基于优化设计的印制板组件精细化动力学建模方法

王逸龙1 李晶1 赵雪梅2 曹登庆1*

(1.哈尔滨工业大学航天学院,哈尔滨 150001)(2.中国运载火箭技术研究院,北京 100076)

摘要 以模态测试结果作为修正的目标值,提出了采用 ANSYS 优化设计对螺栓连接型印制板组件进行精 细化动力学建模的方法.首先使用 ANSYS 概率设计模块计算出印制板组件特征值对结构材料参数的灵敏 度.然后基于灵敏度分析结果与螺栓连接处的建模误差,使用 ANSYS 优化设计模块对印制板组件进行参数 修正,最后通过比较不同边界条件下组件的固有特性验证了修正后参数的有效性.研究表明:基于灵敏度分 析和建模误差的优化设计方法可以有效提高螺栓连接型印制板组件动力学模型的建模精度.

关键词 印制板组件, 灵敏度分析, 优化设计, 参数修正, 动力学建模

DOI: 10.6052/1672-6553-2017-42

引言

随着我国航空航天事业的快速发展,飞行器上 电子设备越来越多,电子设备在试验、装配与工作 中经常会受到各种随机载荷的影响,从而引发各种 各样的故障.为了保证电子设备的可靠性,建立足 够精确的动力学模型并对其进行动力学分析是非 常必要的.然而,由于电子设备逐渐趋于小型化、模 块化和复杂化^[1],有限元建模中不可避免的不确定 因素,使得建模精度无法满足工程要求.因此对有 限元模型进行参数修正并利用其分析电子设备的 固有特性,对航天器上电子设备的结构优化与振动 控制具有重要意义.

对于电子设备的有限元建模问题,已有大量的 研究与报导^[2],无论是模态分析^[3]还是随机响应 分析^[4,5]都达到了满意效果.其中,Burmitskih^[6]忽 略印制板上小元件和焊点的影响,建立简化的有限 元模型,并与完整模型的计算结果进行对比,然后 对其进行随机振动分析,说明简化模型能够有效模 拟印制电路板在随机激励下的响应特性.但是这些 研究仅停留在对单块简单印制板的建模与动力学 分析上,对螺栓连接型印制板组件的研究较少. Xie^[7]使用 ANSYS 软件对带框架的印制板模型进 行了模态分析和随机振动分析,与实验值对比的误 差在合理范围内.常涛^[8]将弹簧单元应用于螺栓连 接印制板的螺钉连接、接触连接、接头连接有限元 建模中,实现了对螺栓连接型印制板的精确建模. 李思阳^[9]采用接触面绑定的方法,简化处理了螺栓 接触中的复杂非线性行为.

随着结构的复杂化,使用这些简化方法已经无 法达到工程要求,因此我们有必要借助模型修正的 方法提高模型精度.常涛^[10]以航天器中使用的某 种印制电路板为例,使用 N-Updating 模型修正软件 对印制电路板的物理参数进行识别,验证了这种方 法的有效性.郭建英^[11]针对螺栓连接板模型,将连 接部位直接粘连,并给连接部位的单元定义独立的 材料类型,最后通过修正各部位的材料参数值提高 了螺栓连接模型的精度.此外,使用 ANSYS 以及其 他商业有限元软件对结构进行模型修正的方法也 得到了一定的发展,并成功应用于井架结构^[12]、桥 梁结构^[13]、航天器舱段模型^[14]等.

1 基本理论

1.1 螺栓连接型印制板建模方法

20世纪90年代,Pitarresi^[2]总结了印制板的有限元建模方法,提出了五种简化方案,之后的研究都是在这五种方法的基础上发展起来的.现在最常用到的方法是将简单成型法与局部等效法相结合,即忽略焊点、小元件和导线的影响,对大元器件采用局部等效法,建立完整模型并按照元件分布、材料和质

²⁰¹⁵⁻¹¹⁻³⁰ 收到第1稿,2016-10-09 收到修改稿.

