# 径向加强肋-薄膜伞状天线结构动力学建模 与数值仿真<sup>\*</sup>

李东颖<sup>1,2†</sup> 张华<sup>1,2</sup> 刘汉武<sup>1,2</sup>

(1. 上海市空间飞行器机构重点实验室, 上海 201108) (2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201109)

**摘要** 大型空间可展开抛物面天线由于其特殊的应用价值,近年来广受人们关注.本文研究的径向加强肋-薄膜伞状天线是其中一种典型的非线性结构系统,为了掌握其在轨动力学特性,合理精确地建立径向加强 肋-薄膜伞状天线的结构动力学模型至关重要.为描述径向加强肋-薄膜伞状天线物理模型中的预紧力问题, 引入温度预应力等效方法解决天线结构模态的初始条件施加问题,通过有限元求解获得了其动力学特性, 为径向加强肋-薄膜伞状天线的结构设计与力学研究提供了依据,并为其工程化实施奠定了理论研究基础.

关键词 径向加强肋, 预紧力, 天线结构, 有限元

DOI: 10.6052/1672-6553-2016-045

# 引言

随着深空探测、资源勘探、天文观测、军事侦察、能量传输等应用领域的不断发展,对大型空间 天线的需求与日俱增,对其各项技术指标的要求也 越来越高,大口径、轻质量、高精度的天线成为了研 究的热点<sup>[1]</sup>.但受航天运载工具空间的限制,天线 在发射阶段须折叠收起,并藏于整流罩内,这种形 式已经成为现代星载天线的一个显著特征<sup>[2]</sup>.

径向加强肋天线(Radial Stiffening Rib Antenna)是一种空间可展开薄膜天线,如下图1所示.具 有结构简单、展开可靠性高、大收缩比、单位面积质 量小的特点<sup>[3-4]</sup>.由金属薄膜构成的反射面是一 种由特殊材料张紧的结构形式,具有明显的非线性 特征<sup>[5]</sup>.由于地面重力、空气阻力的影响,该类大型 可展结构很难开展地面动力学测试试验,动力学仿 真分析成为获得其动力学性能的必要手段.如何模 拟该薄膜结构的力学特性,建立精确的有限元模 型,是开展径向加强肋-薄膜伞状天线结构振动特 性仿真分析和准确获取航天器整器振动模态的前 提<sup>[6]</sup>.采用板壳单元模拟了金属薄膜,考虑了张力 的影响,采用变截面复合材料梁单元模拟了径向加

2016-01-23 收到第1稿,2016-08-23 收到修改稿.

\*上海市自然科学基金资助(16ZR1436200)

†通讯作者 E-mail:lidongying917@163.com

强肋结构,建立了径向加强肋-薄膜伞状天线展开 状态有限元模型,并对径向加强肋-薄膜伞状天线 展开状态进行了动力学分析,计算得到了展开状态 的模态特性,为径向加强肋-薄膜伞状天线的结构 设计跟力学研究提供了依据.



图 1 径向加强肋-薄膜伞状天线 Fig. 1 Radial stiffening rib-membrane umbrella antenna

# 1 动力学方程

# 1.1 初始状态预应力平衡方程

合理确定初始形状和相应的自平衡预应力系统,建立薄膜结构的初始状态预应力平衡方程,是建 立薄膜结构理论模型的关键<sup>[7-8]</sup>.对于薄膜结构,一





图 2 薄膜拓扑模型 Fig. 2 Model of membrane topology

节点 *i* 在 *k* 节点方向的力平衡方程式为<sup>[9]</sup>:  

$$\sum_{n=1}^{N_i} \frac{x_k^i - x_k^{i_n}}{L_n} T_n = P_k^i$$
(1)

其中,*i*,*i*,分别是薄膜单元*n*的两个节点号,*N*<sub>n</sub>是 相交于节点*i*的薄膜单元数;*T*<sub>n</sub>,*L*<sub>n</sub>是薄膜单元*n* 的内力和长度,*P*<sup>*i*</sup><sub>*k*</sub>是施加于节点*i*的*k*方向的外 力.对于薄膜结构中所有节点都列出上述力平衡方 程,则可表示如下:

$$\begin{bmatrix} C_{s} \operatorname{diag}(C_{s}^{T}x) \\ C_{s} \operatorname{diag}(C_{s}^{T}y) \\ C_{s} \operatorname{diag}(C_{s}^{T}z) \end{bmatrix} q = \begin{bmatrix} p_{sx} \\ p_{sy} \\ p_{sz} \end{bmatrix}$$
(2)

式中,x、y、z 表示节点坐标列向量,q<sub>n</sub> 称为单元力 密度,其定义为:

$$q_n = \frac{T_n}{L_n} \tag{3}$$

式中 C<sub>s</sub> 为表示薄膜结构拓扑连接关系的 n × m 阶 矩阵, m 为薄膜单元数, 其构成如下:

$$C_{s}(g,j) = \begin{cases} 1 & g = i(j) \\ -1 & g = k(j) \\ 0 & \not\equiv t t \end{cases}$$

式中*i*(*j*)、*k*(*j*)分别为薄膜结构中第*j*个单元所连接节点的首末节点编号.

