深空环境下三星库仑编队重构控制研究*

吴立尧 袁长清*

(空军航空大学飞行器与动力系,长春 130022)

摘要 本文研究了深空环境下三星库仑编队构型重构控制问题.首先考虑外界环境干扰作用(主要以太阳 光压为主)和德拜效应影响,推导出精确的三星库仑编队动力学方程.针对库仑编队动力学特性和太阳光压 对于编队任务控制精度的影响,设计基于 BP 神经网络的 PID 控制方法.PID 控制结构简单,稳定性好,BP 神 经网络具有超强的自主学习和非线性逼近干扰能力,二者有机结合,通过 BP 神经网络输出最优的 PID 控制 参数组合,改变卫星所带电荷从而改变卫星之间库仑力大小,使编队渐近稳定并按期望距离和构型飞行.仿 真结果表明基于 BP 神经网络 PID 控制性能明显优于传统 PID 控制,大大提高了编队控制精度和系统对于 外界干扰的鲁棒性.

关键词 深空环境, 三星编队, 库仑力, PID, BP 神经网络 DOI, 10.6052/1672-6553-2017-48

引言

King 等^[1]在 2002 年首次提出卫星库仑力编 队的概念,即通过使卫星带电(正电或负电)形成 排斥力或吸引力,通过设计适当的控制律来控制卫 星编队的构型、姿态、距离等以完成预期任务.从此 库仑力卫星编队技术成为一种新兴的编队技术以 其极大的优势引起了国内外学者的广泛研究.

由于三体及多体卫星编队存在卫星之间的耦 合问题,这给控制过程带来了很多难题,国内外多 为在地球同步轨道处的二体编队研究,三星库仑编 队研究很有限.Berryman^[2]提出一种解析求平衡电 量的方法.针对两结点直线构形和三结点等边三角 形构形的库仑虚拟结构,得到了紧凑形式的平衡电 量解析表达式.Hussein等^[3]于2007年首次研究库 仑虚拟结构的反馈控制问题.考虑三结点共线虚拟 结构,导出了共线三星自旋系统的稳定方程,应用 线性化相对动力学方程设计了电荷反馈控制律,提 高了系统共线虚拟系统的稳定性.Wang 和 Schaub^[4]对在自由空间中受库仑力影响的带电固 定三角形三卫星的位置控制进行了研究.不同于文 中讨论的共线星体平衡电荷分布的配置方案,普通 三角位形星体没有能达到平衡状态的电荷分布方

案,即并不是所有三角形的三边长度都可以通过库 仑力来进行控制的.Schaub 和 Hussein^[5]针对三个 航天器对称编队构形,应用线性控制理论,设计了 反馈控制律,并讨论闭环系统稳定性. Hogan 和 Schaub^[6]研究了三星库仑共线编队在库仑力的控 制下的固定形状条件解,但是这些文献都没有考虑 外界环境对于编队的干扰影响和德拜效应对于编 队内部库仑力的影响,国内在三体卫星编队问题研 究刚处于起步阶段,多为二体卫星研究.张皓和师 鹏^[7]在两星问题结论的基础上,通过对开环控制和 闭环控制的仿真分析,给出了利用库仑力技术实现 悬停轨道的实施方案.黄静^[8]研究了二星编队在地 月 L, 点附近的旋转二体库仑卫星的相对运动控制 问题.另外黄静^[9]针对于平动点附近处二体绳系系 统姿轨耦合控制问题,首先采用欧拉-拉格朗日方 程对二体卫星建模,设计了非线性二次型最优控制 器实现了对二体绳系系统的长周期稳定控制.王婷 和张羽飞[10]分析了立体五星编队在静电力和万有 引力作用下的静态构型,并采用线性二次型最优控 制方法保持编队的静态构型稳定并实现了编队飞 行控制仿真.在控制器的选择上,上述文献多为简 单的反馈控制,对于存在外界干扰的不确定项,常 规的反馈控制系数难以整定,基于 BP 神经网络的

²⁰¹⁶⁻⁰⁴⁻¹⁵ 收到第1稿,2016-05-16 收到修改稿.

^{*}国家自然科学基金(11372353)

[†]通讯作者 E-mail: ycq02@ mails.tsinghua.edu.cn

PID 控制^[11]在控制效果与稳定性上都优于传统反 馈控制器.

