

# 连通式油气悬架三轴重型车辆模型非线性动力学分析\*

曹东兴<sup>1,2†</sup> 李庆<sup>1,2</sup> 胡文华<sup>1,2</sup> 姚明辉<sup>1,2</sup> 张伟<sup>1,2</sup>

(1. 北京工业大学机电学院, 北京 100124) (2. 机械结构非线性振动与强度北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘要** 建立了基于连通式油气悬架的三轴重型车辆模型, 分别将路面不平度考虑为冲击激励、随机激励和正弦激励, 分析了连通式油气悬架的非线性特性对三轴重型车辆振动特性的影响, 并分析了连通式油气悬架的抗俯仰性能及抗侧倾性能; 将路面不平度考虑为正弦激励, 以路面不平度激励频率为参数, 通过分叉图、波形图、相图以及庞加莱截面分析了正弦激励作用下三轴重型车辆的非线性动力学响应, 仿真结果表明系统在不同激励条件下存在周期运动和混沌运动; 连通式油气悬架对重型车辆具有较好的抗侧倾和俯仰特性。

**关键词** 连通式油气悬架, 多轴, 非线性动力学

DOI: 10.6052/1672-6553-2015-65

## 引言

多轴重型车辆是为了满足运输单体超长超重货物和越野等特殊要求而开发设计的车辆, 在民用领域主要用于运输超重、超宽、超高的货物, 或改装为吊车、消防云梯车、泵车、油田修井车等等, 在军用领域主要用于运输和发射战略导弹。在车辆多种形式的悬挂系统中, 油气悬挂是一种新型的悬挂技术<sup>[1]</sup>, 它具有优越的非线性渐增性、可变刚度特性和良好的减振性能, 能够满足重载轮式工程车辆在各种复杂和恶劣的非公路路面下正常行驶的需要, 使车辆平顺性得到很大的提高<sup>[2]</sup>。其中连通式油气悬架系统还拥有较低的固有频率和较强的抗侧倾能力, 因此在工程车辆和高级轿车上正获得越来越广泛的应用<sup>[3-4]</sup>。

近年来, 国内外对基于连通式油气悬架的车辆模型进行了一些研究。2007年Wade Smith等<sup>[5]</sup>对连通式油气悬架的影响参数进行了具体分析。2010年, Cao等人<sup>[6-8]</sup>研究了连通式油气悬架在不同激励下的刚度和阻尼特性, 并研究了车辆在油气悬架不同连通方式下的抗俯仰与侧倾能力。2011年, 方新<sup>[9]</sup>研究了连通式油气悬架系统特性, 建立了连通式油气悬架系统刚度特性和阻尼特性的数学模型,

并对其刚度特性和阻尼特性进行分析。2013年林国问等人<sup>[10]</sup>进行了基于多轴连通式油气悬架的导弹发射车振动性能的研究, 建立了1/4导弹发射车的数学模型。国内外对于连通式油气悬架车辆的建模与分析大多采用线性化处理, 并且集中在两轴1/2车辆模型和多轴1/4车辆模型。

本文主要建立三轴九自由度的整车模型, 研究基于连通式油气悬架的三轴重型车辆模型的非线性动力学特性。其中三轴重型车辆采用三腔室油气悬架, 悬架对底盘的力为非线性力, 采用特殊的连通方式来增强车辆的抗俯仰和抗侧倾的性能。路面激励分别考虑为冲击激励、随机激励和具有不同相位差的正弦激励。根据哈密顿原理建立整车动力学方程, 并利用Matlab进行数值仿真。

## 1 连通式油气悬架数学模型

三腔室油气悬架如图1, 车身简化为刚体, 具有垂直、俯仰、侧倾三个自由度; 车轮简化为一个质量块, 与地面之间用弹簧连接, 轮胎做垂直运动。

假设油气悬架内气体为理想气体, 阻尼孔和单向阀间的油液流动简化为短孔节流作用, 忽略液压油管路流通过程中的压力损失, 根据短孔节流理论<sup>[11]</sup>, 则可求出悬架作用在底盘上的非线性力:

