# 大柔性飞行器的自适应姿态控制设计\*

王天宇 徐亮 陆宇平 吕蓉蓉<sup>†</sup> (南京航空航天大学自动化学院,南京 211100)

**摘要**研究系统存在不确定性的大柔性飞行器的姿态跟踪控制问题.针对高阶大柔性飞行器模型,使用平衡实现方法对其降阶,并通过奇异值对比分析系统降阶前后特性.基于降阶模型,设计 LQR-PI 控制器作为基线控制器.考虑不确定性,利用李雅普诺夫稳定性理论设计模型参考自适应控制器,并对比两种方法的控制效果.仿真结果显示,所提方案对包含不确定性的系统具有较好的控制效果,能使系统完成期望的姿态跟踪目标.

关键词 大柔性飞行器, 平衡实现, 最优控制, 模型参考自适应控制

DOI: 10.6052/1672-6553-2017-066

## 引言

近年来,大柔性飞行器由于其高空、长航时的 飞行特点,逐渐成为国内外研究热点,受到广泛关 注.机翼的柔性模态对大柔性飞行器的稳定性影响 极大,随着机翼的变形,在配平点的气动结构也会 发生显著改变,当机翼上反角过大时,飞行器的纵 向模态会趋向不稳定<sup>[1]</sup>,这已经成为大柔性飞行器 设计过程中的一个难点.所以,如果仅基于刚体动 力学设计控制系统,可能会带来严重的后果.例如, 2003 年 6 月,NASA"太阳神"号无人机在第二次试 飞中遭遇湍流,引起机翼向上弯曲,控制器无法调 节机翼上反角,导致机翼变形超过了变形极限,俯 仰模态不稳定而解体.NASA 在后续调查中也指出 在建立模型时必须要考虑柔性特性对飞行器的影 响<sup>[2]</sup>.

当前,研究者们已将线性、鲁棒控制以及非线 性技术应用到大柔性飞行器的控制研究中,Tuzcu 和 Meirovitch 将非线性刚体动力学与线性结构动 力学结合,将 LQR 和 LQG 控制理论运用到轻型运 输机中<sup>[3]</sup>.Kron 等人将降维 H<sub>\*</sub>控制器应用到大柔 性飞行器侧向模型<sup>[4]</sup>.Paril 和 Hodges 设计了静态 反馈输出控制器,抑制飞行器的颤振<sup>[5]</sup>.Calise 等人 利用输出反馈结合神经扰动判断来控制纵向飞行 器模型<sup>[6]</sup>. 美国 DARPA 的在研项目"秃鹰"旨在研究一种高空长航时太阳能无人机,用于执行情报、监视、 侦查等任务."秃鹰"飞行器机翼由轻质材料构成并 可实现柔性变形,在配平点可得到其线性化 707 阶 模型,有很大一部分是柔性模态且难以测量.本文 选取其为研究对象设计控制算法.首先使用平衡实 现方法对高阶模型进行降阶处理;接着设计了 LQG-PI 控制器;最后以 LQG-PI 控制器为基线控制 器,考虑不确定性及执行器失效情况,设计自适应 控制器使其实现姿态跟踪控制.

### 1 模型描述

本文研究对象为"秃鹰"大柔性飞行器,其结构和坐标系示意图如图1所示.



对非线性模型配平并求取其中一个平衡点为:

<sup>2016-07-08</sup> 收到第 1 稿, 2016-10-21 收到修改稿.

