

航天器近距离相对轨道的滑模控制*

张莹 都琳 岳晓乐 许勇[†]

(西北工业大学理学院应用数学系, 西安 710072)

摘要 基于滑模控制原理,研究了近距离追踪航天器与目标航天器交会对接时,相对运动轨道的控制问题.首先,建立非线性航天器相对运动模型;其次,利用滑模控制原理和分数阶导数的相关性质,设计了整数阶PD控制器和分数阶PD^α控制器;最后,分别运用整数阶和分数阶控制器对未扰和受扰系统实施控制.数值仿真结果表明,整数阶与分数阶控制器均能实现对未扰和受扰系统的控制,验证了方法的有效性.同时发现,在时效性上,分数阶控制器明显优于整数阶控制器;在能效性上,达到相同控制目标时,分数阶控制器的能量消耗大于整数阶控制器.

关键词 航天器, 相对运动, 滑模控制, 分数阶导数

DOI: 10.6052/1672-6553-2016-040

引言

随着空间组装、在轨服务和深空探测等航天任务的发展与应用越来越广泛,航天器经常需要跟踪一个给定姿态的航天器来完成某些空间任务,因此航天器姿态跟踪动力学与控制问题成为了当前航天领域的研究热点与前沿^[1-3].

航天器姿态控制系统是一个复杂的非线性系统,而且受各种环境的干扰而无法精确描述,诸如太阳辐压、重力梯度和地球磁场等,因此航天器姿态控制系统需要具有良好的鲁棒性.滑模控制是一种较新的控制策略,它与常规的控制方法的根本区别在于其控制的不连续性.系统的“结构”可以在瞬变过程中,根据系统当时的状态以跃变方式有目的的变化,迫使系统沿着预定的“滑动模态”运动.此外,这种滑动模态具有可设计性,且与系统参数及扰动无关.因此,处于滑模运动的系统具有优良的鲁棒性^[4-5].已有一些研究工作及工程实践证明了滑模控制器的许多优点,如快速的动态响应、良好的瞬态性能、较强的抗外部扰动性能和对不确定参数的高度敏感性等^[6-10].近年来,该方法受到了广泛的关注和重视.然而,随着航空技术的发展与提高,在时效性上,传统的滑模控制方法已无法满

足需求.因而,为了改进控制方法的时间效率,本文针对航天器近距离相对轨道问题,基于滑模控制原理和分数阶微积分的记忆及遗传特性,设计了分数阶滑模控制.首先,选用非线性方程作为航天器近距离相对轨道的动力学模型;随后,分别设计了整数阶PD控制器和分数阶PD^α控制器;最后,通过数值仿真验证所建立模型和控制律的有效性,并对两种控制方法进行了详细的分析与比较.

1 坐标系定义

为了描述目标航天器和追踪航天器间的相对运动,建立如图1所示的坐标系.其中,地心赤道惯性坐标系用 $O_i x_i y_i z_i (S_i)$ 表示,原点 O_i 在地球中心, x_i 轴在赤道面内,指向春分点; z_i 轴沿地球旋转轴(即垂直于赤道平面),指向北极, y_i 轴与 x_i, z_i 轴满足右手定则.追踪航天器坐标系用 $O_b x_b y_b z_b (S_b)$ 表示,原点 O_b 位于航天器的质心, x_b, y_b, z_b 分别与航天器的惯性主轴一致,本体轴 x_b, y_b, z_b 相对于惯性系的旋转分别表示滚转、俯仰和偏航.目标航天器轨道坐标系用 $O x y z (S_o)$ 表示,原点 O 为目标航天器质心, z 轴指向地心, x 轴在轨道面内沿速度方向与 z 轴垂直, y 轴满足右手定则.