2015-03-02 收到第1稿, 2015-07-15 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金(11272016, 11172009, 11072008), 北京市自然科学基金(3122009), 北京市教委科研项目和北京工业大学人才项目的资助

† 通讯作者 E-mail: caostar@bjut.edu.cn

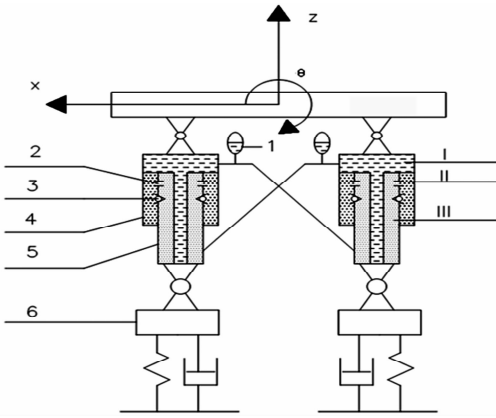


图1 连通式油气悬架模型

1. 蓄能器; 2. 阻尼孔; 3. 单向阀; 4. 缸筒; 5. 活塞杆; 6. 车轮

Fig. 1 Model of interconnected Hydro-pneumatic suspension

where, 1. accumulator; 2. damping hole; 3. one-way vale;

4. cylinder; 5. piston rod; 6. vehicle wheel

$$F_1 = a_1 [V_0 + A_1(z_b + x_1\theta - z_{r1}) - A_2(z_b + x_2\theta - z_{r2})]^{-1} - a_2 [V_0 + A_1(z_b + x_2\theta - z_{r2}) - A_2(z_b + x_1\theta - z_{r1})]^{-1} - c_1 \frac{(\dot{z}_b + x_1\dot{\theta} - \dot{z}_{r1})^2 \text{sign}(\dot{z}_b + x_1\dot{\theta} - \dot{z}_{r1})}{2[C_Z A_Z + 0.5 C_d A_d (1 - \text{sign}(\dot{z}_b + x_1\dot{\theta} - \dot{z}_{r1}))]^2} \quad (1)$$

$$F_2 = a_1 [V_0 + A_1(z_b + x_1\theta - z_{r1}) - A_2(z_b + x_2\theta - z_{r2})]^{-1} - a_2 [V_0 + A_1(z_b + x_2\theta - z_{r2}) - A_2(z_b + x_1\theta - z_{r1})]^{-1} - c_1 \frac{(\dot{z}_b + x_2\dot{\theta} - \dot{z}_{r2})^2 \text{sign}(\dot{z}_b + x_2\dot{\theta} - \dot{z}_{r2})}{2[C_Z A_Z + 0.5 C_d A_d (1 - \text{sign}(\dot{z}_b + x_2\dot{\theta} - \dot{z}_{r2}))]^2} \quad (2)$$

其中  $F_1, F_2$  分别为油气悬架 1, 2 对底盘的力,  $P_{F1}, P_{F2}$  分别为前油气悬架缸 I 腔和 II 腔的液压油压力,  $P_{R1}, P_{R2}$  分别为后油气悬架缸 I 腔和 II 腔的液压油压力,  $A_1, A_2$  分别为前后油气悬架缸 I 腔和 II 腔的有效横截面积,  $a_1 = A_1 P_0 V_0, a_2 = A_2 P_0 V_0, c_1 = A_2^3 \rho, P_0$  为静平衡时悬架蓄能器的气体压强,  $V_0$  为悬架蓄能器气体初始体积。

## 2 三轴重型车辆整车动力学模型

九自由度连通式油气悬架汽车模型如图 2 所示, 轮胎为集中质量, 与地面和底盘之间有一维弹簧阻尼元, 拥有垂向一个自由度, 底盘为刚体, 拥有垂直、俯仰、侧倾三个自由度。