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(11572149)

<sup>†</sup>通讯作者 E-mail: 15251765959@163.com

 $V_{\rm T}$ =34.6ft/s, alt=0ft,  $\bar{q}$ =1.42psf,  $\alpha$ =0° (1) 基于平衡点进行线性化处理后的模型可采用 如下标准线性时不变(LTI)状态方程描述<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{x} = Ax + Bu \\ \gamma = Cx + Du \end{aligned} \tag{2}$$

其中, $x \in R^n$ 为系统状态量, $u \in R^m$ 为系统控制输入, $y \in R^p$ 为系统输出.系统矩阵为:

$$A \in R^{707 \times 707}, B \in R^{707 \times 381}, C \in R^{404 \times 707},$$
  

$$D \in R^{404 \times 381}$$
(3)  
系统状态量 x 为:  

$$x_{707 \times 1} = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi, \psi, (1.15), x_g, (1.340)],$$

$$u, v, w, p, q, r, v_{flex}(1:340)$$
]<sup>T</sup> (4

其中,空气来流状态量 w<sub>i</sub> 是无量纲的,用于表示模型中的不稳定气动影响.340 个弹性模态状态量由 全维有限元模型获得,该模型有 68 个非线性梁单 元,每个单元有 5 个自由度,并且 x 轴向变形量为 常值.

$$u_{381\times1} = [T(1:15), \delta(1:6), \dot{\delta}(1:6), \dot{\delta}(1:6), g_{ust}(1:340)]$$
(5)

尾翼分布如图 2 所示.其中阵风输入根据选定的 116 个结构测量点上的风速来决定,坐标系为全局惯性系.



系统输出量 y 包括 18 个翼根测量值,4 个吊舱 的局部迎角和侧滑角,以及 21 个节点传感器上的 测量值,每个传感器有 18 个测量值:

$$y_{404\times1} = \begin{bmatrix} 18 \land \mathbb{Z} \mathbb{R} \mathbb{W} \\ & 18 \land \mathbb{Z} \mathbb{W} \\ & 8 \land AOA/AOS \mathbb{W} \\ & 18 \land \mathbb$$

其中,21个传感器测量的是在尾翼坐标系的状态 值,与翼根处测量值和 AOA/AOS 坐标系不同.机体 坐标系为:x 向前为正,y 向右为正,z 向下为正.传 感器分布图如图 3 所示.



## 2 自适应控制器设计

#### 2.1 模型降阶

由于"秃鹰"大柔性飞行器高阶次的特点,传 统控制器不再适用.所以,在设计控制器之前,先使 用平衡实现方法<sup>[8]</sup>对模型进行状态空间降阶,具体 步骤如下:

$$G_{p} \sim \begin{bmatrix} A_{p} & B_{p} \\ C_{p} & D_{p} \end{bmatrix} \Rightarrow {}_{T} \hat{G}_{p} \sim \begin{bmatrix} \hat{A}_{p} & \hat{B}_{p} \\ \hat{C}_{p} & \hat{D}_{p} \end{bmatrix} \stackrel{\text{free}}{\Rightarrow}$$

$$\hat{G} \sim \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} & \hat{B}_1 \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} & \hat{B} \\ \hat{C}_1 & \hat{C}_2 & \hat{D} \end{bmatrix} \stackrel{\text{REST}}{\Rightarrow} G_r = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{bmatrix}$$
(7)

令系统状态空间(1)为 $G_p$ ,使用坐标转换矩阵 T将 $G_p$ 转化为平衡实现形式 $\hat{G}_p$ ,其中 $\hat{A}_p = T^{-1}A_pT$ ,  $\hat{B}_p = T^{-1}B_p$ , $\hat{C}_p = C_pT$ , $\hat{D}_p = D_p$ . $\hat{G}_p$ 中每个状态 Hankel 值为 $\sigma_i = (\lambda_i(PQ))1/2$ ,P < Q分别为可控性和客观 性 Gram 矩阵.根据选定的 Hankel 值将矩阵分块, 最后根据(8)式得到降阶模型.

$$A_{r} = \hat{A}_{11} - \hat{A}_{12} \hat{A}_{22}^{-1} \hat{A}_{21}$$

$$B_{r} = \hat{B}_{1} - \hat{A}_{12} \hat{A}_{22}^{-1} \hat{B}_{2}$$

$$C_{r} = \hat{C}_{1} - \hat{C}_{2} \hat{A}_{22}^{-1} \hat{A}_{21}$$

$$D_{r} = \hat{D} - \hat{C}_{2} \hat{A}_{22}^{-1} \hat{B}_{2}$$
(8)

图 4 给出了原模型和降阶模型传递函数最大、 最小奇异值的对比,可以看出,80 阶模型在低频段 能很好保留原系统的特性,所以接下来以降阶后的 80 阶系统为模型设计控制器.