针对于上述研究的不足,本文选取地月平动点 L₂处作为问题背景,考虑外界环境干扰作用和德 拜效应对库仑编队的影响,推导出深空环境下较精 确的三星库仑编队的动力学模型,并设计了基于 BP 神经网络的 PID 控制方法,在不确定干扰的情 况下通过 BP 神经网络自主学习功能获取相对最 优的 PID 控制参数,从工程角度简化结构和算法. 仿真证明提出的控制方法简单有效,控制性能明显 优于传统 PID 控制,大大提高了系统对于外界干扰 的鲁棒性.

1 三星库仑编队动力学模型

本节研究三星库仑编队系统,如图 1 所示为空 间中三体卫星系统结构图,并将卫星视为质点.其 中 m₁、m₂、m₃分别为卫星的质量,q₁、q₂、q₃分别为 卫星所带电量,r₁、r₂、r₃为卫星在惯性坐标系中位 置矢量,r₁₂、r₂₃、r₁₃分别为卫星之间相对位置矢量. α_i为卫星位置矢量间夹角.



图 1 三体卫星系统结构图 Fig. 1 Structure of three-body satellite system

特例:当三体卫星编队系统质心作为惯性坐标 系的原点,三颗卫星在库仑力的作用下处于三星共 线平衡状态,共线结构绕质心 O 做圆周运动,如下 图 2 所示.



Fig. 2 Collinear equilibrium structure

在深空环境中,由于卫星间库仑力与天体引力 数量级相差很大,所以忽略天体引力作用^[4];而德 拜长度大致为 20~50m,与卫星编队相对距离相差 不大,所以德拜长度不能忽略.三星库仑编队的动 力学方程如下:

$$m_{1} \ddot{r}_{1} = -k_{c} \frac{q_{1}q_{2}}{r_{12}^{2}} e^{-r_{12}/\lambda_{d}} \hat{e}_{12} - k_{c} \frac{q_{1}q_{3}}{r_{13}^{2}} e^{-r_{13}/\lambda_{d}} \hat{e}_{13} + d_{1}$$

$$m_{2} \ddot{r}_{2} = k_{c} \frac{q_{1}q_{2}}{r_{12}^{2}} e^{-r_{12}/\lambda_{d}} \hat{e}_{12} - k_{c} \frac{q_{2}q_{3}}{r_{23}^{2}} e^{-r_{23}/\lambda_{d}} \hat{e}_{23} + d_{2}$$

$$m_{3} \ddot{r}_{3} = k_{c} \frac{q_{1}q_{3}}{r_{13}^{2}} e^{-r_{13}/\lambda_{d}} \hat{e}_{13} + k_{c} \frac{q_{2}q_{3}}{r_{23}^{2}} e^{-r_{23}/\lambda_{d}} \hat{e}_{23} + d_{3} \quad (1)$$

式中, ê_{ij}表示第 i 颗卫星指向第 j 颗卫星的单位向 量, d_i 表示在深空环境中外界干扰因素, 主要由太 阳光压产生.定义向量 **ξ** 是为两颗卫星电荷乘积与 间隔距离的函数, 表示为:

$$\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T = k_c \boldsymbol{D} \boldsymbol{Q}$$
(2)

式中
$$\boldsymbol{D} = \operatorname{diag}\left(\frac{e^{-r_{12}/\lambda_d}}{r_{12}^2}, \frac{e^{-r_{23}/\lambda_d}}{r_{23}^2}, \frac{e^{-r_{13}/\lambda_d}}{r_{13}^2}\right), \boldsymbol{Q} = \left[Q_{12}, Q_{23}, Q_{$$

 Q_{13})」,为任意两卫星之间电荷乘枳. 由式(1)可得到三颗卫星间相对动力学方程:

$$\ddot{r}_{12} = \xi_1 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \xi_2 \frac{1}{m_2} \cos\alpha_2 + \xi_3 \frac{1}{m_1} \cos\alpha_1 + f_1 + d_1$$

$$\ddot{r}_{23} = \xi_1 \frac{1}{m_2} \cos\alpha_2 + \xi_2 \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}\right) + \xi_3 \frac{1}{m_3} \cos\alpha_3 + f_2 + d_2$$

$$\ddot{r}_{13} = \xi_1 \frac{1}{m_1} \cos\alpha_1 + \xi_2 \frac{1}{m_3} \cos\alpha_3 + \xi_3 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_3}\right) + f_3 + d_3$$

(3)

式中,函数f为单独的函数,与卫星间相对位置向 量有关,可表示为: $f_i = \frac{1}{r_{ij}} \| \dot{r}_{ij} \|^2 (1 - \cos^2 \beta_{ij})$,其中 β_{ij} 表示 r_{ij} 和 \dot{r}_{ij} 之间夹角.