2016-07-27 收到第1稿,2016-08-23 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11302171, 11672232),陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2016JQ1015)

[†] 通讯作者 E-mail: hsux3@nwpu.edu.cn

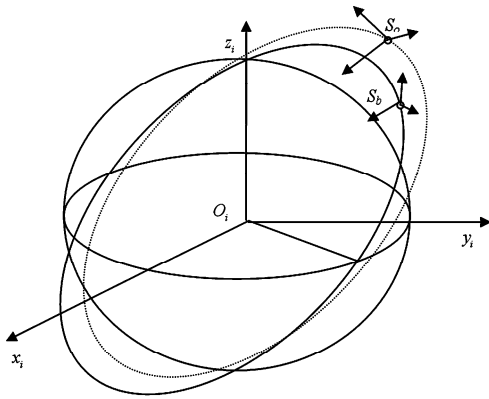


图1 坐标系示意图

Fig. 1 Coordinate systems

2 相对轨道动力学模型

在目标航天器轨道坐标系下,选用非线性方程描述两航天器的相对运动:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}y = \dot{\theta}^2 x + \ddot{\theta}y - \frac{\mu(r_t + x)}{r_c^3} + \frac{\mu}{r_t^2} + f_{cx} \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}x = \dot{\theta}^2 y - \ddot{\theta}x - \frac{\mu}{r_c^3}y + f_{cy} \\ \ddot{z} = -\frac{\mu}{r_c^3}z + f_{cz} \end{cases} \quad (1)$$

其中, μ 为地球引力常数,目标航天器和追踪航天器分别用下标 t 和 c 表示, r_c 和 r_t 为地心到航天器质心的位置矢量, r_t 和 r_c 分别为 r_t 和 r_c 的模,且 $r_c = \sqrt{(r_t + x)^2 + y^2 + z^2}$. 从目标航天器指向追踪航天器的相对位置矢量 $\rho = [x, y, z]^T$, 相对速度矢量 $\dot{\rho} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$, 则在目标航天器轨道坐标系下 $\rho = r_c - r_t = [x, y, z]^T$, f_c 为追踪航天器的轨道控制推理所产生的加速度; θ 为真近点角, $\dot{\theta}$ 和 $\ddot{\theta}$ 分别为目标航天器的轨道角速度和角加速度.

3 滑模控制仿真

基于滑模控制理论和分数阶导数的特性,本文分别建立了整数阶 PD 控制器和分数阶 PD $^\alpha$ 控制器.

3.1 PD 控制

相对轨道方程(1)经推导可转化为如下形式:

$$\ddot{\rho} = A_1 \rho + A_2 \dot{\rho} + g(\rho) + u \quad (2)$$

其中

$$g(\rho) = \begin{bmatrix} -\frac{\mu(r_t + x)}{r_c^3} + \frac{\mu}{r_t^2} - \frac{2\mu x}{r_t^3} \\ -\frac{\mu y}{r_c^3} + \frac{\mu y}{r_t^3} \\ -\frac{\mu z}{r_c^3} + \frac{\mu z}{r_t^3} \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2 + \frac{2\mu}{r_t^3} & \dot{\theta} & 0 \\ -\dot{\theta} & \dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{r_t^3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu}{r_t^3} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2\dot{\theta} & 0 \\ -2\dot{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u = [f_{cx}, f_{cy}, f_{cz}]^T$$

选取状态变量 $x = [\rho, \dot{\rho}]^T$, 则式(2)可进一步整理为:

$$\dot{x} = Ax + Bu + G(\rho) \quad (3)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ A_1 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$G(\rho) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ g(\rho) \end{bmatrix}$$

随后,选取理想状态变量 $x_d = [\rho_d, \dot{\rho}_d]^T$, 则式(3)可推导为:

$$\dot{x}_d - \dot{x} = A(x_d - x) + (-Bu) + \dot{x}_d - Ax_d - G(\rho) \quad (4)$$

此时,选取误差变量 $X_e = [e, \dot{e}]^T = [\rho_d - \rho, \dot{\rho}_d - \dot{\rho}]^T$, 则上式可写为:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + (-Bu) + \dot{x}_d - Ax_d - G(\rho) \quad (5)$$

令 $f = \dot{x}_d - Ax_d$, $B_e = -B$, 则有:

$$\dot{x}_e = AX_e + B_e u + f - G(\rho) \quad (6)$$

设计切换函数如下:

$$s = ce + \dot{e} = [c, 1] \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = CX_e \quad (7)$$

其中, $c > 0$ 且 $\in R$, 当系统状态在切换面 $s = 0$ (滑动模态区) 时有 $\dot{e} = -ce$, 系统处于滑动模态区. 若采用趋近律到达条件, 选取指数趋近律为:

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}s - ks \quad (8)$$

其中, $\varepsilon, k > 0$ 且 $\in R$, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 是符号函数. 进一步对式(7)求导得:

$$\dot{s} = \ddot{e} + c\dot{e} = [c, 1] \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = C\dot{x}_e = -\varepsilon \operatorname{sgn}s - ks \quad (9)$$

将式(6)代入上式得:

$$C[AX_e + B_e u + f - G(\rho)] = -\varepsilon \operatorname{sgn}s - ks \quad (10)$$

推导得控制律为:

$$u = (CB_e)^{-1} [-\varepsilon \operatorname{sgn}s - ks - CAX_e - Cf + CG(\rho)] \quad (11)$$

3.2 PD^α 控制

设计滑模面为:

$$S = D^\alpha e + ce = D^{\alpha-1} \dot{e} + ce \quad (12)$$

其中, $D^\alpha f(t)$ 是 Caputo 分数阶导数^[8], 它的定义可描述如下:

$$D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f'(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, \quad \text{for } n-1 < \alpha < n \quad (13)$$

其中, $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$ 是欧拉伽马函数.

对(12)式两端同时求导得:

$$\dot{s} = D^{\alpha-1} \ddot{e} + C\dot{e} \quad (14)$$

将(6)式带入上式得:

$$\dot{s} = D^{\alpha-1} [A\dot{e} + B_e u + f - G(\rho)] + C\dot{e} \quad (15)$$

选取指数趋近律为(8), 则:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= D^{\alpha-1} [A\dot{e} + B_e u + f - G(\rho)] + C\dot{e} \\ &= -\varepsilon \operatorname{sgn}s - ks \end{aligned} \quad (16)$$

推导得控制律为:

$$u = B_e^{-1} \{ -A\dot{e} - f + G(\rho) + D^{1-\alpha} [-\varepsilon \operatorname{sgn}s - ks - C\dot{e}] \} \quad (17)$$

4 数值仿真与分析

本节运用上述两种控制器, 分别针对未扰系统和受扰系统进行控制仿真, 计算控制效果; 并从时效性和能效性两方面对不同的控制方法进行分析与比较.

4.1 控制仿真

(1) 未扰系统的控制仿真

目标航天器轨道的六要素选取如下: 轨道的半长轴 $a = 7178.145 \text{ km}$, 偏心率 $e = 0$, 升交点赤径 $\Omega = \pi/6$, 轨道倾角 $i = \pi/4$, 近地点角距 $\omega = \pi/6$, 航天器过近地点的时刻 $t_p = 0$. 此外, 目标航天器与追踪航

天器间的初始相对位置和速度赋值为 $\rho = [-60, 35, -50]^T \text{ m}$ 和 $\dot{\rho} = [-5, 10, -8]^T \text{ m/s}$, 其期望值分别为 $\rho_d = [0, 0, 0]^T \text{ m}$ 和 $\dot{\rho}_d = [0, 0, 0]^T \text{ m/s}$. 分别采用 PD 与 PD^α 控制法, 对航天器相对轨道进行控制, 数值仿真结果如图 2~图 5 所示. 其中, 图 2 和图 4 分别表示 PD 与 PD^α 控制下目标航天器与追踪航天器间的相对位置误差, 图 3 和图 5 分别表示 PD 与 PD^α 控制下目标航天器与追踪航天器间的相对速度误差. 在初始位置和速度均存在偏差的情况下, 两种控制器均可将位置偏差和速度偏差控制到零, 验证了控制器的有效性. 此外, 在达到相同控制目标的过程中, 分数阶滑模控制的所需控制时长较整数阶滑模控制大幅减少. 因此, 在时效性上, 分数阶滑模控制方法明显优于整数阶滑模控制方法.

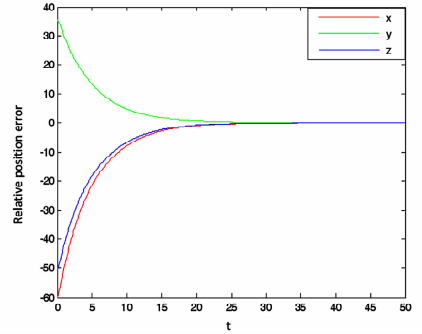


图 2 PD 控制下的相对位置误差

Fig. 2 Error of relative position under PD controller

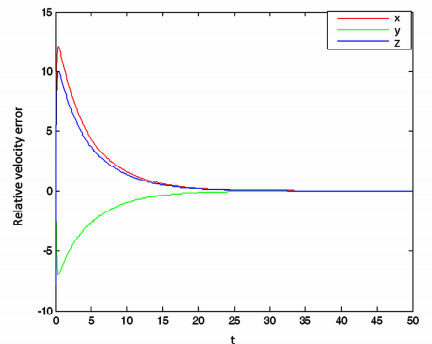


图 3 PD 控制下的相对速度误差

Fig. 3 Error of relative velocity under PD controller

(2) 受扰系统的控制仿真

若考虑外部扰动对航天器相对轨道控制的影响, 其轨道动力学模型可表示如下:

$$\dot{x} = Ax + Bu + G(\rho) + d(t) \quad (18)$$

其中, $d(t) = [d_1(t) \ d_2(t) \ d_3(t)]^T$ 为外部对系统的有界扰动, 这里 $d(t) = 0.2[\cos(2t) \ \cos(2t) \ \cos(2t)]^T$; 系统中其他参数与未扰系统保持一致. 分别采用

PD 控制器与 PD^α 控制器对系统(18)进行控制仿真,数值结果如图 6 ~ 图 9 所示. 其中,图 6 和图 8 表示受扰系统在 PD 与 PD^α 控制下目标航天器与追踪航天器间的相对位置误差;图 7 和图 9 分别表示受扰系统在 PD 与 PD^α 控制下目标航天器与追踪航天器间的相对速度误差. 由图知,在系统受到外界扰动的情况下,两种滑模控制器均可实现系统的控制目标;且分数阶滑模控制器的时效性仍明显优于整数阶滑模控制器.

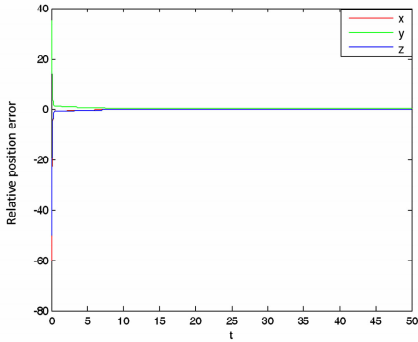


图 4 PD^α 控制下的相对位置误差

Fig. 4 Error of relative position under PD^α controller

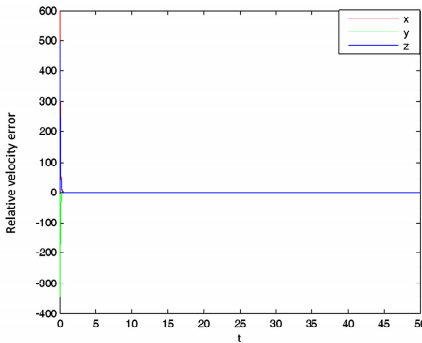


图 5 PD^α 控制下的相对速度误差

Fig. 5 Error of relative velocity under PD^α controller

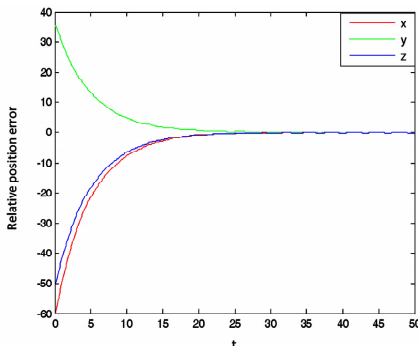


图 6 PD 控制下的相对位置误差(受扰系统)

Fig. 6 Error of relative position under PD controller (perturbed system)

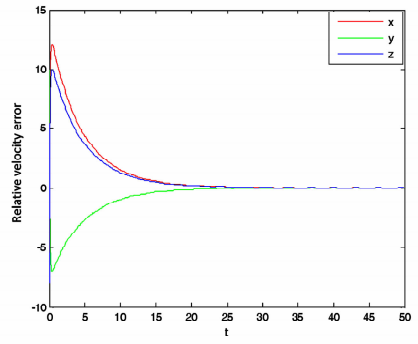


图 7 PD 控制下的相对速度误差(受扰系统)

Fig. 7 Error of relative velocity under PD controller (perturbed system)

