

饱和函数序列电路的设计及其在多涡卷混沌电路中的应用^{*}

张瑞楷 孙克辉[†]

(中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

摘要 以普通运算放大器作为有源器件, 设计了饱和函数序列电路, 给出了电路频率临界值. 将饱和函数序列电路应用于多涡卷混沌电路设计, 研究了饱和函数序列幅度、宽度、斜率等参数对多涡卷混沌吸引子相图的影响. 设计了基于参数可调的饱和函数序列的混沌电路, 研究表明, 通过选择合适的参数, 可以调控多涡卷吸引子大小和形状. 设计的饱和函数序列电路稳定且灵活, 有利于其在多涡卷混沌电路中的应用.

关键词 混沌, 饱和函数序列, 多涡卷吸引子, 混沌电路

DOI: 10.6052/1672-6553-2016-025

引言

近年来, 多涡卷混沌系统因具有复杂的动力学行为而引起人们的广泛关注, 人们先后提出了多种方法以构造多涡卷混沌系统^[1-9]. 产生多涡卷混沌吸引子的关键技术是构造非线性函数, 扩展非线性系统的指标 2 鞍焦平衡点. 当前, 常用的非线性函数主要有饱和函数、阶梯函数、三角波函数、锯齿波函数等. 其中, 饱和函数序列斜率无限大时即为阶梯函数, 其与线性函数的组合可以得到三角波和锯齿波. 所以, 研究饱和函数序列电路设计对于多涡卷混沌系统设计和应用具有重要意义.

目前, 基于饱和函数序列的多涡卷混沌电路设计引起了学者们的广泛关注^[10-19]. Bao B C 等^[10]提出了在一个三维线性系统的基础上构造饱和函数, 生成两方向网格多涡卷吸引子的方法, 并给出了 7×7 和 9×9 网格多涡卷吸引子的电路实验结果. 陈仕必等^[11]提出了一种利用多项式和饱和函数构造 $N \times M$ 涡卷的构造方法, 并给出了网格多涡卷混沌电路仿真结果. 吴先明等^[12-13]运用电流反馈放大器构造了饱和函数与网格多涡卷混沌电路, 并给出了电路仿真结果. 王春华等^[15-16]提出了采用电流传输器构建饱和函数并实现网格多涡卷混沌电路, 产生了网格多涡卷吸引子, 并测得网格多

涡卷混沌电路的中心频率比单方向多涡卷混沌电路的中心频率高. 左婷等^[17]在网格多涡卷混沌系统中对电流反馈放大器和电压反馈放大器进行了对比, 表明基于电流反馈放大器的多涡卷混沌模拟电路频率性能更优. Sánchez-López C 等^[18-19]提出了一种新的饱和函数模型, 将有源器件的性能参数考虑其中, 电路实验结果更接近于器件的真实行为. 电流反馈放大器和电流传输器的应用确实提高了混沌电路的中心频率, 使电路在更高频信号工作成为可能. 但是电流传输器内部结构较为复杂, 器件本身对电路的影响较大. 在饱和函数序列的电路设计中, 有些重要的参数, 如函数斜率, 电路的实测值与理论计算值之间的误差较大, 不利于进行电路分析与应用. 另外, 上述文献中, 人们侧重于多涡卷混沌吸引子的实现, 对于饱和函数的电路研究较少. 非线性函数的各个参数在多涡卷混沌吸引子的产生过程中有何作用? 参数的改变会对吸引子造成什么样的影响? 这些问题却很少有人讨论.

因此, 本文采用运算放大器设计了饱和函数序列电路, 并对函数的重要参数对多涡卷混沌吸引子的影响做了深入研究. 在此基础上, 构造参数可调的饱和函数序列用于生成大小形状可调的多涡卷吸引子, 电路具有更大的灵活性, 为混沌电路的应用奠定了基础.

