

考虑间隙运动副的桁架单胞等效建模与分析*

张伟 刘宏利[†] 郭翔鹰

(北京工业大学机电学院,机械结构非线性振动与强度北京市重点实验室,北京 100124)

摘要 本文主要研究了含间隙运动副桁架单胞的等效建模方法.主要考虑了桁架单胞的等效刚度问题以及阻尼问题.首先从间隙铰链开始研究,提出全面的铰链模型;其次提出用位移法将桁架单胞等效成板,即把桁架单胞看成是由梁元组成的钢架结构,运用平面钢架位移法得出桁架单胞的等效刚度矩阵,进而得出结构的整体固有频率和等效后的板的刚度矩阵.最后用有限元软件 ANSYS 对单胞结构在不同边界条件下进行了模态分析,将在自由边界条件下的固有频率和解析得出的频率做了对比,发现二者有很好的吻合度.结果表明由于间隙运动副的存在,使得桁架单胞结构的刚度降低,柔性增强.

关键词 Warren 桁架, 等效, 位移法, 铰链, 有限元分析

DOI: 10.6052/1672-6553-2017-080

引言

航空航天事业的高速发展对太空空间站、宇航用天线等提出了越来越高的要求.运载技术的限制使得可展结构在空间任务中得到了广泛应用,如太阳帆、太阳能电池阵和空间天线支撑机构等^[1].这些结构往往具有尺寸大、重量轻、柔性大、大折叠比的特点,从而也导致机构中含有大量的铰链,在星体进行姿态调整或受到外部扰动时,铰链的摩擦碰撞等非线性特性严重影响了可展结构的支撑定位精度和动态稳定性.在复杂构形航天器中存在着带活动铰连接的机构(简称空间机构),是一种典型的航天多铰接机械系统.由于加工、装配、磨损等原因,大型网架式可展开空间结构中不可避免地有许多含间隙运动副,例如含间隙的圆柱副、移动副及同步啮合齿轮副等.这些运动副间隙可能导致空间结构展开时的非线性振动、磨损以及结构各部分展开不同步等问题.更为严重的情况是可能导致运动副卡死,甚至系统失稳.

大型网架式可展开空间结构的显著特点是存在大量的重复单元,所以在动力学研究的过程中可以通过对单胞性能的研究获得整体结构的属性.国外在上个世纪六七十年代就对运动副的结构进行

建模和动力学分析,考虑了摩擦、碰撞等复杂的动力学因素.九十年代左右,麻省理工(MIT)针对大型网架式可展开空间结构进行了大量的研究,包括考虑铰间隙、关节的非线性特征以及各种实验论证^[10-12].国内对于此类结构的研究始于上世纪末,主要在实验和理论研究方面取得了进展.

随着我国国家航空航天事业太空战略的实施,近几年国内对可展结构的研究又兴起了一股热潮^[6].研究整体结构必须以研究单胞结构为基础,纵观国内外以往的研究工作,对于桁架胞元的分析分为两种情况:一种是单独考虑铰关节的建模和动力学行为,这包含了最近几十年来新发展的非光滑动力学^[8-9].这种情况往往把铰关节建模为弹簧系统和惯性系统的组合体,惯性系统的形状各异,类别繁杂.另外一种是基于成熟的梁板理论,直接将单胞结构等效地看作是梁或者板,并直接给出刚度和相关参数,建立动力学方程进行求解^[13].这两种情况前者对铰关节过于孤立,分析往往和整体单胞结构没有联系;后者对于如何等效又过于省略.如何将这些齿轮传动模型集成到大型网架式空间结构的动力学模型中并反映真实展开动力学特性,仍需深入研究.

本文主要研究了环形桁架天线单胞结构的等效

2016-04-04 收到第1稿,2016-05-04 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11172009,10872010,10732020)

[†] 通讯作者 E-mail: leoliurise@foxmail.com

模型,建立了含间隙运动副的结构简化动力学模型。

1 铰梁单元混合等效模型

典型的平面桁架结构中含有大量的铰链,建立如图1所示的铰、梁混合的力学模型,在考虑不同的铰链因素条件下,用替代法找出等效梁的刚度。

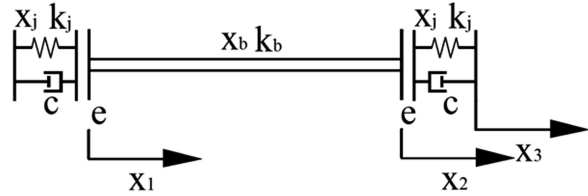


图1 间隙铰-梁-铰等效模型

Fig. 1 Equivalent model of joint-beam-joint considering clearance

欲研究上述模型,首先要对梁端的铰链进行单独的力学建模与分析。迄今为止,考虑铰链间隙的建模方法主要可以归纳为三种:间隙杆模型建模方法、“接触—连续”二状态模型建模方法和“分离—碰撞—接触”三状态模型建模方法。其他研究所建立的接触碰撞模型基本上是这三种模型的延伸,如通过在铰链建模中考虑摩擦力、切向粘滞阻力、斜碰撞等问题,建立更加完整的滑动副、转动副、球面副模型。