#### 1.2 无阻尼自由振动微分方程

i(j) > k(j)

其中,

根据有限元原理得到薄膜结构的无阻尼自由 振动微分方程为

$$[M] \{ \ddot{x} \} + [K] \{ x \} = \{ 0 \}$$
(5)

[M]、[K]分别表示结构系统的质量矩阵及刚度矩阵,[x]、[x]分别表示结构系统的位移及加速度向量. 假设薄膜结构作简谐振动, 即 $\{x\} = \{\varphi\} \sin(\omega t + \theta)$ ,则有:

$$[K] \{\varphi\} - \omega^2 [M] \{\varphi\} = \{0\}$$
(6)

求解以上方程可得到系统的 n 个固有频率  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ .

### 2 有限元模型建立

#### 2.1 有限元模型前处理

以 Φ =4 m 口径的径向加强肋-薄膜伞状天线 为对象,进行其展开状态下的动力学有限元建模和 分析.天线主要由天线底座、馈源、馈源支架及天线 反射面等组成,其中天线反射面由 48 根径向加强 肋及钼质金属薄膜组成.对上述大型径向加强肋-薄膜伞状天线进行有限元建模.选用匀质各向同性 材料变截面工字梁单元对复合材料径向加强肋及 馈源支架结构进行等效模拟,采用板壳单元对复合 材料天线底座、馈源、薄膜结构进行模拟,模型共有 板壳单元 4272 个,梁单元 1369 个,节点 4686 个.



图 3 径向加强肋-薄膜伞状天线有限元模型 Fig. 3 FEM model of radial stiffening rib-membrane umbrella antenna

#### 2.2 初始条件模拟

(1)确定弹性模量

采用板壳单元模拟薄膜结构,首先需要确定板 壳单元的材料常数和厚度.通过试验可以得到薄膜 结构的力学特性<sup>[10]</sup>.一块密度为70g/m<sup>2</sup>钼质金属 薄膜四边上施以两对平行位移约束,对其施加 2kg/m的双向拉力.测试得到其两个方向延展率均 为10%.假设板壳单元的厚度为1mm,根据广义胡 克定律,可得到:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)] \tag{7}$$

由薄膜结构的力学特性可知:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{F}{A} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg/mm}^2$$

 $\sigma_3 = 0, \varepsilon_1 = 0.1, \mu = 0.3 \tag{8}$ 

由式(8)得:

(4)

$$E = 14 \times 10^{-3} \text{kg/mm}^2$$
 (9)

(2)预紧力模拟

模拟薄膜预张力需要通过在板壳单元上施加 温度梯度载荷来实现.物体由于温度的升高或降低 而发生膨胀或收缩,如果物体各部分变化均匀且不 受任何约束,将不会产生应力,物体此时的应变可 定义为初应变.

$$\{{}_{\iota}\sigma\} = [{}^{\iota}D](\{{}_{\iota}\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\})$$
(11)

其中,[<sup>4</sup>D]是材料本构关系矩阵,则 t 时刻温度应 变引起的单元温度荷载向量表达式为:

 $[{}_{t}^{t}P_{\varepsilon_{0}}]^{s} = \int [{}_{t}^{t}B]^{T}[{}^{t}D]\varepsilon_{0}d^{t}V$  (12) 其中, $[{}_{t}^{t}P_{\varepsilon_{0}}]^{s}$ 为 t 时刻温度应变引起的载荷项,  $[{}_{t}^{t}B]^{T}$ 为线性应变位移转换矩阵,因此薄膜结构在 温度作用下的有限元方程表达式为:

 $([{}_{t}^{t}K_{L}] + [{}_{t}^{t}K_{NL}])\{{}_{t}U\} = \{{}_{t}^{t-\Delta t}R\} + \{{}_{t}^{t}P\varepsilon_{0}\}(13)$ 其中, $[{}_{t}^{t}K_{L}]$ 为线性刚度矩阵, $[{}_{t}^{t}K_{NL}]$ 为非线性刚度 矩阵,  $\{{}_{t}U\}$ 为 t 时刻单元节点位移增量矩阵, $\{{}_{t}^{t-\Delta t}R\}$ 为时刻 $t - \Delta t$ 的单元等效节点荷载向量.