2015-12-28 收到第1稿, 2016-03-13 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(61161006)

[†] 通讯作者 E-mail: kehui@csu.edu.cn

1 饱和函数序列电路设计与仿真

1.1 饱和函数序列

饱和函数序列由饱和函数组合叠加而成,具有两种不同数学表达式. 其中第一类饱和函数列表达式为

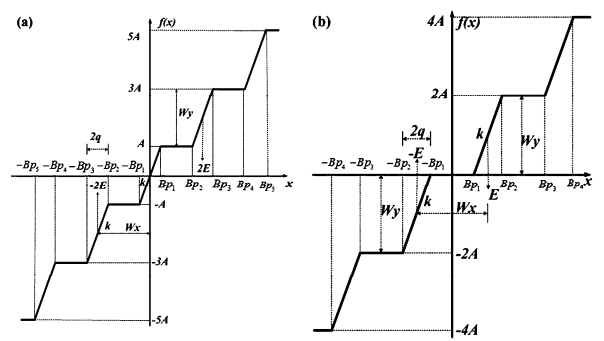
$$f(x) = (N_1 - N_2)A + \frac{k}{2}(|x + q| - |x - q|) + \frac{k}{2} \sum_{i=1}^{N_1} (|x - 2iE + q| - |x - 2iE - q|) + \frac{k}{2} \sum_{j=1}^{N_2} (|x + 2jE + q| - |x + 2jE - q|) \quad (1)$$

式中 N_1 和 N_2 为正整数,其特点是斜边中点位于坐标轴原点. 第二类饱和函数列表达式为

$$f(x) = (N_1 - N_2)A + \frac{k}{2} \sum_{i=1}^{N_1} [|x - (2i - 1)E + q| - |x - (2i - 1)E - q|] + \frac{k}{2} \sum_{j=1}^{N_2} [|x + (2j - 1)E + q| - |x + (2j - 1)E - q|] \quad (2)$$

式中 N_1 和 N_2 为正整数,其特点为水平边中点位于坐标轴原点.

上述表达式中, A 为饱和值, $k = A/q$ 为斜率. 当 q 无限接近 0 时,饱和函数序列趋近于阶梯函数. 实际情况中,一般选取 $A = E, N_1 = N_2 = 2$ 时的这两类饱和函数序列的波形图如图 1 所示.



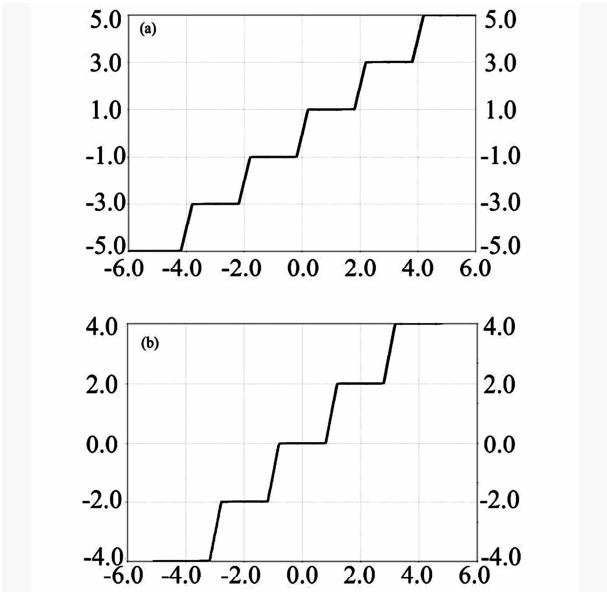


图 3 饱和函数序列的产生电路仿真结果
(a) 第一类饱和函数; (b) 第二类饱和函数

Fig. 3 Simulation results of the saturated nonlinear function series circuit
(a) the first kind of function; (b) the second kind of function

表 1 饱和函数及其相应电路元器件取值
Table 1 Details of saturated function and the circuit component

function parameter values	circuit component values
$A = 1$	$R_{\beta 3} = 13.5\text{k}\Omega, R_{\beta 4} = 1\text{k}\Omega$
$q = 0.2$	$R_{\beta 1} = 0.2\text{k}\Omega, R_{\beta 2} = 13.5\text{k}\Omega$
$\pm Bp_1 = \pm 0.2, \pm Bp_2 = \pm 1.8,$	$V_1 = 0\text{V}, V_2 = 1.97\text{V},$
$\pm Bp_3 = \pm 2.2, \pm Bp_4 = \pm 3.8,$	$V_3 = -1.97\text{V}, V_4 = 3.94\text{V},$
$\pm Bp_5 = \pm 4.2$	$V_5 = -3.94\text{V}$

1.3 不同频率信号输入时饱和函数电路的特性分析

随着电路输入信号频率的不断增加,电路仿真结果与数值仿真结果相比,逐渐产生偏离. 经过测量,当输入信号频率分别为 100Hz、1kHz、10kHz 时,函数电路所产生的函数波形与理论值之间的偏差分别为 1.8%、4.8%、25.2%. 当输入信号频率为 100kHz 时,函数电路的结果出现失真,输出为一条直线,无法得到正确的饱和函数波形.