# 2.2 LQR-PI 基线控制器设计

降阶后系统为:



图 4 原系统与降阶系统最大、最小奇异值对比

Fig. 4 Comparison of the maximum and minimum singular values between the original model and the reduced-order model

 $\dot{x}_r = A_r x_r + B_r u$   $y = C_r x_r + D_r u$ (9)

设计 LQR-PI 伺服控制器实现姿态跟踪, 假设输出指令  $z_{cmd}$ 是常值信号, 引入误差  $e_z$ , 其积分为  $e_{z}$ , 则有:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{zl} &= e_z = z - z_{cmd} \\ \dot{\underline{H}} & \stackrel{\sim}{\to} \hat{S} \hat{\mathcal{S}} (9) , \mathcal{B} : \\ \dot{\overline{x}} &= \overline{A} \overline{x} + \overline{B} u + B_{ref} Z_{cmd} \\ \overline{x} &= \begin{bmatrix} x_r \\ e_{zl} \end{bmatrix}, \ \overline{A} = \begin{bmatrix} A_r & 0 \\ C_z & 0 \end{bmatrix}, \ \overline{B} = \begin{bmatrix} B_r \\ D_z \end{bmatrix}, \ B_{ref} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(11)$$

性能指标为:

$$J = \int_{0}^{\infty} \left( \bar{x}^{T} \overline{Q} \bar{x} + u^{T} R u \right) \mathrm{d}t$$
 (12)

其中,状态加权矩阵 Q 为半正定矩阵,控制加权矩 阵 R 为正定矩阵.则最优控制 u\*可表示为:

$$u^* = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}P\,\overline{x} = -K^{\mathrm{T}}\overline{x} = -\left[K_p \quad K_i\right] \begin{bmatrix} x_r \\ e_{zI} \end{bmatrix}$$
(13)

其中,K<sub>p</sub>为比例积分,K<sub>i</sub>为增益积分,正定矩阵 P 满足以下条件:

$$\overline{A}^{T}P + P \,\overline{A} - P \,\overline{B}R^{-1}\overline{B}^{T} + Q = 0 \tag{14}$$

#### 2.3 模型参考自适应控制器设计

大柔性飞行器在遭遇二面角变化、执行器异常 和阵风来流扰动时,动力学模型会发生变化,所以 需要必要的鲁棒控制策略来应对这些变化.针对大 柔性飞行器存在不确定性的问题,普通的线性控制 很难解决,需要一些更为先进的控制方法,例如:鲁 棒控制、动态逆控制、智能控制等<sup>[9]</sup>.然而这些控制 对建模精度要求较高,实际应用存在难度.本文考 虑使用模型参考自适应控制器来克服系统不确定 性.

当系统存在不确定性后,原有的 LQR-PI 控制 器可能失效,为了在存在不确定性的条件下仍能达 到跟踪性能,考虑以 LQR-PI 控制器为基线控制器, 设计模型参考自适应控制器.

引入不确定性,则系统(9)变为:

 $\dot{x_r} = A_r x_r + B_r \Lambda (u + \Theta^T \Phi(x_r))$ (15)

其中, $x_r \in R^{n_r}$ 是系统状态向量, $u \in R^m$  表示系统控制输入, $\Lambda$  为未知对角阵,表示系统控制通道异常, 0代表损坏,1代表完好. $d(x_r) = \Theta^{\mathsf{T}}\Phi(x_r)$ 表示依赖 于状态的非线性匹配参数不确定性. $\Theta \in R^{N\times m}$ 为未 知常数参数矩阵, $\Phi(x_r) \in R^N$ 为匹配不确定性.

