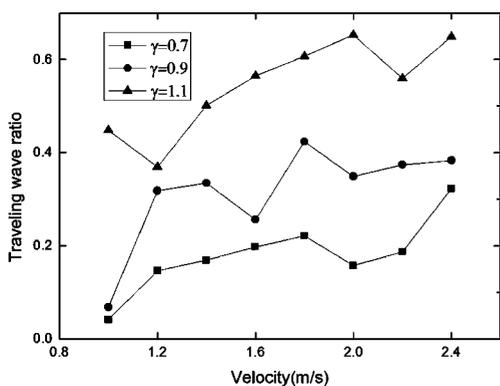


图7 不同阻尼比下模型中部行波比随流速的变化

Fig.7 Traveling wave ratios at the middle location of the model for cases with fluid damping of 0.7, 0.9 and 1.1

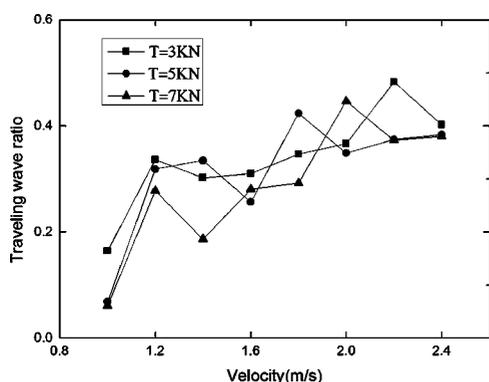


图8 不同张力下模型中部行波比随流速的变化

Fig. 8 Traveling wave ratios at the middle location of the model for cases with initial tensions of 3kN, 5kN and 7kN

## 4 小结

本文采用改进的尾流振子模型,研究了大长径比结构物涡激振动行波动力学特征和水动力学阻尼以及模型初始张力对于行波动力学特征的影响.改进的尾流振子模型考虑了涡激振动横向和顺流向运动之间的耦合.给出了表征行波在整个振动波所占比例的方法.数值模拟结果显示,横向行波都是从模型一端开始,沿着模型长度发展,最后终止于模型另一端.行波传播方向也是随机的,低速情况下,顺流向位移行波是两端向中间传播.但当流速大于临界流速时,行波开始从模型一端向另一端传播.行波比计算结果显示,行波比均随流速增加而增加,但当模态阶数发生变化时,行波比突然下降.

关于阻尼比和初始张力对于行波动力学特征的讨论显示,三种阻尼比情况下,行波比均随流速增加而增加,在模态阶数变化的流速处行波比突然

下降.阻尼比最大时,行波比明显大于其他两种阻尼比的情况,可以推测,阻尼比越大,行波比越大,行波对于整个振动波的贡献就越大.不同张力情况下,行波比突然下降的临界速度不同.可以推测,初始张力影响模型的固有频率,影响模态阶数发生转变的流速,从而影响了行波比突然下降的临界流速.

## 参考文献

- Gabbai R D, Benaroya H. An overview of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 282: 575~616
- Sarpkaya T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19: 389~447
- Williamson C H K, Govardhan R. Vortex-induced vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2004, 36: 413~455
- Wu X D, Ge F, Hong Y S. A review of recent studies on vortex-induced vibrations of long slender cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 2012, 28: 292~308
- Wu X D, Ge F, Hong Y S. An experimental investigation of dual-resonant and non-resonant responses for vortex-induced vibration of a long slender cylinder. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2014, 57 (2): 321~329
- Vandiver J K, Jaiswal V, Jhingran V. Insights on vortex-induced, travelling waves on long risers. *Journal of Fluids and Structures*, 2009, 25: 641~653
- Chaplin J R, Bearman P W, Huera-Huarte F J, et al. Laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a vertical tension riser in a stepped current. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, 21: 3~24
- Ge F, Long X, Wang L, et al. Flow-induced vibrations of long circular cylinders modeled by coupled nonlinear oscillators. *Science in China. Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2009, 52(7): 1086~1093
- Bucher I. Estimating the ratio between travelling and standing vibration waves under non-stationary condition. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 270: 341~359
- Trim A D, Braaten H, Lie H, et al. Experimental investigation of vortex-induced vibration of long marine risers. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, 21: 335~361
- Feldman M. Time-varying vibration decomposition and a-

analysis based on the Hilbert transform. *Journal of Sound*

and *Vibration*, 2006, 95:518~530

## NUMERICAL SIMULATION OF TRAVELING-WAVE DYNAMIC FEATURES OF VORTEX-INDUCED VIBRATION\*

Wu Xiaodong<sup>1,2†</sup> Zhang Yuhang<sup>1</sup> Ge Fei<sup>3</sup> Hong Youshi<sup>3</sup>

(1. College of Mechanics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

(2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(3. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract** The paper examines the dynamic features of traveling wave by numerical simulation, and the effect of hydrodynamic damping and initial tension on traveling wave were presented for the vortex-induced vibration (VIV) of a long slender cylinder. The simulation was carried out by using a modified wake oscillator model which considered the coupling of in-line (IL) and cross-flow (CF) motions for VIV. The variation of the tension along the length of the model and the wake diffusion were considered. A method that was used to assess the contribution of traveling waves in whole vibration waves was also introduced, where the traveling wave ellipse was employed to scale the ratio of travelling wave component to overall vibration wave. The simulation results show that the traveling wave ratio presents a roughly increasing tendency with the increase of velocity, but falls suddenly at a critical velocity where the mode number is changed. Meanwhile, it is found that the hydrodynamic damping influences the contribution of traveling waves greatly. The larger the fluid damping is, the greater the contribution of traveling wave in whole vibration wave is. For the case with a hydrodynamic damping of 1.1, the traveling wave ratio is greater than that for the cases with hydrodynamic damping of 0.9 and 0.7. The velocity where the traveling wave ratio suddenly falls is controlled by the initial tension, while the initial tension influenced the mode order.

**Key words** vortex-induced vibrations, numerical simulation, traveling wave, traveling wave ratio, long slender cylinder

Received 17 March 2016, revised 18 May 2016.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11702185) and the Technological Innovation Programs of Higher Education Institutions in Shanxi Province (173230113-S).

† Corresponding author E-mail: wuxiaodong@tyut.edu.cn