压摆率, Slew Rate (SR), 是衡量运算放大器性能的重要参数之一,是运算放大器输出电压的转换速率. 当输入信号变化斜率的绝对值小于 SR 时,输出电压才按线性规律变化. 受到运算放大器压摆率的影响,电路在高频信号输入下无法正常工作,这也是基于普通运放的混沌电路频率不高的主要原因.

经反复实验,该电路能够产生饱和函数序列的信号频率临界值为 48kHz,能够满足进一步的工作

要求. 另一方面,与其他有源器件相比,在中低频信号下,运算放大器的输入与输出可以保持高精度的运算关系,生成的饱和函数序列的误差更小,仿真结果与数值计算的结果更为接近,电路性能更加稳定,更有利于进行电路的性能分析.

2 饱和函数电路在混沌系统中的应用

2.1 用饱和函数实现单方向多涡卷 Jerk 电路

多涡卷 Jerk 电路的无量纲状态方程为

$$\begin{cases} dx/d\tau = y \\ dy/d\tau = z \\ dz/d\tau = -x - y - \beta z + f(x) \end{cases} \tag{5}$$

其中, $\beta = 0.6$, $f(x)$ 为式(1)所示的饱和函数序列.

图 4 为基于饱和函数序列的单方向多涡卷混沌电路,采用改进型模块化设计,涉及到反相积分器、反相等基本电路单元.

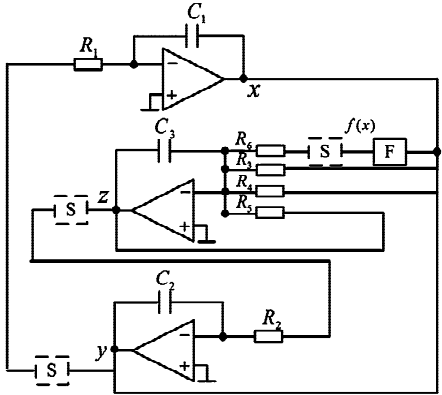


图 4 基于饱和函数序列的单方向多涡卷混沌电路图
Fig. 4 Chaotic circuit based on the saturated function series

图 4 中,模块 F 为饱和函数序列的产生电路,如图 2 所示,输入信号分别为 x , 输出信号为 $f(x)$. 模块 S 为反相器. 由此产生的非线性电路的数学方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{1-y}{C_1 R_1} \\ \dot{y} = -\frac{1-z}{C_2 R_3} \\ \dot{z} = -\frac{1}{C_3} \left(\frac{x}{R_3} + \frac{y}{R_4} + \frac{z}{R_5} - \frac{f(x)}{R_6} \right) \end{cases} \tag{6}$$

对比方程(5)与(6)可得到: $C_1 = C_2 = C_3, R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = \beta R_5 = R_6$.

令 $C_1 = C_2 = C_3 = 5\text{nF}, R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = \beta R_5 = R_6 = 30\text{k}\Omega$, 非线性函数单元采用图 3 (a) 的结果,得到的电路结果如图 5 所示. 实现了基于饱和函数电路的多涡卷混沌吸引子.

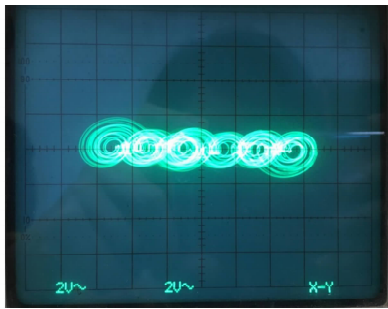


图5 基于饱和函数序列的单方向多涡卷混沌吸引子图
Fig. 5 Multi-scroll chaotic attractor based on the chaotic circuit

2.2 饱和函数斜率对多涡卷混沌电路的影响

饱和函数的斜率 k 由电路中的 $R_{f1} - R_{f4}$ 的阻值决定,通过调节电阻阻值的大小,可以产生不同斜率的饱和函数. 以图4的多涡卷混沌电路为例,对饱和函数斜率,对多涡卷混沌吸引子的影响进行研究. 不同斜率的饱和函数电路产生的多涡卷混沌吸引子图如图6所示. 可见,随着饱和函数斜率的减小,混沌吸引子相图逐渐变得不均匀,涡卷的相轨分布变得不同,直至无法产生多涡卷混沌吸引子.