考虑误差对系统扩展,得到:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{e}_{zI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_r & 0 \\ C_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ e_{zI} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} z_{cmd} + \begin{bmatrix} B_r \\ D_z \end{bmatrix} \Lambda (u + \Theta^T \Phi(x_r))$$

$$= \overline{A} \overline{u} + \overline{B} \Lambda (u + \Theta^T \Phi(x_r)) + B_r z \qquad (16)$$

 $= A\overline{x} + B\Lambda(u + \Theta^{\dagger}\Phi(x_r)) + B_{ref}z_{cmd}$ (16)

则需调节输出为:

$$z = \begin{bmatrix} C_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ e_{zI} \end{bmatrix} + D_z \Lambda(u + \Theta^{\mathsf{T}} \Phi(x_r))$$
$$= \overline{C} \overline{x} + \overline{D} \Lambda(u + \Theta^{\mathsf{T}} \Phi(x_r))$$
(17)

$$\dot{z}_{ref} = A_{ref} x_{ref} + B_{ref} z_{cmd}, \quad y_{ref} = C_{ref} x_{ref}$$
(18)

其中 $A_{ref} = \overline{A} - \overline{B}K^{T}$ ,  $C_{ref} = \overline{C} - \overline{D}K^{T}$ ,  $K^{T}$  是有 LQR-PI 控制器得到的最优反馈矩阵, 并且 $A_{ref}$ 必须为 Hurwitz 矩阵.

控制器由 LQR-PI 控制器与自适应控制器 u<sub>ad</sub> 共同构成:

$$u = -K^{\mathrm{T}} \overline{x} + u_{\mathrm{ad}} = u_{\mathrm{bl}} + u_{\mathrm{ad}}$$
(19)  
将输入带入系统(16),得:

$$\dot{\overline{x}} = A_{ref} \overline{x} + \overline{B} \Lambda \left[ u_{ad} + \overline{\Theta}^{T} \overline{\Phi} (u_{bl}, x_{r}) \right] + B_{ref} z_{cmd}$$

$$z = C_{ref} \overline{x} + \overline{D} \Lambda \left[ u_{ad} + \overline{\Theta}^{T} \overline{\Phi} (u_{bl}, x_{r}) \right] \qquad (20)$$

式中,回归向量  $\overline{\Phi}(u_{bl}, x_r) = (u_{bl}^{T} \Phi^{T}(x_r))^{T}$ ,理想参 数  $\overline{\Theta} = (K_{u}^{T} \Theta^{T})^{T}, K_{u}^{T} = I - \Lambda^{-1}$ .

状态跟踪误差:

$$e = \overline{x} - x_{ref} \tag{21}$$

为了使误差为0,所以自适应控制项为:

$$u_{\rm ad} = -\overline{\Theta}^{\rm T} \overline{\Phi}(u_{\rm bl}, x_r)$$
(22)

其中, **Ô**为自适应参数估计矩阵. 将式(22) 带入(20),得:

$$\begin{split} \dot{\overline{x}} &= A_{ref} \overline{x} - \overline{B} \Lambda(\hat{\overline{\Theta}} - \overline{\Theta}) \overline{\Phi} + B_{ref} z_{emd} \\ z &= C_{ref} \overline{x} - \overline{D} \Lambda(\hat{\overline{\Theta}} - \overline{\Theta}) \overline{\Phi} \end{split}$$
(23)  
则状态跟踪误差可表示为:

 $\dot{e} = A_{ref} e^{-\overline{B}} \Lambda \Delta \ \overline{\Theta}^{\mathrm{T}} \overline{\Phi}$ (24)

其中, $\Delta \overline{\Theta} = \widehat{\overline{\Theta}} - \overline{\Theta}$ .