对于三颗卫星共线构型特例,由图(1)和图 (2)可得α₁=0°,α₂=180°,α₃=0°.式(3)可表达为:

$$\ddot{r}_{12} = \xi_1 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) - \xi_2 \frac{1}{m_2} + \xi_3 \frac{1}{m_1} + d_1$$

$$\ddot{r}_{23} = -\xi_1 \frac{1}{m_2} + \xi_2 \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right) + \xi_3 \frac{1}{m_3} + d_2$$

$$\ddot{r}_{13} = \xi_1 \frac{1}{m_1} + \xi_2 \frac{1}{m_3} + \xi_3 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_3} \right) + d_3$$
(4)

2 控制器设计

PID 控制器具有结构简单、稳定性和鲁棒性好的优点;BP 神经网络具有超强的自主学习和非线性 逼近干扰能力,学习结构简单明确.为获取好的控制 效果,选取最优的 PID 控制反馈增益 K_p、K_i和 K_d 可 以通过神经网络对系统性能的学习来实现最佳组合 的 PID 控制.采用基于 BP 神经网络的 PID 自适应控制,可以建立参数 K_p 、 K_i 和 K_d 自学习的神经 PID 控制,从而达到参数自行调整最优的目的.

2.1 PID 控制

首先定义状态向量*X*为:

$$\boldsymbol{X} = [r_{12}, r_{23}, r_{13}]^{T}$$
(5)

控制器期望实现的目标为 $X \rightarrow X^*$,其中 X^* 为 卫星理想相对间隔距离 $X^* = [r_{12}^*, r_{23}^*, r_{13}^*]^T$.动 力学方程(4)利用状态空间形式可表达为:

$$\ddot{X} = A\xi + d \tag{6}$$

式中, *ξ*为控制向量, *A*为3×3矩阵, 如下式:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} & -\frac{1}{m_2} & \frac{1}{m_1} \\ -\frac{1}{m_2} & \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} & \frac{1}{m_3} \\ \frac{1}{m_1} & \frac{1}{m_3} & \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_3} \end{bmatrix}$$
(7)

令 *X* = *X*^{*} +δ*X*,其中 δ*X* 为卫星间相对距离误差向量.根据式(6),设计 PID 反馈控制律如下:

$$\delta \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{A}^{T} (\boldsymbol{A} \boldsymbol{A}^{T})^{-1} \Big(-K_{i} \int \delta \boldsymbol{X} - K_{d} \delta \dot{\boldsymbol{X}} - K_{p} \delta \boldsymbol{X} \Big)$$
(8)

式中 || A || =0,矩阵 A 为奇异不可逆矩阵.

2.2 基于 BP 神经网络 PID 控制

神经网络是模仿生物神经网络功能的一种经 验模型,由若干简单元件及其层次组织,以大规模 并行连接方式构造而成的网络而成的网络.由于神 经网络中神经元间复杂的连接关系和各神经元传 递信号的非线性方式,输入和输出信号间可构造出 各种关系,因此可表达用机理模型无法精确描述, 但输入和输出之间确实有客观的、确定性或模糊性 规律.本文根据库仑编队动力学特性和外界环境干 扰因素调节 PID 控制参数,以达到性能指标最优 化,使输出层的输出状态对应 PID 三个可调控制参 数,通过神经网络自主学习、加权系数调整,获得最 优的参数组合.

该控制算法步骤如下:

(1)确定 BP 神经网络的结构,即确定输入节 点数 *M* 和隐含层节点数 *Q*,并给各层加权系数的 初值 $\omega_{ij}^{1}(0)$ 和 $\omega_{ij}^{2}(0)$,选定学习率 η 和惯性系数 α , 此时 *k*=1.

(2)采样得到 $r_{in}(k)$ 和 $y_{out}(k)$, 计算该时刻误 $差 error(k) = r_{in}(k) - y_{out}(k)$.

(3) 计算神经网络各层神经元的输入、输出, 输

出层即为 PID 控制器的三个可调参数 K_p 、 K_i 和 K_d .

(4) 根据经典增量数字 PID 的控制算法计算 控制器的输出 *u*(*k*):

$$u(k) = u(k-1) - K_{p}(error(k) - error(k-1)) + K_{i}(error(k)) + K_{d}(error(k) - 2error(k-1)) + error(k-2))$$
(9)

(5) 进行神经网络学习, 在线调整加权系数 $\omega_{ij}^{1}(k)$ 和 $\omega_{ij}^{2}(k)$ 实现 PID 控制参数的自适应调整.

(6)置*k*=*k*+1,返回到(1).