在铰链关节的分析过程中,总体来说会考虑摩擦、间隙、刚度、阻尼3种非线性动力学因素。建立如图1所示的包含上述3种非线性特性的一维弹簧惯性系统模型,该模型考虑了阻尼、间隙和刚度三个因素,以及自身的惯性系统。

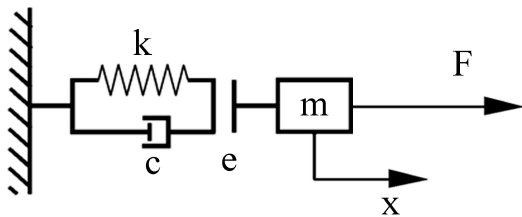


图2 间隙铰链径向的等效模型

Fig. 2 Equivalent model of joint with clearance in radial direction

铰链关节的动力学方程:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F, & |x| < e \\ m\ddot{x} + (x-e)[k_{t1} + k_{t3}(x-e)^2] + c\dot{x} = F, & x \geq e \\ m\ddot{x} + (x+e)[k_{p1} + k_{p3}(x+e)^2] + c\dot{x} = F, & x \leq -e \end{cases} \quad (1)$$

式中, \$k_{t1}\$、\$k_{t3}\$ 为铰链受拉时恢复力中的一次、三次项系数; \$k_{p1}\$、\$k_{p3}\$ 为铰链受压时恢复力中的一次、三次项系数。上式可表示为表示铰链等效非线性刚度 \$k_j\$ 与位移的乘积,可表示为分段函数:

$$k_j = \begin{cases} 0, & |x| < e \\ k_{t1} + k_{t3}(x-e)^2, & x \geq e \\ k_{p1} + k_{p3}(x+e)^2, & x \leq -e \end{cases} \quad (2)$$

在现实问题研究中,则往往根据分段光滑的理论,研究间隙为零和间隙大于零的两种情况,在间隙为零时只考虑弹簧和阻尼。下面对三种常见的铰链情况进行分析。

1.1 综合考虑铰链的弹簧、间隙、阻尼因素

根据含铰单元轴向力处处相等,以及轴向力与轴向变形的关系,可得:

$$\begin{cases} k_b x_b = k_j(x_j \pm e) + c\dot{x}_j \\ k_b x_b = k_L x_L \\ x_L = 2x_j + x_b \end{cases} \quad (3)$$

\$k_L\$ 为等效后的单元刚度, \$x_L\$ 为等效后的总位移量。考虑铰链间隙对结构的影响, \$k_j\$ 即为分段光滑非线性刚度。

铰链接触力为: \$k_j(x_j \pm e)\$, 当 \$x_j \geq e\$ 时取负号, 当 \$x_j < e\$ 时取正号。可得到含铰单元的等效刚度:

$$\frac{1}{k_L} = \frac{1}{k_b} + \frac{2x_j}{k_j(x_j \pm e) + c\dot{x}_j} \quad (4)$$

1.2 当间隙为零时,只考虑铰链的弹簧、阻尼因素

如图1所示,有以下位移关系:

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = x_b \\ x_3 - x_2 = x_j \\ x_1 = x_j \end{cases} \quad (5)$$

假设单元上的力是处处相等,可得:

$$k_j x_1 + c\dot{x}_1 = k_b(x_2 - x_1) = k_j(x_3 - x_2) + c(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = F \quad (6)$$

对前两项等式运用拉普拉斯变换,得出 \$x_1\$ 和 \$x_2\$ 之间的关系:

$$\left(\frac{k_j + k_b + cs}{k_b} \right) x_1 = x_2 \quad (7)$$

将上式代入到原方程得到 \$x_1\$ 和 \$x_2\$ 以及 \$x_3\$ 和 \$x_2\$ 的关系:

$$\left(\frac{k_b}{k_j + 2k_b + cs} \right) x_3 = x_1$$

$$\left(\frac{k_j+k_b+cs}{k_j+2k_b+cs} \right) x_3 = x_2 \quad (8)$$

将这些代入到原方程就可以得到整体的力和位移关系:

$$F = \left[\frac{k_b(k_j+cs)}{2k_b+k_j+cs} \right] x_3 \quad (9)$$

$s = i\omega$, 将上式分离为实部和虚部, 实部对应等效刚度, 虚部对应等效阻尼, 两者相关联.