下面的稳定性证明中会用到下列引理:

 $a^{\mathrm{T}}b = \mathrm{trace}(ba^{\mathrm{T}}) \tag{25}$ 

**引理 2:** 对于任意两个矩阵  $M \in R^{n \times n}$ ,  $N \in R^{n \times n}$ , 满足:

trace(M) + trace(N) = trace(M+N)(26)

**引理3**: 对于任意两个矩阵 $M \in R^{n \times n}, N \in R^{n \times n}$ , 满足:

$$trace(MN) = trace(NM)$$
(27)

**引理 4**<sup>[10]</sup>: 假设系统方程为 x(t) = f(x(t)), 其中  $x(t) \in R^n$ , 且 f(0) = 0, 如果存在一个标量函数 V(x)满足下列条件:

**定理1** 对于系统(24),控制输入为(19),自 适应输入为(22),要使系统渐进稳定,则自适应律 应取:

 $\hat{\overline{\Theta}} = \Gamma \overline{\Phi}(u_{\rm bl}, x_{\rm r}) e^{\mathrm{T}} P_{\rm ref} \overline{B}$ (28) 其中  $\Gamma, P_{\rm ref}$ 为正定对称矩阵,且  $P_{\rm ref}$ 满足方程:

$$A_{ref}^{\mathrm{T}} P_{ref} + P_{ref} A_{ref} = -Q_{ref}$$
(29)  
其中  $Q_{ref}$  对称正定.

$$\begin{aligned} \mathbf{\overline{u}} \mathbf{\overline{u}}; \mathbf{\overline{u}} ptimes \\ \mathbf{\overline{u}} \mathbf{\overline{u}}; \mathbf{\overline{u}} \mathrel{ptimes } \mathbf{\overline{u}} e^{\mathbf{\overline{T}}} P_{ref} e^{\mathbf{\overline{t}}} H \operatorname{trace}(\Delta \overline{\Theta}^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \Delta \overline{\Theta} \Lambda) \quad (30) \\ \\ \overrightarrow{\mathsf{M}} \overset{\mathsf{T}}{\operatorname{T}}(30) \mathrel{ptimes } \overset{\mathsf{T}}{\operatorname{T}}; \\ \dot{V}(e, \Delta \overline{\Theta}) &= e^{\mathsf{T}} (A_{ref}^{\mathsf{T}} P_{ref} + P_{ref} A_{ref}) e^{-2e^{\mathsf{T}}} P_{ref} \overline{B} \Lambda \Delta \overline{\Theta}^{\mathsf{T}} \overline{\Phi} + \\ \\ 2 \operatorname{trace}(\Delta \overline{\Theta}^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \overset{\dot{e}}{\overline{\Theta}} \Lambda) \quad (31) \\ \\ \end{aligned} \\ \\ \end{aligned} \\ \\ \begin{aligned} \mathsf{R} \mathsf{H} \mathsf{H} \mathsf{H} \mathsf{H} \mathsf{H} \mathsf{H} 1 \approx 3 \mathrel{U} \mathsf{U} \mathsf{D} \overset{\mathsf{T}}{\operatorname{T}}(29) \operatorname{T} \mathfrak{H}; \\ \dot{V}(e, \Delta \overline{\Theta}) &= e^{\mathsf{T}} (A_{ref}^{\mathsf{T}} P_{ref} + P_{ref} A_{ref}) e^{-2e^{\mathsf{T}}} P_{ref} \overline{B} \Lambda \Delta \overline{\Theta}^{\mathsf{T}} \overline{\Phi} + \\ \\ 2 \operatorname{trace}(\Delta \overline{\Theta}^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \overset{\dot{e}}{\overline{\Theta}} \Lambda) \\ &= -e^{\mathsf{T}} Q_{ref} e^{+2} \operatorname{trace}[\Delta \overline{\Theta}^{\mathsf{T}} (\Gamma^{-1} \overset{\dot{e}}{\overline{\Theta}} - \\ \overline{\Phi} e^{\mathsf{T}} P_{ref} \overline{B}) \Lambda] \end{aligned}$$

将
$$\hat{\overline{\Theta}} = \Gamma \overline{\Phi}(u_{\rm bl}, x_r) e^{\mathrm{T}} P_{ref} \overline{B}$$
 代人式(32)得:  
 $\dot{V}(e, \Delta \overline{\Theta}) = -e^{\mathrm{T}} Q_{ref} e \leq 0$  (33)

由引理4可知,系统(24)全局渐进稳定,可全局跟踪参考模型,且参考模型可跟踪目标指令z<sub>emd</sub>, 证毕.