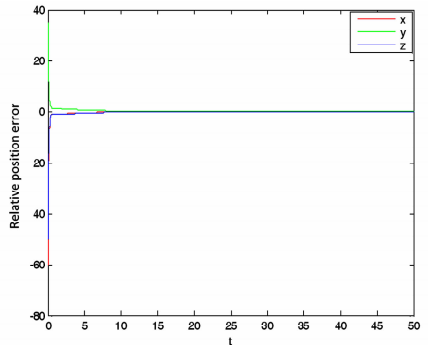


图 8 PD^α 控制下的相对位置误差(受扰系统)

Fig. 8 Error of relative position under PD^α controller (perturbed system)

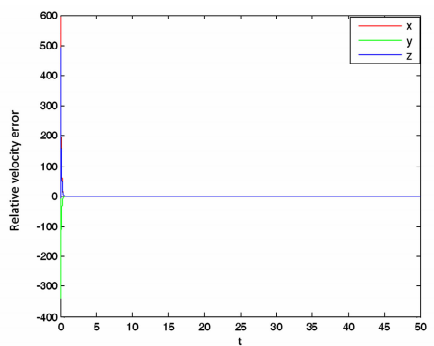


图 9 PD^α 控制下的相对速度误差(受扰系统)

Fig. 9 Error of relative velocity under PD^α controller (perturbed system)

4.2 控制能耗对比仿真

从以上数值结果不难看出:滑模控制策略可有效地用于航天器近距离相对轨道的控制问题,且分数阶控制器的时效性明显高于整数阶控制器.但是,仅仅考虑时效性对于航天器相对轨道控制方法的优劣分析与判断是不完善的.因此,为了更加全面地比较两种控制方法在完成相同任务情况下的

控制效果,我们还要从能量消耗方面进行计算与比较.根据动能定理知:能量的消耗量等于动能的改变量^[11],则轨道控制的能量消耗为:

$$W = \sum_{k=1}^n \left| \frac{1}{2}mv_k^2 - \frac{1}{2}mv_{k-1}^2 \right| \quad (19)$$

其中, v_k 为 k 时刻追踪航天器的速度. 能量消耗的数值模拟结果如图 10 和图 11 所示, 在分别使用整数阶和分数阶控制器后, 当追踪航天器与目标航天器实现交汇对接时, 两种控制器的能量消耗均趋于稳定值, 但分数阶控制器使用的能量大于整数阶控制器. 即在达到相同控制要求的情况下, 分数阶 PD^α 控制器的能量消耗大于整数阶 PD 控制器.

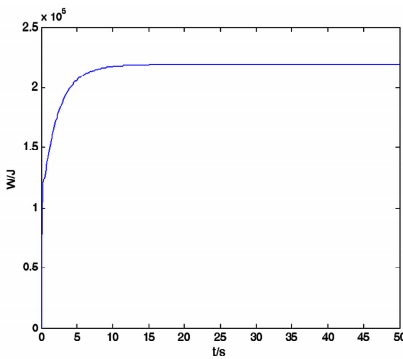


图 10 PD 控制下的能量消耗

Fig. 10 Energy expenditure under PD controller

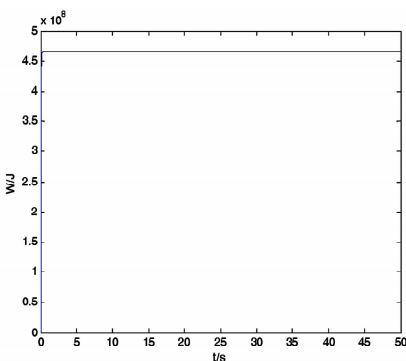


图 11 PD^α 控制下的能量消耗

Fig. 11 Energy expenditure under PD^α controller

5 结论

本文针对航天器近距离相对轨道的控制问题, 首先, 采用非线性 T-H 方程建立相应的动力学模型来描述两航天器的相对运动; 其次, 基于滑模控制原理和分数阶导数的相关性质, 分别设计了整数阶 PD 控制器和分数阶 PD^α 控制器; 随后, 运用两种滑模控制器, 分别对确定性系统和受扰系统进行控

制. 最后, 通过数值仿真, 验证了控制策略的有效性和稳定性. 在此基础上, 还进一步从控制的时效性及能耗两方面对整数阶 PD 控制器和分数阶 PD^α 控制器进行了详细的对比分析. 结果表明: 在时效性上, 分数阶控制器明显优于整数阶控制器. 然而, 达到相同控制要求时, 分数阶控制器的能耗大于整数阶控制器. 因此, 在追求控制方法稳定性的前提下, 还应根据航天器相对轨道设计的实际需求, 从时效性和能耗两方面综合考虑, 选择合适的滑模控制器进行航天器近距离相对轨道控制.