当不存在阻尼, 据 $k_b = \frac{EA}{L}$, 等式简化为:

$$F = \left[\frac{k_j \frac{EA}{L}}{2 \frac{EA}{L} + k_j} \right] x_3 \quad (10)$$

无量纲:

$$k_{eq} = \frac{1}{2 \frac{EA}{k_j L} + 1} \quad (11)$$

类似于线性结构的刚度在超出了一定幅度范围就会发生改变, 铰关节的刚度变化如下:

$$\begin{cases} k_{eq} = \frac{1}{2 \frac{EA}{k_j L} + 1}, & |q| \leq \delta \\ k_{eq} = \frac{1}{2 \frac{EA}{k_b L} + 1}, & |q| > \delta \end{cases} \quad (12)$$

式中, δ 是线性范围值.

1.3 考虑铰链非线性立方弹簧因素

描述函数系数对输入输出非线性性质的线性描述, 即为非线性元件经过傅立叶级数展开后的第一阶正弦和余弦系数描述函数近似形式:

$$\begin{aligned} F &= c_p(A, \omega)x + c_q(A, \omega)x^3 \\ x &= A \sin \bar{\omega}, \bar{\omega} = \omega t \end{aligned} \quad (13)$$

式中, 描述函数的刚度系数为:

$$c_p = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} F_{NL}(A \sin \bar{\omega}, A \omega \cos \bar{\omega}) \sin \bar{\omega} d\bar{\omega} \quad (14)$$

阻尼系数为:

$$c_q = \frac{1}{\omega \pi A} \int_0^{2\pi} F_{NL}(A \sin \bar{\omega}, A \omega \cos \bar{\omega}) \cos \bar{\omega} d\bar{\omega} \quad (15)$$

当只考虑系统的立方非线性弹簧因素时, 图1中所存在的关系式是: $F_{NL} = k_3 x_j^3$, k_3 是立方弹簧的

弹性系数. 横跨每个铰关节处的位移被假定为是相等的. 在铰关节处的总力为:

$$F = k_b x_j + k_3 x_j^3 \quad (16)$$

假设力沿单元是恒定的, 所以有:

$$\frac{EA}{L} x_b = k_b x_j + k_3 x_j^3 \quad (17)$$

设单元总位移为 x , 位移之间的关系: $x = 2x_j + x_b$, 两式消去 x_b , 得

$$x_j^3 + \left(\frac{k_b}{k_3} + 2 \frac{EA}{k_3 L} \right) x_j - \frac{EA}{k_3 L} x = 0 \quad (18)$$

将 x_j 看作是未知数, 解一元三次方程, 唯一的实根是:

$$\begin{aligned} x_j &= B_1 + B_2 \\ B_1 &= \left(\frac{EA}{k_3 L} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} + \left(\frac{EA}{27k_3 L} \right) \left(\frac{k_b L}{EA} + 2 \right)^2} \right)^{\frac{1}{3}} \\ B_2 &= \left(\frac{EA}{k_3 L} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} + \left(\frac{EA}{27k_3 L} \right) \left(\frac{k_b L}{EA} + 2 \right)^2} \right)^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \quad (19)$$

代入消去 x_j 得到总力和总位移的关系式:

$$F = k_b (B_1 + B_2) + k_3 (B_1 + B_2)^3 \quad (20)$$

当系统不存在阻尼时, $c_q = 0$, 公式(20)代入公式(14), 得出

$$c_p = \frac{2}{\pi A} \int_0^{\pi} (k_b (B_1 + B_2) + k_3 (B_1 + B_2)^3) \sin \varphi d\varphi \quad (21)$$

式中, B_1, B_2 包括 $x = A \sin \varphi, \varphi = \omega t$.

2 单胞结构等效模型

桁架是一种由杆件彼此在两端铰接的结构, 一般是三角形的平面或空间结构, 主要承受轴向力, 大跨度比较常用, 刚度大自重低. 框架结构是由梁柱刚接或铰接而成的承重结构, 可以承受轴力、剪力和弯矩. 刚性和半刚性是针对结点连接方式而言的, 一般分为刚性、半刚性和铰接.