由于控制变量 *ξ* 是为两颗卫星电荷乘积与间 隔距离的函数,由式(2)可得两卫星电荷乘积 *Q* 与 控制变量 *ξ* 和状态变量 *X* 的关系式为:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_{ref} + \delta \boldsymbol{Q}$$
(10)
$$\delta \boldsymbol{Q} = \frac{1}{k_c} \boldsymbol{D}^{-1} \delta \boldsymbol{\xi}$$
$$= \frac{1}{k_c} \boldsymbol{D}^{-1} \boldsymbol{A}^T (\boldsymbol{A} \boldsymbol{A}^T))^{-1} (-K_i \int \delta \boldsymbol{X} - K_d \delta \dot{\boldsymbol{X}} - K_d \delta \dot{\boldsymbol{X}} - K_d \delta \dot{\boldsymbol{X}})$$
(11)

其中 **Q**_{ref}为给定任务所对应的参考电荷乘积.单颗 卫星所带电荷如下式为:

$$q_{1} = \sqrt{\frac{Q_{12}Q_{13}}{Q_{23}}}$$

$$q_{2} = \text{sign}(Q_{12}) \cdot \frac{Q_{12}}{q_{1}}$$

$$q_{3} = \text{sign}(Q_{13}) \cdot \frac{Q_{13}}{q_{1}}$$
(12)

3 仿真校验

本节考虑在深空环境中三星库仑共线编队飞行问题,利用 Matlab/Simulink 仿真软件对共线编 队控制问题进行数值仿真,检验控制算法的合理性 与有效性.仿真过程中,将本文提出的 BP 神经网络 PID 控制与传统 PID 控制进行了比较.

仿真中,三颗卫星质量分别为 m_1 =110kg, m_2 = 20kg, m_3 =10kg,库仑常数 k_c =8.99×10°C⁻²Nm²,选 取德拜长度 λ_d =40m,三颗卫星理想间隔距离为 $X^* = [20,20,40]^T$,三颗卫星的初始位置向量为 r_1 = $[-12,0,0]^T$, r_2 = $[3,0,0]^T$, r_3 = $[30,0,0]^T$,初始 速度向量为 \dot{r}_1 = $[0.001,-0.01,0]^T$, \dot{r}_2 =[-0.001,0.01,0]^T, \dot{r}_3 = $[-0.001,0.02,0]^T$.三体卫星编队系 统周期 T=4h.BP 神经网络控制中输入神经元个数 IN=4,隐含层 H=5,输出神经元个数 Out=4,学习 率 η =0.25,惯性系数 α =0.05,各层加权系数初值: w_i =0.5×rand(H,IN) 利用 Matlab/Simulink 进行数值仿真,仿真结 果如下图所示.



图 3 0~4h 内三颗卫星的运行轨迹(BP-PID 控制)









如图 3 和 4 所示, 分别为在 BP 神经网络 PID 控 制下4h内三星库仑编队重构过程和4h后三星库仑 编队共线稳定过程.三颗卫星分别从初始位置进行 不规则的曲线运动到相对距离不变的共线圆周运 动,实现了位置改变并保持的构型重构控制.如图 5 所示为在传统 PID 控制和 BP 神经网络 PID 控制下 三颗卫星之间相对距离随时间的变化曲线图,由图 可以看出采用两种控制器均能够使三星库仑编队按 预期要求达到期望状态,在0~4h内相对距离由初 始距离渐进趋向于稳定的理想距离,并时刻保持三 星共线平衡状态.但是在两种控制策略下, BP 神经 网络 PID 控制在控制稳定性和调节时间方面都优于 传统 PID 控制,如图 6 所示,分别为任意两颗卫星在 传统 PID 控制和 BP 神经网络 PID 控制下电荷乘积 随时间的变化情况,在编队重构过程中电荷乘积由 初始值逐渐趋于稳定电荷积,以提供三星编队旋转 的向心力和克服太阳光压干扰.由图 5~6 可以明显 看出,基于 BP 神经网络的 PID 控制调节时间短、能 够较快地恢复稳定,超调量近似0%,控制性能明显 优于传统 PID 控制.