参 考 文 献

- 1 Rajnish S, Ashish T. Optimal nonlinear tracking of spacecraft attitude maneuvers. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(5): 677 ~ 682
- 2 Jang G L, Chan G P, Heung W P. Sliding-Mode controller design for spacecraft attitude tracking maneuvers. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(4): 1328 ~ 1333
- 3 朱彦伟. 航天器近距离相对运动轨迹规划与控制研究 [博士学位论文]. 湖南: 国防科学技术大学, 2009 (Zhu Y W. Trajectory planning and control for spacecraft proximity relative motion [PhD Thesis]. Hunan: National University of Defense Technology, 2009 (in Chinese))
- 4 黄丽莲, 齐雪. 基于自适应滑模控制的不同维分数阶混沌系统的同步. *物理学报*, 2013, 62(8): 080507-1 ~ 7 (Huang L L, Qi X. The synchronization of fractional order chaotic systems with different orders based on adaptive sliding mode control. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(8): 080507-1 ~ 7 (in Chinese))
- 5 孔昭毅. 一个新混沌系统的自适应滑模变结构控制. *动力学与控制学报*, 2013, 11(2): 114 ~ 117 (Kong Z Y. Adaptive sliding mode variable structure control of a new chaotic system. *Journal of Dynamics & Control*, 2013, 11(2): 114 ~ 117 (in Chinese))
- 6 Boiko I, Fridman L, Iriarte R, Pisano A, Usai E. Parameter tuning of second-order sliding mode controllers for linear plants with dynamic actuators. *Automatica*, 2006, 42(5): 833 ~ 839
- 7 潘光, 魏静. 一种分数阶混沌系统同步的自适应滑模控制器设计. *物理学报*, 2015, 64(4): 040505-1 ~ 7 (Pan G, Wei J. Design of an adaptive sliding mode controller for synchronization of fractional-order chaotic systems. *Acta*

- Physica Sinica*, 2015, 64(4): 040505 - 1 ~ 7 (in Chinese))
- 8 Xu Y, Wang H, Liu D, Huang H. Sliding mode control of a class of fractional chaotic systems in the presence of parameter perturbations. *Journal of Vibration and Control*, 2015, 21(7): 435 ~ 448
- 9 Yang Y G, Xu W, Gu X D, Sun Y H. Stochastic response of a class of self-excited systems with Caputo-type fractional derivative driven by Gaussian white noise. *Chaos Solitons and Fractals*, 2015, 77: 190 ~ 204
- 10 顾黄兴, 齐瑞云. 基于滑模控制的充液航天器燃料晃动抑制研究. *动力学与控制学报*, 2015, 13(2): 138 ~ 143 (Gu H X, Qi R Y. Attitude control of spacecraft with fuel slosh based on sliding mode control. *Journal of Dynamics & Control*, 2015, 13(2): 138 ~ 143 (in Chinese))
- 11 王剑颖, 梁海朝, 孙兆伟. 基于对偶数的相对耦合动力学与控制. *宇航学报*, 2010, 31(7): 1711 ~ 1717 (Wang J Y, Liang H C, Sun Z W. Dual number-based relative coupled dynamics and control. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(7): 1711 ~ 1717 (in Chinese))

SLIDING MODE CONTROL OF RELATIVE ORBIT FOR NEARBY SPACECRAFT*

Zhang Ying Du Lin Yue Xiaole Xu Yong[†]

(Department of applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract This paper investigates the control of relative orbit for Rendezvous and Docking between nearby spacecraft and target spacecraft based on the sliding mode control theory. Firstly, the model of relative movement between two spacecrafts is established by using nonlinear equations. Secondly, by using the sliding mode control theory and the properties of fractional derivative, an integer order PD controller and a fractional order PD^α controller are designed. The designed controllers are then applied to the perturbed and unperturbed systems. The numerical simulation results show that the sliding mode control method is effective. Moreover, comparing with PD controller, the PD^α controller costs less time but more energy to achieve the same control objectives.

Key words spacecraft, relative motion, sliding mode control, fractional derivative