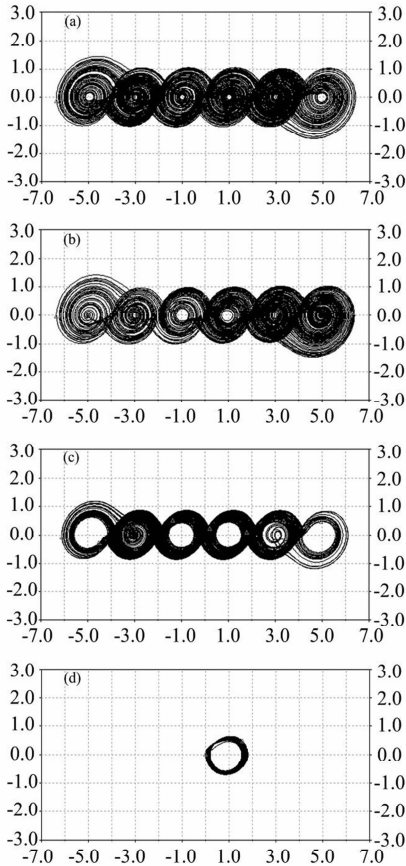


图6 不同斜率的饱和函数电路产生的多涡卷吸引子相图
(a) $k=500$; (b) $k=20$; (c) $k=5$; (d) $k=2.5$
Fig. 6 Multi-scroll chaotic attractor for the saturated function with different k
(a) $k=500$; (b) $k=20$; (c) $k=5$; (d) $k=2.5$

多涡卷混沌系统的产生与系统的指标2的鞍焦点密不可分,一个指标2的鞍焦点对应可以产生一个涡卷. 饱和函数序列与混沌吸引子的对应关系如图7所示.

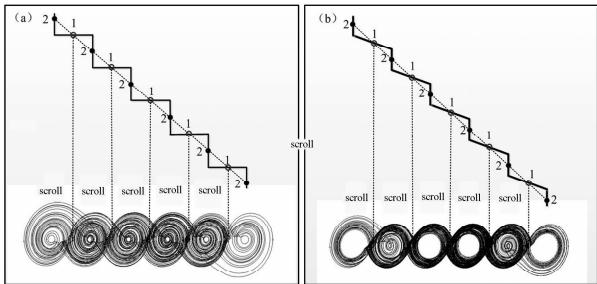


图7 不同斜率时涡卷吸引子与鞍焦点对应示意图
(a) $k=500$; (b) $k=5$
Fig. 7 Relationships between the multi-scroll and the saddle focus for different k . (a) $k=500$; (b) $k=5$

饱和函数斜率变化,使得函数的转折点发生变化. 在取横坐标范围一定时,随着斜率变小,平衡点相邻的两个转折点之间的距离变大,在图6(a)、(b)、(c)中转折点距离的变化没有影响到鞍焦点的个数,因此系统依然可以产生六个涡卷,但是函数转折点的变化,使得产生吸引子的分界面发生变化,进而影响到了涡卷的形状和相轨空间,使得吸引子相图随着函数斜率的减小变得不均匀. 当饱和函数的斜率进一步减小,平衡点相邻的两个转折点距离进一步增大,在图6所取的横坐标范围下,鞍焦点的个数减少,甚至没有了,没有了指标2的鞍焦点也就产生不了涡卷,如图6(d)所示.

2.3 饱和函数幅度、宽度对多涡卷混沌电路的影响

如图7所示,函数的幅度 W_y 决定了键带与涡卷大小,宽度 W_x 决定了平衡点的位置. 也就是说,通过改变函数的幅度与宽度可以调节多涡卷混沌吸引子的大小与位置,从而产生形状不一的多涡卷混沌吸引子.