[†] 通讯作者 E-mail: dqcao@ hit.edu.cn

量定义不同的材料参数值;元器件与基板、连接板与 基板之间的连接采用直接粘连的方式,最后通过修 正连接板材料参数值来实现对连接刚度的修正,使 得在减少计算量的同时又能够保证建模精度.

1.2 基于 ANSYS 的灵敏度分析

ANSYS 中概率设计模块(PDS)提供了一种将 有限元方法与概率统计方法相结合的灵敏度分析 方法,用于评估不确定性输入参数对输出参数的影 响.其中概率设计方法有蒙特卡罗法和响应面法, 最常用到的是蒙特卡罗法,即假设输入参数服从一 定概率分布,此后按其分布随机抽取每一个参数值 进行一次模拟计算,通过大量重复的随机抽样来模 拟真实实验数据.

ANSYS 概率设计模块是根据斯皮尔曼 (Spearman)等级相关系数^[14]来表示输出参数对输 入参数的灵敏度.假设有 m 个输入参数服从概率分 布函数 X_1, X_2, \dots, X_m ,此后按其分布随机抽取每 一个参数值进行 n 次重复模拟计算,相应得到输出 参数的序列值 $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$,其中第 i 个输入 参数的第 j 次重复模拟计算所取得的样本值为 $x_{ij}(i)$ = 1,2,…, m, $j=1,2, \dots, n$).

由第i(i=1,2,...,m)个输入参数 x_i 的第n次重复模拟计算所取得的样本值 $x_{i1},x_{i2},...,x_{in}$ 和n个输出参数值 $y_1,y_2,...,y_n$ 构成数据对:

$$\begin{pmatrix} x_{i1} \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_{i2} \\ y_2 \end{pmatrix}, \cdots, \begin{pmatrix} x_{in} \\ y_n \end{pmatrix} i = 1, 2, \cdots, m$$
(1)

样本值 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ 和输出参数值 y_1, y_2, \dots, y_n 在各自整体样本序列中按从小到大顺序排列的 位次号分别为 $R_{i1}, R_{i2}, \dots, R_{in}, \pi S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{in}, 则$ 输出参数和第 i 个输入参数的 Spearman 等级相关 系数为:

$$r_{si} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (R_{ik} - \overline{R}_{i}) (S_{ik} - \overline{S}_{i})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (R_{ik} - \overline{R}_{i})^{2}} \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (S_{ik} - \overline{S}_{i})^{2}}} - 1 \le r_{si} \le 1$$

$$(2)$$

*r_{si}反应了输出参数 y 和第 i 个输入参数 x_i 之*间的相关性,取值范围为[-1,1].*r_{si}*为正表明输出参数 y 随输入参数 x_i 的增大而增大.而|*r_{si}*|反应了输出参数 y 和第 i 个输入参数 x_i 之间的相关程度,

|r_{si}|越大,说明输出参数 y 对输入参数 x_i 越敏感. 当两变量之间没有关系时,相关系数为 0.

1.3 基于 ANSYS 优化设计的模型修正

参数修正的目的是通过修正模型参数提高建 模精度,而优化设计可以确定模型最优设计方案, 从而可以使用优化的方法将模型参数进行优化使 得模态特征值能够达到精度要求.

ANSYS 程序提供了六种优化设计方法,其中 最常用的是一阶优化方法,一阶优化是通过求解设 计变量的偏导数来进行的优化.在每次迭代的过程 中,用梯度法确定搜索方向,并用线搜索法对目标 函数进行最小化,因此每次迭代都分为一系列的子 迭代,这就使得每次迭代有多次分析循环,计算量 大但是结果精确.这里使用 ANSYS 优化设计对印 制板部件有限元模型进行参数模型修正,模型修正 程序流程图见图 1.



Fig. 1 Flow chart of model updating process

为了对印制板组件进行动力学修正,选择结构 前4阶模态频率的相对误差和 MAC 对角线值共8 个特征量组成目标函数如下:

$$J = \sum_{i=1}^{4} \left[W_i^f \left(1 - \frac{f_{ia}}{f_{ie}} \right)^2 + W_i^{MAC} \left(1 - MAC_{ii} \right)^2 \right]$$
(9)

其中,f_{ia}和fie分别为模态频率的有限元仿真值和实

验值, MAC_{ii}是模态置信矩阵的对角线元素, W_i和 W^{MAC} 分别为频率误差和 MAC 值的加权系数. 根据 有限元预示精度要求选取合适的加权系数, 一般取 特征量测量方差的倒数. 加权系数越大, 表示对应 特征量的精度越高.