因此,给定参考温度 *T*<sub>0</sub>,即可得到在板壳单元 上施加的温度载荷 *T*.采用这种方法及对薄膜结构 进行预应力的施加. 热膨胀系数 α 设为 0.01,温度 梯度设为 14°.

#### 2.3 材料属性

薄膜结构采用 3.2 节得到的材料参数,径向加 强肋采用等效横观各向异性材料,馈源及馈源支座 采用铝合金,底座采用 M55J/AG - 80 各向同性铺 层,其铺层方式为 2mm 厚位置[+45/-45/0/90]<sub>10</sub>,6mm 厚位 置[+45/-45/0/90]<sub>15</sub>,如下图所示,具体材料参 数如下表所示:

Table 1	Material	parameters
---------	----------	------------

Material	E(Pa)	$\mu$	$G_{12}(\operatorname{Pa})$	$ ho(kg/m^2)$
molybdenum	140000	0.3	—	70
Al	$70e^9$	0.3	—	2800
equivalent	$E_{11} = 111 e^9$ $E_{22} = 146 e^9$	0.3	$G_{12} = 3.2e^9$	1800
M55J/AG - 80	$E_{11} = 178e^9$ $E_{11} = 8 3e^9$	0.3	$G_{12} = 4.6e^9$	1800



图 4 底座材料铺层示意图 Fig. 4 Layer of base material

#### 2.4 边界条件

对于薄膜结构、天线底座、馈源及馈源支架中各 个零件之间的连接,采用耦合自由度的方式连接螺 栓孔周围的节点.在有限元分析中,完全真实地模拟 螺栓的连接关系是一个非常复杂的非线性过程,为 此需要做一定的简化处理.本文通过耦合螺栓连接 位置周围节点的自由度来处理,忽略了连接处的局 部应力对整体结构应力的影响,采用 RBE2 多点约 束单元约束其相对位移,如图1有限元模型所示,馈 源与馈源支座之间,底座与钼质金属薄膜之间均采 用 RBE2 方式建立 MPC 单元.天线底座与星体连接 处进行固支约束,如图1有限元模型所示.

### 3 结果分析

#### 3.1 施加温度梯度载荷静力分析

根据静力平衡方程,对模拟薄膜结构的板壳单 元均匀施加温差为14°的温度梯度载荷,经计算得 到径向肋-薄膜天线的应力云图及位移图,如下图 所示:



图 5 海旗应力公图 Fig. 5 Membrane stress

由应力云图可知,施加温度梯度载荷之后,薄 膜结构根部 MISES 应力值最大,为0.0274MPa,边 缘处应力值最小,最小值为0.00378 MPa,应力分







由位移图可知,薄膜的位移方式为向中前翘曲,其最大位移值为1.2mm.

#### 3.2 考虑预应力的模态分析

根据振动微分方程,通过有限元计算得到径向 加强肋-薄膜伞状天线前6阶频率及模态有效质 量,如下表所示,部分振型图如下图所示.

表2 基频及模态有效质量

Table 2 Fundamental frequency and mode effective mass

Freq. (Hz)	TX	TY	TZ	RX	RY	RZ
2.367	—	—	—	_	0.741	_
2.80	0.098	—	0.039	0.012	—	_
2.81	0.039	_	0.098	0.029	_	_
3.98	_	_	0.218	0.404	_	_
8.84	—	_	_	_	_	0.405
8.94	_	—	_	_	_	_





由计算结果可知,模型的第一阶固有频率为 2.367Hz,为网面系统整体绕天线 Y 轴扭转;第二阶 固有频率为2.80Hz,为网面系统整体 X,Z 向平动 及绕 X 轴扭转组合模态;第三阶固有频率为 2. 81Hz,为网面系统整体 X,Z 向平动及绕 X 轴扭转 组合模态;第四阶固有频率为 3.98Hz,为网面系统 整体 Z 向平动及绕 X 轴扭转组合模态;第五阶固 有频率为 8.84Hz,为网面系统整体 Z 向转动模态. 第六阶固有频率为 8.94 Hz,为局部模态.其振型特 点为频率较低,且频谱分布密集.