为保证系统能够产生多涡卷混沌吸引子,不影响系统指标2的鞍焦平衡点的生成,函数幅度和宽度的变化范围不宜过大. 经反复的电路实验,函数的幅度与宽度需要保持同样的变化规律,相邻的函数幅度应满足:

$$W_{y(i+1)} / W_{yi} < 1.5, i = 0, 1, 2, \dots \tag{7}$$

3 构造参数可调饱和函数序列产生多涡卷混沌吸引子

根据前面的分析,将式(1)的数学形式进一步改进,可构造参数可调的饱和函数序列.

$$\begin{aligned} f(x) = & \frac{A_0}{2q_0}(|x + q_0| - |x - q_0|) + \\ & \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{2q_i} \left\{ \left| x - (A_0 + A_i + 2 \sum_{j=1}^{i-1} A_j) + q_i \right| - \right. \\ & \left. \left| x - (A_0 + A_i + 2 \sum_{j=1}^{i-1} A_j) - q_i \right| \right\} + \\ & \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{2q_i} \left\{ \left| x + (A_0 + A_i + 2 \sum_{j=1}^{i-1} A_j) + q_i \right| - \right. \\ & \left. \left| x + (A_0 + A_i + 2 \sum_{j=1}^{i-1} A_j) - q_i \right| \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

这里的参数可调,是指饱和函数的幅度、宽度、斜率以及转折点等参数. 可以随着 A 、 q 的变化而变化,从而形成幅度、宽度、斜率各异的饱和函数序列. 计算幅度 W_{yi} 、宽度 W_{xi} 、斜率 k 、平移值 E_i 、转折点 Bp_i 各参数的公式为

$$\begin{cases} W_{xi} = W_{yi} = A_{i-1} + A_i, i = 1, 2, 3 \cdots N \\ k_i = \frac{A_i}{q_i}, i = 0, 1, 2 \cdots N \\ E_i = A_0 + A_i + 2 \sum_{j=1}^{i-1} A_j, i = 1, 2, 3 \cdots N \\ Bp_{2i} = E_i - q_i, Bp_{2i+1} = E_i + q_i, i = 1, 2, 3 \cdots N \end{cases} \quad (9)$$

现以 10 涡卷为例,给出产生大小均匀、大小间隔、中间大两边小、中间小两边大等 4 种不同类型 10 涡卷的参数取值,如下所示. 一般地,为了使涡卷形状更加美观,应采用斜率更大的饱和函数序列,也就是要 q 值尽可能小. 这里令 $q=0.002$,有

$$\begin{cases} \{A_0, A_1, A_2, A_3, A_4\} = \{1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0\} \\ \{A_0, A_1, A_2, A_3, A_4\} = \{1.0, 0.8, 1.0, 0.8, 1.0\} \\ \{A_0, A_1, A_2, A_3, A_4\} = \{1.2, 1.1, 1.0, 0.9, 0.8\} \\ \{A_0, A_1, A_2, A_3, A_4\} = \{0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2\} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4\} = \{500, 500, 500, 500, 500\} \\ \{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4\} = \{500, 400, 500, 400, 500\} \\ \{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4\} = \{600, 550, 500, 450, 400\} \\ \{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4\} = \{400, 450, 500, 550, 600\} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4\} = \{0, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0\} \\ \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4\} = \{0, 2.0, 3.6, 5.6, 7.2\} \\ \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4\} = \{0, 2.4, 4.6, 6.6, 8.4\} \\ \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4\} = \{0, 1.6, 3.4, 5.4, 7.6\} \end{cases} \quad (12)$$

按照上文所设计的混沌电路,根据式 (10) ~ (12),设计参数可调的多涡卷混沌电路,并按照上述要求调节电路中各个参数值,得到的结果如图 8 所示. 通过选择不同的参数,依次得到了大小相同、大小相间、中间大两边小、中间小两边大四种形状的多涡卷混沌吸引子.