2 印制板组件参数修正

以航天器上某种螺栓连接型印制板组件为研究对象.采用 CAD 绘制实体图,然后导入到 ANSYS 中进行有限元建模,单元选取的是 Solid92,建立有限元模型如图 2 所示.按照元件分布和质量的不同,划分两个区域,分别定义为元件 A 和元件 B.



图 2 印制板组件有限元模型 Fig. 2 FE model of a PCB

2.1 模态试验

为获得精确的实验数据,利用 LMS 噪声与振动 测试与分析系统(如图 3 所示)对印制板样本模型(如 图 4 所示)进行了模态实验.使用数据采集器采集印制 板部件的振动信号,然后使用 LMS 数据分析软件对信 号进行处理与分析,得到印制板部件的模态频率与模 态振型.实验分为自由悬挂和四角支撑两种工况,其中 自由悬挂模态实验结果用于模型修正,四角支撑模态 实验结果用参数验证.实验装置如图 4.



图 3 LMS 噪声/振动测试与分析系统 Fig. 3 LMS noise/vibration test and analysis system



图 4 实验装置 Fig. 4 Experiment equipments

2.2 灵敏度分析

由于印制板基频较高,实验中采用自由悬挂的 方式.由于传感器的相对质量较大,在有限元计算时 将传感器的有效质量简化为一个质点加入模型中进 行计算.实际计算中,将印制板组件各部件结构参数 作为 ANSYS 灵敏度分析的输入参数.此外,虽然单个 传感器质量大约为 4.5g,但是传感器上连接头和导 线对结果也有一定的影响,而且这些质量影响是不 确定的,因此将传感器质量也作为输入参数,然后假 设输入的材料参数在物理范围内服从一定的概率分 布,详细参数设置如表 1,最后按其分布随机抽取每 一个参数值进行 300 次重复模拟计算.

表1 印制板组件输入参数概率分布

Table 1 Probability distribution of the PCB parameters

Part	Parameter	Initial value	Parameter Range	
	Elastic modulus E_1	70GPa	Normal distribution, $N(70$ Gpa $, 3^2)$	
Frame	Poisson ratio v ₁	0.3	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	
	Density ρ_1	2700kg/m ³	Normal distribution, $N(2700 \text{kg/m}^3, 200^2)$	
	Elastic modulus E_2	22GPa	Normal distribution, $N(22$ Gpa, $3^2)$	
FR4 substrate	Poisson ratio v_2	0.13	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	
	Density $ ho_2$	1850kg/m ³	Normal distribution, $N(1800 \text{kg/m}^3, 200^2)$	
Connecting plate	Elastic modulus E_3	22GPa	Normal distribution, $N(40$ Gpa, $3^2)$	
	Poisson ratio v ₃	0.3	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	
	Density ρ_3	1850kg/m ³	Normal distribution, $N(2700 \text{kg/m}^3, 200^2)$	
Bolt	Elastic modulus E_4	196GPa	Normal distribution, $N(196$ Gpa $, 3^2)$	
	Poisson ratio v_4	0.25	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	
	Density $ ho_4$	1850kg/m ³	Normal distribution, $N(7810 \text{kg/m}^3, 200^2)$	
Components type A	Elastic modulus E_5	16GPa	Normal distribution, $N(16$ Gpa $,3^2)$	

表1 印制板组件输入参数概率分布(续表)

Table 1Probability distribution ofthe PCB parameters (continued)

Part	Parameter	Initial value	Parameter Range	
Components	Poisson ratio v_5	0.3	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	
type A	Density ρ_5	2420kg/m ³	Normal distribution, $N(2420 \text{kg/m}^3, 200^2)$	
	Elastic modulus E_6	12GPa	Normal distribution, $N(12$ Gpa, $3^2)$	
Components type B	Poisson ratio v ₆	0.25	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	
	Density $ ho_6$	2000kg/m ³	Normal distribution, $N(2000 \text{kg/m}^3, 200^2)$	
Sensor	Mass m_1	7.5g	Uniform distribution, $U(0.1, 0.4)$	