# 4 结论

本文基于薄膜结构的初始状态预拉力平衡方 程,建立了径向加强肋-薄膜伞状天线展开状态有 限元动力学模型,对该模型首先进行了预紧力的静 力分析,然后进行施加预紧力之后的模态分析,获 得到了径向加强肋-薄膜伞状天线的动力学振动特 性,为径向肋-薄膜伞状天线的总体结构设计研究 提供了有力支撑,同时为后续的工程实施奠定了理 论基础.

# 参考文献

- 张久利. 空间大型金属反射网结构的分析与调整. 西安:西安电子科技大学. 2012 (Zhang J L. Analysis and adjustment of space large cable net structure. Xian: Xian Uinversity, 2012 (in Chinese))
- 2 刘荣强,田大可,邓荣全. 空间可展开天线结构的研究 现状与展望. 机械设计, 2010,27(9):1~9 (Liu R Q, Tian D K, Deng R Q. Research actuality and prospect of structure for space deployable antenna. *Journal of Machine Design*, 2010,27(9):1~9 (in Chinese))
- 3 Meguro A, Harada S, Watanaabe M. Key technologies for high-accuracy large mesh antenna reflectors. *Acta Astronau*-

135

tica, 2003,53(11):899~908

- 4 罗鹰,段宝岩. 星载可展开天线结构现状与发展. 电子 机械工程,2005,21(5):30~34 (Luo Y, Duan B Y. The study on structure of space deployed antenna. Electro-Mechanical Engineering, 2005,21(5):30~34 (in Chinese))
- 5 董明,夏绍华,钱若军等.张力结构的非线性有限元分析.计算力学学报,1997,14(3):268~275(Dong M, Xia S H, Qian R J, et al. An investigation of the nonlinear analysis of tensile structure with F.E.M.. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1997,14(3):268~275(in Chinese))
- 6 周志成,曲广吉. 星载大型网状天线非线性结构系统有限元分析. 航天器工程, 2008,17(6):33~38 (Zhou Z C,Qu G J. Nonlinear finite element analysis of large mesh deployable antennaon satellite. *Spacecraft*, 2008,17(6): 33~38(in Chinese))
- 7 K Linkwitz. About form finding of double-curved structures. Engineering Structures, 1999,21:709 ~ 718

- 8 王珺,赵环迪,陈力奋. 预变形对非线性结构响应特征的影响. 动力学与控制学报, 2015, 13(3):188~193 (Wang J, Zhao H D, Chen L F. Effects of the initial deformation on the dynamic response of local nonlinear systems. *Journal of Dynamics and Control*, 2015, 13(3):188 ~193(in Chinese))
- 9 雷震. 星载可展天线索网预张力设计. 机械电子学学术 会议论文集, 2011 (Lei Z. Pretension design of large space cable-net deployable antennas. Symposiumon Mechatronics, 2011 (in Chinese))
- 10 陈庚超. 网状可展开天线力学分析研究. 西安电子科 技大学, 2007 (Chen G C. The study of net deployable reflector antenna mechanical analysis. Xidian University, 2007 (in Chinese))
- 11 张华,欧阳斌,单建. 预应力索膜结构的温度效应研究. 建筑技术, 2009,40(12):1106~1108 (Zhang H, Ouyang B, Shan J. Temperature effect on pretensioned cable-membrane structures. Architecture Technology, 2009,40(12):1106~1108 (in Chinese))

# DYNAMICS MODELING AND NUMERICAL SIMULATION OF RADIAL STIFFENING RIB-MEMBRANE UMBRELLA ANTENNA STRUCTURE\*

Li Dongying<sup>1,2†</sup> Zhang Hua<sup>1,2</sup> Liu Hanwu<sup>1,2</sup>

Shanghai Key Laboratory of Spacecraft Mechanism, Shanghai 201108, China)
 Aerospace System Engineering Shanghai, Shanghai 201109, China)

**Abstract** Large deployable parabolic antenna has attracted great attention due to its special value. Radial stiffening rib-membrane umbrella antenna in this article is a typical nonlinear structural system. Establishing the FE model of the radial stiffening rib-membrane umbrella antenna rationally and accurately is very important to study its on-orbit dynamics characteristic. The temperature pretension equivalent method is employed to settle the initial condition and describe the pretension in the physical model of the radial stiffening rib-membrane umbrella antenna . The dynamics characteristic is obtained by FEM calculation, which provides essential data for structure design and mechanical research for the radial stiffening rib-membrane umbrella antenna.

Key words radial stiffening rib, pretension, antenna structure, FE

Received 23 January 2016, revised 23 August 2016.

<sup>\*</sup> The project supported by Natural Science Fund of Shanghai (16ZR143620)

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail:lidongying917@163.com