将Γ分块:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{u} & 0\\ 0 & \Gamma_{\Theta} \end{bmatrix}$$
(34)

其中, $\Gamma_{u}$ , $\Gamma_{\Theta}$ 分别对应  $\bar{x}$  和  $\Phi(x)$  自适应速率.则:

$$\dot{\hat{K}}_{u} = \Gamma_{u} u_{bl} e^{\mathrm{T}} P_{ref} \overline{B}$$
$$\dot{\hat{K}} = \Gamma_{\Theta} \Phi(x_{r}) e^{\mathrm{T}} P_{ref} \overline{B}$$
(35)

### 3 数值仿真

为了验证以上自适应控制策略的有效性,选定 大柔性飞行器的滚转角为跟踪目标,即 $z_{cmd} = \varphi.0 \sim 50s, z_{cmd}$ 保持在1°;50~100s, $z_{cmd}$ 为-1°,100s后 $z_{cmd}$ 为0°.

首先,运用 LQR-PI 构建参考模型,令 Q 为  $10^{-3}$ I,其中  $Q(81,81)=10^{6}$ .R=I.由此可得到最优反馈矩 阵  $K^{T}$ ,可得  $A_{ref}=\overline{A}-\overline{B}K^{T}$ ,基线控制器为  $u^{*}=-K^{T}\overline{x}$ .

接着,令 $Q_{ref}$ =0.1I,求解李雅普诺夫方程的解 $P_{ref}$ .

最后,在基线控制器基础上,令 $\Lambda = 0.8I$ ,表示 控制效率下降到 80%, $\Phi(x_r) = x_r$ ,自适应参数分别 为 $\Gamma_u = 0.01I$ , $\Gamma_{\Theta} = 0.01I$ .图 5 为滚转角输出跟踪曲 线,分别使用了 LQR-PI 控制器和基于 LQR-PI 的 模型参考自适应控制器.图 6~图 7 为大柔性飞行 器翼根处响应曲线.图 8~图 9 分别为发动机和操 纵舵面的控制输入曲线.



图 5 滚转角跟踪曲线

Fig. 5 Tracking curves of roll angle for the VFA with uncertainty



Fig. 6 Vertical velocity at the wingroot



由图 5 可以看出, LQR-PI 控制器和基于 LQR-PI 的模型参考自适应控制器均能实现对大柔性飞 行器滚转角的跟踪功能,但相比于 LQR-PI 控制器, 自适应控制器没有超调量.图 6~图 7 可以看出随 着时间的变化,使用 LQR-PI 控制器系统的垂直速 度趋向于发散,系统不能稳定,而自适应控制器作 用下的系统仍能保持稳定.图 8~图 9 分别为发动 机推力和舵面变化曲线,分别选取了大柔性飞行器 的四个发动机和两个舵面变化曲线.由图 8 可知,0 ~50s,滚转角跟踪目标为 1°,为了实现飞行器右滚 转,左侧发动机推力增加,右侧发动机推力减小,使 得左侧升力增大,右侧升力减小,且由飞行器中轴 到两侧的推力变化逐渐增大,从而产生向右的滚转 力矩.50~100s,大柔性飞行器的滚转角跟踪目标为 -1°,则发动机推力变化与0~50s时相反.100~ 150s,跟踪目标归零,则发动机推力也逐渐回归到 0.由图9可知,0~50s,左侧舵面下偏,右侧舵面上 偏,使得大柔性飞行器左侧升力增加,右侧升力减 小,产生向右滚转力矩,50~100s时则相反,100s后 舵面均逐渐归零.