选取 Spearman 等级相关系数来表示输出参数 对输入参数的灵敏度,分析印制板组件前 4 阶模态 频率和 MAC 值对输入参数的随机灵敏度.计算发 现:模态频率与 MAC 对角线值对材料参数值都比 较敏感,但是 MAC 非对角线值的灵敏度较小,因此 不再分析 MAC 非对角线值的灵敏度,计算结果如 图 5 所示.





从图 5 可知,印制板组件的特征值对框架、基 板、元件 A、元件 B 的参数和传感器质量都较为敏 感,其中对框架、基板的材料参数和传感器质量最 为敏感,对连接板和螺钉的材料参数值最不敏感. 因此在模型修正中,将以这些敏感参数作为优化设 计变量进行参数修正.此外,在对印制板部件简化 建模的时候,我们将印制板基板和连接板部分采用 直接粘连的方式连接,而实际上螺栓连接并不是完 全面面接触的,本文的建模相当于忽略了螺栓连接 部位的建模误差,因此在进行修正参数选择的时 候,同样将连接板材料参数值也作为设计变量进行 参数修正.

2.3 模型修正

为修正模态参数,选用自由悬挂方式建立有限 元模型.选择框架、基板、连接板、元件和传感器的 参数作为设计变量,在合理的范围内定义设计变量 的上下限;选择结构前4阶非零模态频率作为状态 变量,为满足建模精度,将误差设定为实验值的 ±5%;选择结构前4阶模态频率的相对误差和*MAC* 对角线值共8个特征量构造目标函数如式(3),加 权系数 Wⁱ和 W^{MAC} 分别取值6和1.使用 ANSYS 一 阶优化方法对目标函数进行最小化.经过42步计 算收敛,目标函数收敛曲线如图6所示.目标函数 值由 0.94774下降为 0.03548.修正后各部件材料参 数见表 2,此外传感器质量修正后为 5.22g,而单个 传感器的质量为 4.5g,说明传感器的连接线对结构 振型也有一定的影响.对比初始值,连接板和元件 的弹性模量和密度改变量较大.



图 6 印制板组件目标函数 J 收敛曲线

Fig. 6 Convergence curve of the objective function J for the PCB

表 2 修正后印制板组件各部件材料参数值

Table 2 Updated parameter values of every parts in the PCBA

	Elastic modulus		Poissonratio		Density	
Part	<i>E/</i> GPa		υ		$\rho/(\text{kg/m}^3)$	
	Original	Updated	Original	Updated	Original	Updated
Frame	70	64.274	0.30	0.317	2700	3520
FR4 substrate	22	27.733	0.13	0.101	1850	3390
Connecting plate	40	9.022	0.30	0.313	2700	2770
Components type B	16	10.051	0.30	0.291	2420	1500
Components type A	12	9.000	0.25	0.250	2000	4990

模型修正前后的模态频率计算结果与实验测 试结果对比见表 3,修正前模态频率的误差平均在 20%左右,模型精度较差,而修正后建模精度均在 ±2%以内,达到有限元的模拟精度.修正后,前4阶 振型与实验测试振型对比见图7,实验分析和有限 元分析的振型一致,由于是自由悬挂,1阶振型表 现为整体的扭转模态,2阶、3阶、4阶模态表现为 基板的弯曲模态.

表 3 印制板组件模型修正前后模态频率结果对比

Table 3 Comparison of natural frequencies for the PCBA before and after model updating

Mode No.	Test results /Hz	Original /Hz	Error	Updated /Hz	Error
1	377.478	466.01	23.45%	377.75	0.07%
2	575.187	649.85	12.98%	572.88	-0.40%
3	986.146	1138.4	15.44%	1002.6	1.67%
4	1108.264	1317.4	18.87%	1094.0	-1.29%



模型修正前后 MAC 值对比见图 8,修正前 MAC 对角线值仅大于 70% 而非对角线值接近 10%,修正后一阶模态 MAC 对角线值略有降低,但 是 2、3、4 阶模态 MAC 对角线值均有很大幅度提 升,整体对角线值均在 80%以上,提高了模态振型 的预示精度.