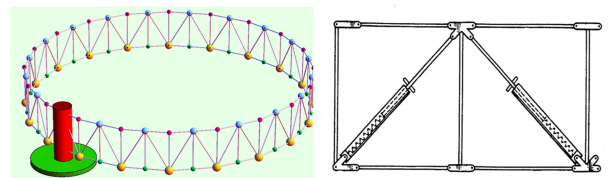


图3 环形桁架天线及典型胞元结构

Fig. 3 Astromesh deployable antenna and typical structural unit

刚性连接的两个杆件无相对转角,能完全传递弯矩,如框架结构的梁柱节点一般为刚接;而铰接则不限制相连杆件的相对转角,无法传递弯矩,如桁架结构;半刚性节点则介于二者之间.当然刚性、半刚性、铰接是力学简化模型,实际结构大多为半刚性.

为研究环形桁架的动力学特性,需要对其模型进行等效,根据本研究对象的结构特点,环形桁架是由 Warren 桁架单胞循环重复组成的,将单胞假设为刚性连接,等效为平板结构,只要得出板的刚度矩阵,就等于求出了环形桁架天线整体等效薄壁圆柱壳的刚度矩阵,从而为下一步建立其动力学方程和进行模态分析打下基础.简化后的整体的刚度矩阵如下^[4]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

式中,分别是和面内拉压有关的刚度、剪切刚度以及扭转刚度.对于单胞结构受剪切以及弯曲情况下的受力以及等效刚度计算公式如下:

$$E_{1e} = \frac{4}{h\Delta x_1}, E_{2e} = \frac{4}{h\Delta x_2}, \quad (23)$$

$$\nu_{12e} = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}, \nu_{21e} = \frac{\Delta x_2}{\Delta y_2}$$

刚度系数的表达式:

$$G_{12e} = \frac{2}{h\Delta x_3},$$

$$G_{13e} = \frac{1}{h\Delta x_4}$$

$$\bar{Q}_{11} = \frac{E_{1e}}{1-\nu_{21e}\nu_{12e}},$$

$$\bar{Q}_{12} = \frac{E_{2e}\nu_{12e}}{1-\nu_{21e}\nu_{12e}},$$

$$\bar{Q}_{22} = \frac{E_{2e}}{1-\nu_{21e}\nu_{12e}},$$

$$\bar{Q}_{44} = \bar{Q}_{55} = G_{12e},$$

$$\bar{Q}_{66} = G_{13e} \quad (24)$$

在单元结构的两端加上含间隙铰链的部分,经过计算得出整体的刚度,该刚度就是等效替代后的梁杆单元刚度,然后对结构进行位移法整合成整体的结构刚度矩阵.通过等效代替法,或者采用修改结构刚度矩阵对角元素的方法把含有弹簧和阻尼器的杆件简化为普通的梁单元.通过力和位移关系,算出单胞结构的位移,均匀化等效后,得出等效板的平面拉压刚度.

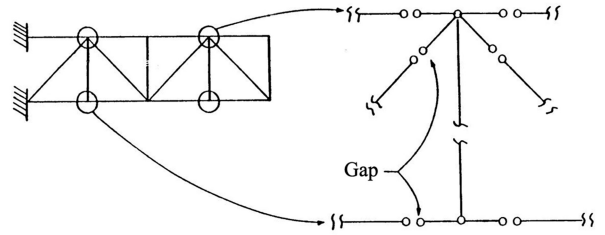


图 4 在单胞结构中普遍存在的间隙

Fig. 4 Joints with clearance in structure

建立平面钢架单胞等效模型如下:

平面刚架单元的杆力列向量为:

$$\{F^e\} = (F_{Ni} \ F_{Si} \ M_i \ F_{Nj} \ F_{Sj} \ M_j)^T$$

平面刚架单元的杆端位移列向量为:

$$\{\delta^e\} = (u_i \ v_i \ \theta_i \ u_j \ v_j \ \theta_j)^T$$

梁单元的单元刚度矩阵为:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ \hline \frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

梁单元的单元质量矩阵为:

$$M = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ \hline 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

根据结构对称性原理,建立如下模型:

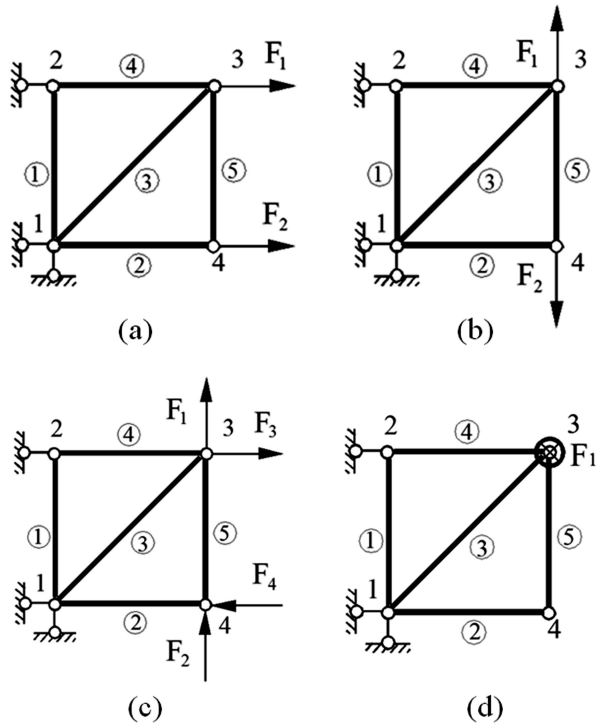


图5 平面刚架单元等效模型

Fig. 5 Equivalent model of plane frame elements

离散化域分为4个节点和5个单元.表1给出了单元连通性:

表1 平面刚架单元连通性

Table 1 Connectivity of plane frame element

Number	Node i	Node j	theta
1	1	2	90
2	1	4	0
3	1	3	45
4	2	3	0
5	3	4	90

根据坐标变换矩阵,把每个单元在整体坐标系下的刚度矩阵表示出来,都是 6×6 的矩阵,结构有4个节点,桁架结构整体的刚度矩阵规模是 12×12 ,根据表1所示的平面单元连通性,叠加建立结构整体刚度矩阵:

$$[K]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} K_{0101} & \cdots & K_{0112} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{1201} & \cdots & K_{1212} \end{bmatrix} \quad (25)$$

然后按照相同的方法建立起结构的质量矩阵:

$$[M]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} M_{0101} & \cdots & M_{0112} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{1201} & \cdots & M_{1212} \end{bmatrix} \quad (26)$$

根据 $[K] - \omega^2[M] = 0$,得出结构的前十二阶固

有频率为:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \lambda_2 = 0\text{Hz}, \lambda_3 = 6.93\text{Hz}, \lambda_4 = 8.37\text{Hz}, \\ \lambda_5 = 10.01\text{Hz}, \lambda_6 = 11.56\text{Hz}, \lambda_7 = 13.1\text{Hz}, \\ \lambda_8 = 17.29\text{Hz}, \lambda_9 = 44.68\text{Hz}, \lambda_{10} = 59.11\text{Hz}, \\ \lambda_{11} = 77.43\text{Hz}, \lambda_{12} = 157.47\text{Hz} \end{aligned}$$

另由平衡条件列出总体的力、位移关系式: $[K]\{U\} = \{F\}$,在方程中, U 是结构节点的位移矢量, F 是结构节点的载荷矢量.

$$\begin{aligned} \{U\} &= \{u_1, v_1, \theta_1, u_2, v_2, \theta_2, u_3, v_3, \theta_3, u_4, v_4, \theta_4\} \\ \{F\} &= \{N_1, Q_1, M_1, N_2, Q_2, M_2, N_3, Q_3, M_3, N_4, \\ & \quad Q_4, M_4\} \end{aligned}$$

如图6(a)所示,平面桁架单胞受到横向载荷时的边界条件如下:

$$\begin{aligned} u_1 = v_1 = u_2 = \theta_1 = \theta_2 = 0 \\ Q_2 = Q_3 = M_3 = Q_4 = M_4 = 0 \\ N_3 = F_1, N_4 = F_2 \end{aligned}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{F_f}{2} \quad (27)$$

引入边界条件,运用高斯消去法求解节点位移,由于每个节点有两个自由度,所以每个节点都在 x, y 方向有位移,得到各个节点的位移,下面主要运用位移法对平面内的桁架结构进行均匀化等价,等效的基本原理是假定桁架与平板在相同的力的作用下产生相同的位移:

$$\Delta x_1 = \frac{x_3 + x_4}{2}, \Delta y_1 = \frac{y_2 + y_3}{2} \quad (28)$$

将公式(28)代入公式(23)计算得出 E_{1e}, ν_{12e} .

同理,图6(b)所示的边界条件下位移关系:

$$\Delta x_2 = \frac{x_3 + x_4}{2}, \Delta y_2 = \frac{y_2 + y_3}{2} \quad (29)$$

将公式(29)代入公式(23)计算得出: ν_{21e}, E_{2e} .

图6(c)和(d)所示的边界条件下位移关系:

$$\Delta x_3 = \frac{x_3 - x_2}{2}, \Delta x_4 = \frac{F_f L}{3EI} \quad (30)$$

分别表示单胞结构受到面内剪力产生的剪切变形情况和受到垂直于平面的外力产生的弯曲变形,按照边界条件分别计算得出相应的刚度项.