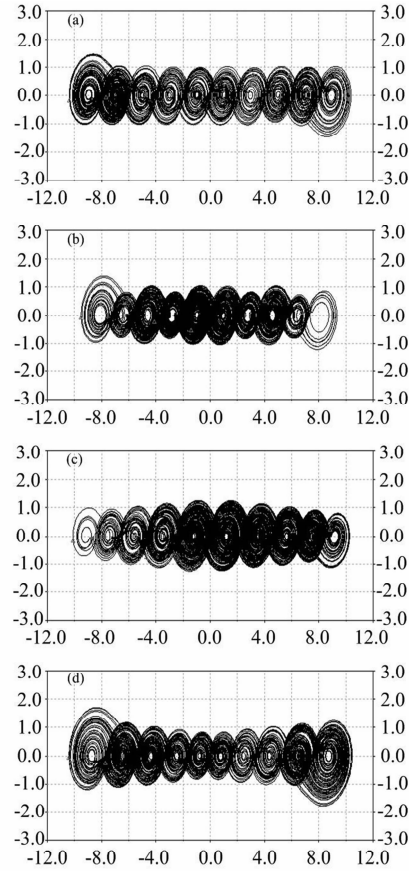


图 8 参数可调时饱和函数生成不同形状的多涡卷吸引子相图 (a)大小均匀;(b)大小相间;(c)中间大两边小;(d)中间小两边大

Fig. 8 Multi-scroll chaotic attractor of different shapes based on the function with the adjustable parameters (a) uniform size (b) size interval (c) large in the middle and small at the edges (d) small in the middle and large at the edges

实验表明,通过选择合适的参数,使得饱和函数的幅度、宽度、斜率、平衡点等参数可调,从而生成大小形状可控的多涡卷混沌吸引子. 在电路设计时,可以通过调节函数电路的参数,让输出信号保持在电路的动态范围内,从而使电路设计过程更加简易.

4 结论

以普通运算放大器作为有源器件,设计了饱和函数序列电路,可用于多涡卷混沌电路,运用理论

分析和电路仿真的方法,对电路的性能和函数参数对于混沌吸引子的影响进行了研究,得到了以下结论.

1) 本文设计的饱和函数序列电路,性能稳定,有利于混沌电路的应用. Jerk 系统为典型混沌系统,该电路可用于其他多涡卷混沌系统.

2) 饱和函数幅度、宽度、斜率等参数对多涡卷混沌吸引子相轨产生影响,进而影响多涡卷吸引子大小、形状和相空间分布.

3) 通过选择合适的参数,设计了参数可调的饱和函数序列,可以调控多涡卷吸引子的大小和形状,使得多涡卷混沌电路更加灵活,对电路的实际应用具有重要意义.