- 图 5 传统 PID 控制和 BP 神经网络 PID 控制下卫星间相对距离 随时间的变化曲线
 - Fig.5 Time history of relative distance between PID control and BP-PID control



图 6 传统 PID 控制和 BP 神经网络 PID 控制下卫星间电荷乘积 随时间的变化曲线

Fig. 6 Time history of charge product for satellites under PID control and BP-PID control

4 总结

本文研究了深空环境下(地月平动点 L₂ 点)三 星库仑编队构型重构控制问题,设计了基于 BP 神 经网络的 PID 控制器.首先考虑外界环境干扰作用 (主要为太阳光压)和德拜效应影响,推导出较精 确的三星库仑编队的动力学方程,设计基于 BP 神 经网络的 PID 控制器,将 PID 控制与 BP 神经网络 控制相结合,利用神经网络自主学习功能逼近非线 性扰动项来获得相对较优的 PID 控制参数,通过控 制器改变卫星所带电荷进而改变卫星之间库仑力 大小,使编队渐近稳定并按理想间距和构型飞行. 利用 Matlab 软件对三星编队轨迹以及控制电荷的 变化情况进行了仿真,结果显示基于 BP 神经网络 的 PID 控制效果理想,其动态过程中超调量及调节 时间均比传统 PID 控制小,具有良好的鲁棒性、自 适应性和容错性.从工程角度上简化控制器结构和 算法,减少了卫星上机载计算机工作量,具有一定的推广应用价值.

参考文献

- King L B, Parker G G, Deshmukh S, et al. Spacecraft formation flying using inter-vehicle Coulomb force. Tech. Rep. NASA/NIAC, 2002
- 2 Hussein I I, Schaub H. Stability and control of relative equilibrium for the three-spacecraft coulomb tether problem. AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Mackinac Island, MI, Aug. 19–23 2007, Paper No. AAS 07–269
- 3 Hussein I I, Schaub H. Stability and control of relative equilibrium for the three-spacecraft coulomb tether problem. Acta Astronautica, 2009:738~754
- 4 Wang S, Schaub H. Switched lyapunov function based coulomb control of a triangular 3-vehicle cluster. Advances in the Astronautical Sciences, 2009,135:1477~1496
- 5 Hogan E, Schaub H. Linear stability and shape analysis of spinning three-craft coulomb formations. AAS Spaceflight Mechanics Meeting, New Orleans, Louisiana, February 13-17, 2011, Paper No. AAS 11-225
- 6 Erik A. Hogan, Schaub H. Collinear invariant shapes for three-craft coulomb formations. *Acta Astronautica*, 2012,

72:78~89

- 7 张皓,师鹏,李保军等.利用库仑力实现悬停轨道的新 方法研究. 宇航学报, 2011,33(1):68~75 (Zhang H, Shi P, Li B J, et al. Hover orbit using inter-spacecraft coulomb forces. *Journal of Astronautics*, 2011,33(1):68 ~75 (in Chinese))
- 8 黄静,李传江,马广富等.考虑状态约束的二体旋转库 仑卫星系统重构控制. 宇航学报, 2015, 36(5):557~ 565 (Huang J, Li C J, Ma G F, et al. Control for reconfiguration of a spinning two-body coulomb satellite system with state constrains. *Journal of Astronautics*, 2015, 36 (5):557~565 (in Chinese))
- 9 Huang J, Ma G F. Nonlinear dynamics and reconfiguration control of two-satellite coulomb tether formation at libration points. Aerospace Science and Technology, 2014, 39: 501~512
- 10 王婷,张羽飞. 等质量立体五星库仑编队飞行的分析与 控制. 宇航学报, 2015, 36(11):1279~1288 (Wang T, Zhang Y F. Analysis and control for three dimensional five-satellite coulomb formation flight in geostationary earth orbit. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(11):1279~1288 (in Chinese))
- 11 Zhang X L, Fan H M. Nonlinear control of triple inverted pendulum based on GA-PIDNN. Nonlinear Dynamics, 2015,79(2):1185~1194

RESEARCH ON RECONFIGURATION CONTROL FOR THREE-CRAFT COULOMB FORMATION IN THE DEEP SPACE*

Wu Liyao Yuan Changqing[†]

(Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract The problem of reconfiguration control for a three-craft coulomb formation in the deep space is investigated in this paper. First of all, considering external disturbance and Debye effect, the accurate dynamic models of three-craft coulomb formation are established. According to the characteristics of the coulomb formation dynamic model and the effect of solar radiation pressure on control precision, a PID charge feedback controller based on BP neural network is designed. PID control has simple structure and good stability, while BP neural network has abilities of autonomic learning and nonlinear approximation. Connecting PID control with BP neural network, the optimal PID control parameters are outputted to change the charge of satellites in order to change coulomb forces between satellites, which eventually make the formation converge to equilibrium. The simulations show that the controller is accurate and simple which is better than traditional PID control, and exhibits good control robustness.

Key words deep space, three-craft formation, coulomb force, PID control, BP neural network

Received 15 April 2016, revised 16 May 2016.

^{*} The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11372353).

[†] Corresponding author E-mail: ycq02@ mails.tsinghua.edu.cn