设单胞横梁和竖梁长 L ,对角梁长 $\sqrt{2}L$,代入相关参数:

$$A = 6.67 \times 10^{-4} \text{m}^2, E = 4.5 \times 10^{10} \text{Pa}, L = 0.8 \text{m},$$

$$F_f = 3 \times 10^3 \text{N}, h = 0.026 \text{m}, I = 6.27 \times 10^{-5} \text{m}^4$$

得到等效后板的刚度矩阵为:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.56 & 2.11 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 2.11 \times 10^7 & 4.22 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.12 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.12 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.34 \times 10^{15} \end{pmatrix} \quad (31)$$

3 数值模拟

运用 ANSYS 有限元数据模态分析软件对单胞结构进行分析.主要思路是首先用三维软件 Pro/E 建立单胞结构的三维实体模型,然后对结构进行网格划分,尤其是在铰链关节处进行细致的网格划分.接下来根据模型参数和边界条件对结构进行模态分析,边界条件分别为自由、固定和铰支三种情况.有限元软件对结构进行简单处理后的三维模型如图所示:

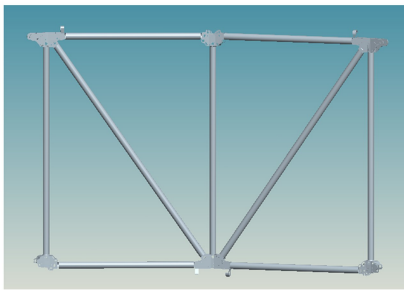


图 6 环形桁架天线单胞有限元模型

Fig. 6 Finite element model of astromesh antenna element

单胞结构的尺寸和参数如表 2 所示.

表 2 桁架单胞尺寸参数

Table 2 Dimension and parameters of truss bay

Unit; mm	Transverse	Vertical	Diagonal
Length	562.02	786.82	997.56
Inner diameter	24	24	25
Outer diameter	26	26	27
Thickness	1	1	1

结构中不同的部件材质不同,在部分机械结构中,比如铰关节和扭簧等结构,采用的是航空铝材或钢材,在建模分析时假设结构为整体碳纤维材料.具体的材料参数如表 3 所示.

表 3 桁架单胞材料参数

Table 3 Material parameter of truss bay

Designation	Parameter	Unit
Young modulus	4.5×10^4	MPa
Poisson's ratio	0.3	—
Density	1.8×10^3	kg/m ³
Shear modulus	3.75×10^5	MPa
Bulk modulus	1.73×10^5	MPa

ANSYS 有限元网格划分是进行数值模拟分析至关重要的一步,它直接影响着后续数值计算分析结果的精确性.网格疏密是指在结构不同部位采用大小不同的网格,这是为了适应计算数据的分布特点.为了较好地反映数据变化规律,在结构铰链关节处载荷变化梯度较大的部位(如应力集中处),需要采用比较密集的网格.而对于计算数据变化梯度较小的杆件部位,则划分相对稀疏的网格:

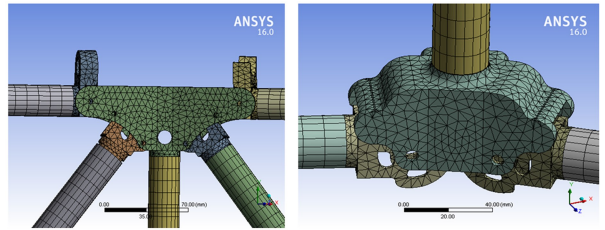


图 7 单胞结构主要部件有限单元网格划分

Fig. 7 Finite element mesh for main parts of truss bay

在单胞的一侧竖杆两端施加边界条件,分别为固定、铰支和自由三种情况,其他位置均为自由状态.得出单胞结构在固定、铰支、自由三种情况下的前 6 阶固有频率:

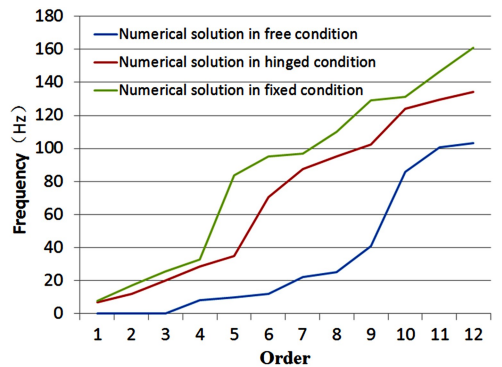


图 8 单胞结构在不同边界条件下的固有频率

Fig. 8 Natural frequency of elements at different boundary conditions

依据上图中得出的频率数据,分析得出,在固支边界条件下结构的固有频率大于铰支边界条件下的结构固有频率,铰支边界条件下的结构固有频率大于自由边界条件下的结构固有频率.