150

-4` 0

仿真结果显示,当系统含有不确定性时,LQR-PI 控制器无法使系统保持稳定,一些输出量会发 散,而基于 LQR-PI 的模型参考自适应控制器能实 现姿态跟踪要求,并且其他输出响应在合理范围 内,自适应系统能达到全局稳定.

#### 4 结论

本文针对大柔性飞行器的姿态跟踪控制,提出 了一种 LQR-PI 控制方法,但当系统存在不确定性 时,该方法不能维持系统全局稳定.针对此问题,我 们以 LQR-PI 控制器为基线控制器,在此基础上设 计了模型参考自适应控制器.通过仿真结果对比可 以看出,模型参考自适应控制器能够很好地实现大 柔性飞行器的姿态跟踪控制,并保持其他输出量在 合理范围内,具有很好的效果.

#### 参考文献

- 沈华勋,徐亮,陆宇平等. 飞翼式柔性飞机纵向动力学 建模与稳定性分析. 动力学与控制学报, 2016, 14
   (3):241~246 (Shen H X, Xu L, Lu Y P, et al. Longitudinal Dynamic Modeling and Stability Analysis of Very Flexible Flying Wings. *Journal of Dynamics and Control*, 2016,14(3):241~246 (in Chinese))
- 2 Noll T E, Brown J M, Perez-Davis M E, et al. Investigation of the helios prototype aircraft mishap: volume I mishap report, NASA.Technical Note, 2012
- 3 Meirovitch L, Tuzcu I. Unified theory for the dynamics and control of maneuvering flexible aircraft. AIAA Journal, 2004,42(4):714~727

- 4 Kron A, Lafontaine J D, Alazard D. Robust 2-DOF H-infinity controller for highly flexible aircraft : design methodology and numerical results. *Canadian Aeronautics & Space Journal*, 2003,49(1):19~29
- 5 Patil M J, Hodges D H. Output feedback control of the nonlinear aeroelastic response of a slender wing. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(2):302 ~308
- 6 Calise A, Kim N, Buffington J. Adaptive compensation for flexible dynamics // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2002
- 7 Gadient R, Lavretsky E, Wise K. Very flexible aircraft control challenge problem // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2012
- 8 Gregory C Z. Reduction of large flexible spacecraft models using internal balancing theory. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2015,7(7):725~732
- 9 全西岳. 挠性多体航天器动力学建模与姿态控制技术 研究[博士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006 (Tong X Y. Flexible multibody spacecraft dynamic modeling and attitude control[Ph.D Thesis]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006 (in Chinese))
- 10 胡寿松. 自动控制原理(第5版). 北京:科学出版社,
  2007 (Hu S S Automatic control theory(The 5th Edition).
  Beijing:Science Press, 2007 (in Chinese))

## ADAPTIVE ATTITUDE CONTROL FOR VERY FLEXIBLE AIRCRAFT\*

Wang Tianyu Xu Liang Lu Yuping Lü Rongrong<sup>†</sup>

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211100, China)

**Abstract** The adaptive attitude control was examined for very flexible aircraft (VFA) with uncertainty. The high order of VFA model was reduced by a balanced realization approach, and the singular values of the original model and the reduced-order model were investigated and compared. Based on the reduced-order model, a LQR-PI controller was designed as baseline controller. Considering uncertainty, a model reference adaptive controller was designed by lyapunov stability theory and compared with LQR-PI controller. Simulation results show that the presented scheme has better control effect for VFA with uncertainty, and make the system perform desired attitude motion.

Key words very flexible aircraft, balanced realization, optimal control, model reference adaptive control

Received 8 July 2016, revised 21 October 2016.

<sup>\*</sup> The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11572149)

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: 15251765959@163.com