进一步利用哈密顿原理可推导出九自由度连通式油气悬架车辆系统微分方程如下:

$$m\ddot{z}_{ii} + k(z_{ii} - z_{gi}) + F_i = 0 \quad (3a)$$

$$m_b \ddot{z}_b - \sum_{i=1}^n F_i = 0 \quad (3b)$$

$$J_x \ddot{\theta}_{bx} - \sum_{i=1}^n y_i F_i = 0 \quad (3c)$$

$$J_y \ddot{\theta}_{by} + \sum_{i=1}^n x_i F_i = 0 \quad (3d)$$

其中  $m$  为轮胎质量,  $m_b$  为车辆底盘质量,  $z_{ii}$  为第  $i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 个轮胎质心位移,  $z_b$  为车辆底盘质心垂直位移,  $\theta_{bx}, \theta_{by}$  分别为底盘相对  $x$  轴、 $y$  轴的旋转角度,  $J_x, J_y$  分别为底盘相对  $x$  轴、 $y$  轴的转动惯量,  $F_i$  为第  $i$  个油气悬架对底盘的力,  $k$  为轮胎与路面的连接刚度,  $z_{gi}$  为路面输入信号。

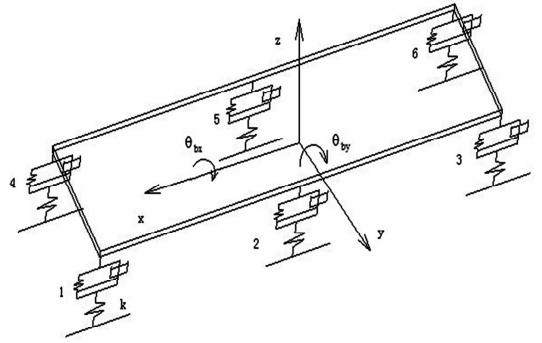


图2 三腔室油气悬架三轴整车模型

Fig. 2 Three axis vehicle model with three chamber

Hydro-pneumatic suspension

上述三轴重型车辆的悬架采用连通式油气悬架, 连通方式如图 3 所示。其中轴 1 的油气悬架 1、油气悬架 4 分别和轴 3 的油气悬架 3、油气悬架 6 连通, 增强车辆的抗俯仰特性; 轴 2 的油气悬架 2 和油气悬架 5 连通增强车辆的抗侧倾特性。根据第一节的计算方法, 可以计算出三轴重型车辆连通式油气悬架各个悬架对底盘的支撑力, 带入车辆系统动力学方程 (3a) - (3d) 中, 则可进一步求解三轴重型车辆系统动力学响应。

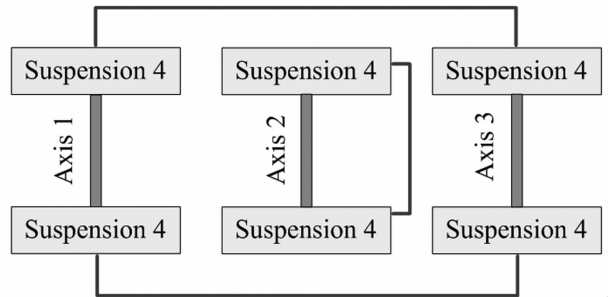


图3 油气悬架连通方式

Fig. 3 The connectedway of Hydro-pneumatic suspension

## 3 数值仿真

利用冲击激励、随机激励、正弦激励分别模拟不同的车辆行驶路况激励, 数值分析三轴重型车辆振动响应。冲击激励响应模拟车辆突然受到路面凸

起或凹陷时的系统响应,能反应车辆在公路路面受到破坏时车辆系统的振动情况. 随机激励响应模拟车辆行驶在越野等粗糙路面上时的响应,正弦激励模拟车辆行驶在公路等高速公路上时的响应. 三轴重型车辆各部件仿真参数取值如表 1 所示.