下面将运用 ANSYS 模拟出的振动频率与解析结果做对比,结果表明桁架结构的前 12 阶固有频率基本吻合.如图 9 所示.

图 10 列出了在铰支边界条件下桁架结构的前 6 阶振动模态图,依次对应的振动形式是:(a)纵向振动;(b)横向振动;(c)扭转振动;(d)弯曲振动;(e)弯扭组合;(f)纵向振动和弯曲振动组合.铰链

关节和对角梁所受到的应力相对于其他部件而言比较集中,从而证明运动副间隙对空间结构展开动力学特性的影响不容忽视。

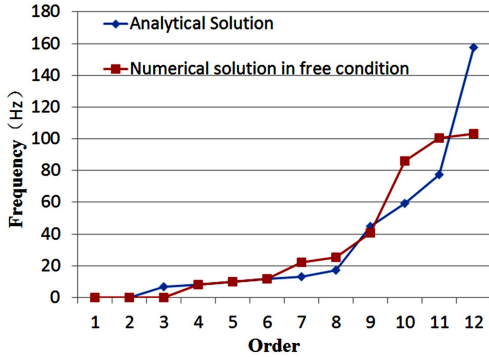


图9 单胞结构前12阶固有频率解析解与自由状态下数值解

Fig.9 Analytic solution of natural frequencies for first twelve orders of truss bay and numerical solutions under free condition

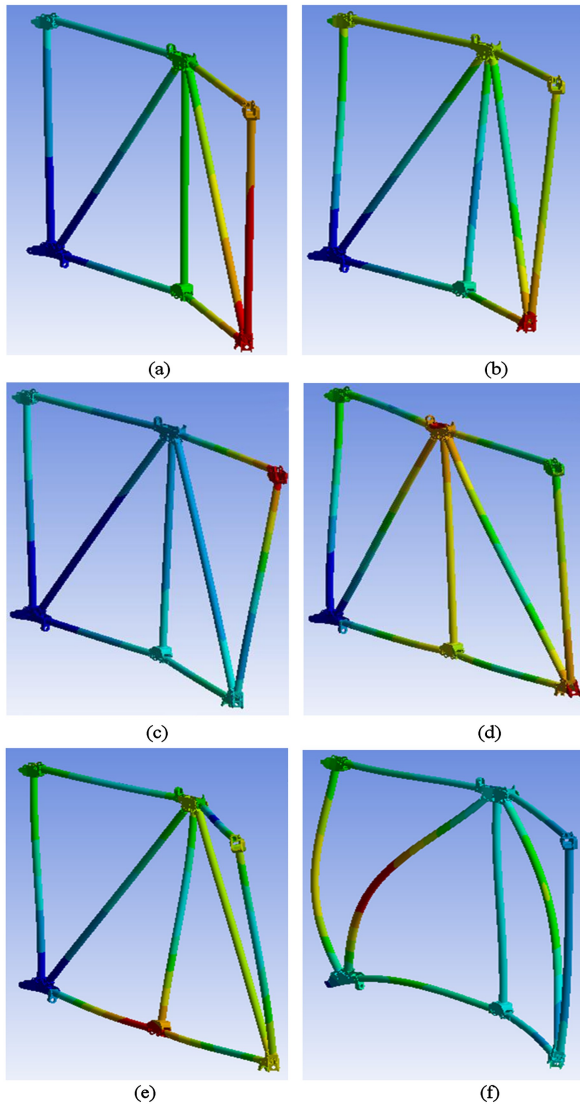


图10 铰支边界条件下单胞结构前6阶振型

Fig. 10 First six-order mode shapes of truss bay under hinged condition

4 结论

本文对大型网架式可展开空间结构的单胞进行了建模与分析,把 Warren 桁架单胞结构等效成板结构进行分析和研究.首先考虑桁架铰链的间隙、接触、碰撞等因素,并对这些因素导致的非线性刚度和阻尼进行了研究.基于该等效模型利用位移法得到含铰链可展桁架单胞结构的等效刚度矩阵,进而建立动力学模型.结论是由于铰链关节的存在,结构的整体刚度降低,柔性增加。

通过运用 ANSYS 分析软件对单胞结构在不同边界条件下的固有频率和振动模态进行了分析,通过数值模拟和解析解的固有频率对比,发现二者前12阶固有频率基本吻合.在不同边界条件下,结构的固有频率不同.铰链关节存在应力集中问题,所以针对含间隙铰链的桁架单胞结构以及运动状态的分析具有非常重要的实际意义。