2.4 参数验证

模型修正要求修正后模型不仅能够反映所修 正模型的动力学特性,而且更改参数或者更改边界 条件后仍然能够达到很好的预示精度.本文通过修 改边界条件来验证修正后模型的有效性.采用四角 支撑模型,将修正后参数应用到四角支撑模型中, 与实验值对比达到精度要求,则说明修正后参数达 到修正要求.

将表2中修正参数代入四角支撑的印制板组件有限元模型中,进行有限元模态分析,将修正后印制板组件四角支撑模型计算结果与实验测试结果对比如表4.对比可知,修正后模型前4阶模态频率吻合较好,其中前三阶频率误差均在±3%以内,

达到有限元的模拟精度.MAC 对角线值都在 70%以上,模态相关性较好.说明修正后模型达到工程精度要求,能够有效模拟印制板组件的动力学特性.

表 4 修正后印制板组件四角支撑模型分析结果对比

Table 4 Comparison of the natural frequencies from the updated ANSYS model and experimental results under four-point constraint for PCBA

Mode No.	Experimental frequency (Hz)	ANSYS frequency (Hz)	Error	Diagonal <i>MAC</i> Value
1	454.459	445.68	-1.93%	93.18%
2	867.829	885.57	2.04%	88.23%
3	974.116	994.93	2.14%	79.52%
4	1445.994	1526.63	5.58%	71.25%

3 结论

以航天器上某螺栓连接型印制板组件为研究 对象,基于 ANSYS 优化设计对印制板组件进行模 型修正.以模态测试结果作为修正的目标值,首先 使用 ANSYS 灵敏度分析确定了优化设计的设计变 量,然后使用 ANSYS 优化设计模块对印制板组件 进行了参数修正,最后通过改变边界条件验证了修 正后参数的有效性.得到以下结论:

(1)灵敏度分析结果表明印制板组件的固有 频率和 MAC 值对角线元素对框架、基板、元件的参 数和传感器质量的灵敏度较高,根据灵敏度分析结 果确定这些敏感参数作为设计变量,减少了优化设 计中设计变量的个数,从而提高优化效率;

(2)针对螺栓连接问题,考虑螺栓连接建模误差,将连接板材料参数值也作为设计变量,经过模型修正实现了对螺栓连接印制板组件的精确建模, 说明通过修正连接处材料参数值可以提高模型精度;

(3)基于优化设计的模型修正方法运算简单、 目标明确,修正后模型达到了工程建模精度要求, 改变边界条件后,修正后参数仍然适用,说明综合 考虑灵敏度分析结果和建模误差的优化设计方法 可以满足实际应用的要求.

参考文献

1 霍曼,邓中卫. 国外军用飞机航空电子系统发展趋势. 航空电子技术, 2005,35(4):5~10 (Huo M, Deng Z W. Development trend of foreign military avionics. *Avionics Technology*, 2005,35(4):5~10 (in Chinese))