参 考 文 献

- 1 Sánchez-López C. Automatic synthesis of chaotic attractors. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217(9): 4350 ~ 4358
- 2 Liu C X, Yi J, Xi X C, et al. Research on the multi-scroll chaos generation based on Jerk Mode. *Procedia Engineering*, 2012, 29(4): 957 ~ 961
- 3 Zhang C X, Yu S M. Design and implementation of a novel multi-scroll chaotic system. *Chinese Physics B*, 2009, 18(1): 119 ~ 129
- 4 Yu S M, Lü J H, Leung H, et al. Design and implementation of n-scroll chaotic attractors from a general jerk circuit. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2005, 52(7): 1459 ~ 1476
- 5 Yu S M, Lü J H, Chen G R. A family of n-scroll hyperchaotic attractors and their realization. *Physics Letters A*, 2007, 364(3-4): 244 ~ 251
- 6 湛龙,彭海军,王德石. 一类多涡卷混沌系统构造方法研究. *物理学报*, 2008, 57(6): 3337 ~ 3341 (Chen L, Peng H J, Wang D S. Studies on the construction method of a family of multi-scroll chaotic systems. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(6): 3337 ~ 3341 (in Chinese))
- 7 孙克辉,艾星星,左婷等. 多涡卷 Chua 混沌吸引子的设计与性能分析. *动力学与控制学报*, 2015, 13(1): 11 ~ 17 (Sun K H, Ai X X, Zuo T, et al. Design of chua multi-scroll chaotic attractor and its performance analysis. *Journal of Dynamics and Control*, 2015, 13(1): 11 ~ 17 (in Chinese))
- 8 艾星星,孙克辉,贺少波等. 简化 Lorenz 多涡卷混沌吸引子的设计与应用. *物理学报*, 2014, 63(12): 120511 (Ai X X, Sun K H, He S B, et al. Design and application of multi-scroll chaotic attractors based on simplified Lorenz system. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(12): 120511 (in Chinese))
- 9 孙克辉,艾星星,贺少波. 多涡卷超混沌系统的设计与性能分析. *中南大学学报(自然科学版)*, 2015, 46(5): 1663 ~ 1672 (Sun K H, Ai X X, He S B. Design of multi-scroll hyperchaotic system and analysis on its characteristic. *Journal of Central South University*, 2015, 46(5): 1663 ~ 1672 (in Chinese))
- 10 Bao B C, Zhu L, Wang X F, et al. Generating multi-scroll chaotic attractor from a linear system driven by saturated function series. 2010 International Conference on Communications, Circuits and Systems, 2010: 747 ~ 751
- 11 陈仕必,曾以成,徐茂林等. 用多项式和阶跃函数构造网格多涡卷混沌吸引子及其电路实现. *物理学报*, 2011, 60(2): 020507 (Chen S B, Zeng Y C, Xu M L, et al. Construction of grid multi-scroll chaotic attractors and its circuit implementation with polynomial and step function. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(2): 020507 (in Chinese))
- 12 吴先明,何怡刚,于文新. 基于电流反馈放大器的网格多涡卷混沌电路设计与实现. *物理学报*, 2014, 63(18): 180506 (Wu X M, He Y G, Yu W X. Design and implementation of grid multi-scroll chaotic circuit based on current feedback operational amplifier. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(18): 180506 (in Chinese))
- 13 吴先明,张榜英. 基于 CFOA 的 2-D 网格多涡卷混沌电路的设计. *吉首大学学报(自然科学版)*, 2014, 35(6): 54 ~ 58 (Wu X M, Zhang B Y. Design of 2-D grid multi-scroll chaotic circuit based on CFOAs. *Journal of Jishou University*, 2014, 35(6): 54 ~ 58 (in Chinese))
- 14 Sánchez-López C, Trejo-Guerra R, Muñoz-pacheco J M, et al. N-scroll chaotic attractors from saturated function series employing CCII + s. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 61(61): 331 ~ 341
- 15 王春华,尹晋文,林愿. 基于电流传输器的网格多涡卷混沌电路的设计与实现. *物理学报*, 2012, 61(21): 210507 (Wang C H, Yin J W, Lin Y. Design and realization of grid multi-scroll chaotic circuit based on current conveyers. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(21): 210507 (in Chinese))
- 16 林愿,王春华,徐浩. 基于电流传输器的网格多涡卷混沌吸引子在混沌图像加密中的研究. *物理学报*, 2012,

61(24):240503 (Lin Y, Wang C H, Xu H. Grid multi-scroll chaotic attractors in hybrid image encryption algorithm based on current conveyor. *Acta Physica Sinica*, 2012,61(24):240503 (in Chinese))

17 左婷,孙克辉,艾星星等. 基于同向第二代电流传输器的网格多涡卷电路研究. 物理学报, 2014, 63(8): 080501 (Zuo T, Sun K H, Ai X X, et al. Grid multi-scroll chaotic circuit based on the second generation current conveyers. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(8):080501 (in Chinese))

18 Sánchez-López C, Fernández F V, Carbajal-Gómez V H, et al. Behavioral modeling of SNFS for synthesizing multi-scroll chaotic attractors. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2013, 14(7-8):463 ~ 469

19 Ortega-Torres E, Sánchez-López C, Mendoza-López J. Frequency behavior of saturated nonlinear function series based on opamps. *Revista Mexicana de Física*, 2013, 59(59):504 ~ 510

DESIGN OF SATURATED NONLINEAR FUNCTION SERIES CIRCUIT
AND ITS APPLICATION IN MUTI-SCROLL CHAOTIC CIRCUIT*

Zhang Ruikai Sun Kehui[†]

(School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract Taking the operational amplifier as the active devices, the saturated nonlinear function series circuit is designed, and the critical circuit frequency is determined. The saturated nonlinear function series circuit is applied into the multi-scroll chaotic circuit, and the influence of the amplitude, width, slope of the saturated nonlinear function series on multi-scroll chaotic attractor is also investigated. Moreover, a parameter adjustable chaotic circuit is designed based on the saturated nonlinear function series. The results show that the size and shape of the multi-scroll attractors can be adjusted by changing parameters. The designed saturated nonlinear function series circuit is stable and flexible, and it is propitious to the application of multi-scroll chaotic circuit.

Key words chaos, saturated nonlinear function series, multi-scroll chaotic attractor, chaotic circuit

Received 28 December 2015, revised 13 March 2016.
* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (61161006)
[†] Corresponding author E-mail: kehui@csu.edu.cn