参 考 文 献

- 1 胡海岩,田强,张伟,等. 大型网架式可展开空间结构的非线性动力学与控制. 力学进展, 2013, 43(4): 390~414 (Hu H Y, Tian Q, Zhang W, et al. Nonlinear dynamics and control of large deployable space structures composed of trusses and meshes. *Advances in Mechanics*, 2011, 47(9): 66~71 (in Chinese))
- 2 Burgardt B, Cartraud P. Continuum modeling of beamlike lattice trusses using averaging methods. *Composite Structures*, 1999, 73: 267~279
- 3 Stephen N, Ghosh S. Eigen analysis and continuum modeling of a curved repetitive beam-like structure. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2005, 47: 1854~1873
- 4 Reddy J N. Mechanics of laminated composite plates and shells theory and analysis. CRC Press, 2004
- 5 Nayfeh A H, Mook D T. Nonlinear Oscillations. Wiley Classics Library Edition, 1995
- 6 张静,郭宏伟,刘荣强,等. 空间含铰可展桁架结构的非线性动力学建模与分析. 西安交通大学学报, 2013, 47(11): 113~119 (Zhang J, Guo H W, Liu R Q, et al. Nonlinear dynamic modeling and analysis for space deployable structure with clearance joints. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2013, 47(11): 113~126 (in Chinese))
- 7 Chu Z, Deng Z, Qi X, et al. Modeling and analysis of a

- large deployable antenna structure. *Acta Astronautica*, 2014, 95:51~60
- 8 Dubowsky S. On predicting the dynamic effects of clearances in one-dimensional closed loop systems. *Journal of Engineering for Industry*, 1974, 96(1):324~329
- 9 Dubowsky S, Freudenstein F. Dynamic analysis of mechanical systems with clearances—part 1: formation of dynamic model. *Journal of Engineering for Industry*, 1971, 93(1):305~309
- 10 Webster M S. Modeling beam-like space trusses with nonlinear joints with application to control [Ph. D Thesis]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1991
- 11 Bowden M, Dugundji J. Joint damping and nonlinearity in dynamics of space structures. *AIAA Journal*, 1990, 28(4):740~749
- 12 Bowden M L. Dynamics of space structures with nonlinear joints [Ph. D Thesis]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1988
- 13 Greschik G. Truss beam with tendon diagonals: mechanics and designs. *AIAA Journal*, 2008, 46(3):557~567
- 14 Hanss M, Oexl S, Gaul L. Identification of a bolted-joint model with fuzzy parameters loaded normal to the contact interface. *Mechanics Research Communications*, 2002, 29(2):177~187
- 15 Pellicano F, Amabili M. Stability and vibration of empty and fluid-filled circular cylindrical shells under static and periodic axial loads. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40:3229~3251
- 16 Teughels A, De Roeck G. Continuum models for beam-and platelike lattice structures. In: Fourth International Colloquium on Computation of Shell and Spatial Structures, Chania, Crete, Greece, 2000
- 17 Noor A K, Anderson M S, Greene W H. Continuum models for beam-and platelike lattice structures. *AIAA Journal*, 1978, 16(12):1219~1228
- 18 Zhang J Y, Ohsaki M. Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43(18):5658~5673
- 19 Ando K, Mitsugi J, Senbokuya Y. Analyses of cable-membrane structure combined with deployable truss. *Computers & Structures*, 2000, 74(1):21~39

EQUIVALENT MODELING AND ANALYSIS OF TRUSS ANTENNA UNIT CELL WITH CLEARANCE JOINTS *

Zhang Wei Liu Hongli[†] Guo Xiangying

(Beijing Key Laboratory of Nonlinear Vibrations and Strength of Mechanical Structures, College of Mechanical Engineering,
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract This paper studies the equivalent modeling method of truss cell elements with clearance joints. The equivalent stiffness and damping problem of unit cell truss are mainly considered. Firstly, a comprehensive hinge gap model is constructed by considering on the gap hinge. An equivalent method is then put forward to simplify the truss unit cell to a plate-like structure. As structural element is assumed as a steel beam, the displacement method is used to get the equivalent stiffness matrix of plane truss unit cell in different boundary condition. The overall natural frequency and plate equivalent stiffness matrix after equivalence are then obtained. Finally, finite element analysis (FEM) by a software of ANSYS is proposed for structural modal analysis of the structure with clearance joint. The results show that when the stiffness of the truss structure unit cell is reduced, the flexibility is increased.

Key words warren truss, equivalent modelling, displacement method, clearance joints, finite element analysis

Received 04 April 2016, revised 04 May 2016.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11172009, 10872010, 10732020).

[†] Corresponding author E-mail: leoliurise@foxmail.com