- 2 Pitarresi J, Primavera A. Comparison of modeling techniques for the vibration analysis of printed circuit cards. Journal of Electronic Packaging, 1992, 114 (4): 378 ~ 383
- 3 Pitarresi J, Geng P, Beltman W, et al. Dynamic modeling and measurement of personal computer motherboards. In: Proceedings of the Electronic Components and Technology Conference, 2002 Proceedings 52nd, IEEE, 2002: 97~ 603
- 4 李春洋.印制电路板有限元分析及其优化设计[硕士 学位论文].长沙:国防科学技术大学,2005(LiCY. Finite element analysis and optimization design of the printed circuit board[Master Thesis]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005 (in Chinese))
- 5 罗圣和.印制电路板组件的振动分析与控制[硕士学 位论文].西安:西安电子科技大学,2012 (Luo S H. Analysis and control for vibration of the printed circuit board assembly[Master Thesis].Xi'an: Xidian University, 2012 (in Chinese))
- 6 Burmitskih A V, Lebedev A P, Levitskiy A A, et al. Printed Circuit Board vibration analysis using simplified finite element models. Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON 2013), IEEE, 2013:1~4
- 7 Xie M, Huang D, Zhang T, et al. Dynamic analysis of circuit boards in ANSYS. Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation IEEE, 2006: 1403~1407
- 8 常涛. 电子设备结构有限元精确建模方法研究[硕士 学位论文]. 南京:南京航空航天大学, 2012 (Chang T. Research on precise finite element modeling method of electronic equipment structure [Master Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012 (in Chinese))
- 9 李思阳,陈丽丽. 螺栓紧固型印制板组件简化建模研究. 现代电子技术, 2013, 36(2):68~70(Li S Y, Chen L L. Research on simplified modeling of bolted fastening printed circuit board assembly. *Modern Electronics Technique*, 2013, 36(2):68~70(in Chinese))
- 常涛,郭勤涛,张保强.应用模型修正方法的印制电路 板参数识别.振动、测试与诊断,2013,33(3):509~
 513 (Chang T, Guo Q T, Zhang B Q. Parameter identifi-

cation of the printed circuited board using model updating method. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013,33(3):509~513 (in Chinese))

- 11 郭建英. 螺栓连接板结构的动力模型修正. 南京:南京 航空航天大学, 2012 (Guo J Y. Structural dynamic model updating of a bolted plate. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012 (in Chinese))
- 12 刘金梅,韩国有,周国强. 基于灵敏度分析的井架结构 模型修正方法研究. 科学技术与工程, 2009,9(9): 2366~2370 (Liu J M, Han G Y, Zhou G Q. Research on model updating method of derrick structures based on sensitivity analysis. *Science Technology and Engineering*, 2009,9(9):2366~2370 (in Chinese))
- 13 陈彦江,程永欢,李勇等. 基于参数灵敏度分析的连续

刚构桥有限元模型修正. 公路, 2014, 7:144~149 (Chen Y J, Cheng Y H, Li Y, et al. FE model updating for continuous rigid frame bridge based on parameter sensibility analysis. *Highway*, 2014, 7:144~149 (in Chinese))

- 14 郭其威,吴松,刘芳等. 航天器模态分析—试验体系工程实践研究. 动力学与控制学报, 2014(3):274~278
 (Guo Q W, Wu S, Liu F, et al. Research on engineering practice of modal analysis—test of spacecraft. *Journal of Dynamics & Control*, 2014(3):274~278 (in Chinese))
- 15 王静龙,梁小筠. 非参数统计分析. 北京:高等教育出版社, 2006. (Wang J L, Liang X Y. Nonparametric statistics analysis. Beijing: Higher Education Press, 2006 (in Chinese))

A REFINED APPROACH FOR DYNAMIC MODELING OF A PRINTED CURCUITED BOARD ASSEMBLY BASED ON OPTIMIZATION DESIGN

Wang Yilong¹ Li Jing¹ Zhao Xuemei² Cao Dengqing^{1†}

(1. The School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)
 (2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract Setting the modal test results as the object parameters, a refining approach for the dynamical modeling of a bolted printed circuit board assembly (BPCBA) is proposed in this paper based on ANSYS optimization design. Firstly, the sensitivities of the eigenvalues of a BPCBA to material parameters are calculated by using probabilistic design system (PDS) through ANSYS software. Secondly, according to the results of sensitivity analysis and the modeling error around the area of bolted connection, the material parameters of the BPCBA model are modified by using ANSYS optimization design method. Finally, the validity of the updated parameters are verified by comparing the natural frequencies of the BPCBA at different boundary conditions. The result shows that the accuracy of the model is significantly improved by optimization design method based on sensitivity analysis and modeling error.

Key words printed circuit board assembly, sensitivity analysis, optimization design, parameter modification, dynamic modeling

Received 30 November 2015, revised 9 October 2016.

[†] Corresponding author E-mail: dqcao@hit.edu.cn