表 1 三轴重型车辆仿真参数

Table 1 Simulation parameters of the vehicle

Item	$m_b$	$m$	$J_x$	$J_y$	$k$	$P_0$	$V_0$
Unit	Kg	Kg	Kg/m <sup>2</sup>	Kg/m <sup>2</sup>	N/m	Pa	m <sup>3</sup>
Value	3480	100	2818	11275	181000	10 <sup>6</sup>	1.5×10 <sup>-3</sup>
Item	$C_z$	$A_z$	$C_d$	$A_d$	$A_1$	$A_2$	$\rho$
Unit	—	m <sup>2</sup>	—	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	Kg/m <sup>3</sup>
Value	0.78	5.7×10 <sup>-6</sup>	0.72	2×10 <sup>-3</sup>	9.5×10 <sup>-3</sup>	7×10 <sup>-3</sup>	0.89×10 <sup>3</sup>

3.1 冲击载荷作用下车身振动响应

将车轮简化为一个刚度为  $k$  的弹簧,因此初始值为 0 时,令  $z_{g1} = a$  ( $a$  为轮胎初始位移),相当于给轮胎一个冲击载荷. 对  $a$  赋值,将初始值置 0,进

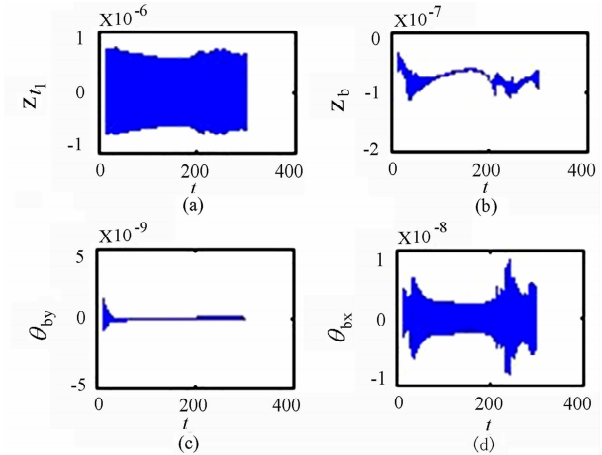


图 4  $a=0.01$ , 车辆振动响应图

Fig. 4 Vibration response diagram of the vehicle for  $a=0.01$

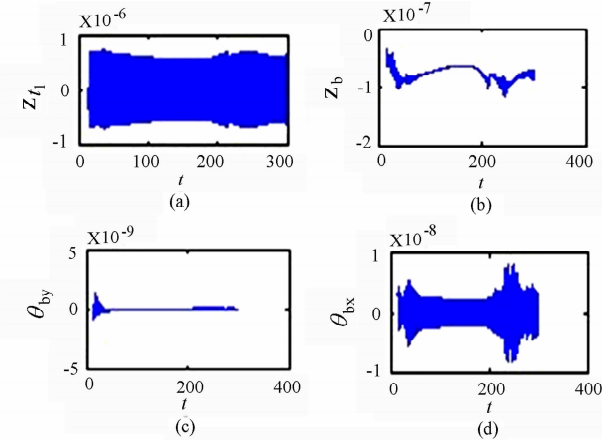


图 5  $a=0.05$ , 车辆振动响应图

Fig. 5 Vibration response diagram of the vehicle for  $a=0.05$

行仿真. 当  $a=0.01$ 、 $a=0.05$  和  $a=0.1$  时,车辆的振动响应分别如图 4、图 5 和图 6 所示.

比较图 4、图 5 和图 6 可以看出轮胎和车身的振动特性受冲击力影响不是很大,连通式油气悬架重型车辆俯仰和侧倾振动衰减很快,其中俯仰振动衰减比侧倾振动衰减快的多,这和油气悬架的非线性刚度特性相符,并与图 3 所示连通方式下车辆的抗俯仰特性大大强于抗侧倾特性相符.

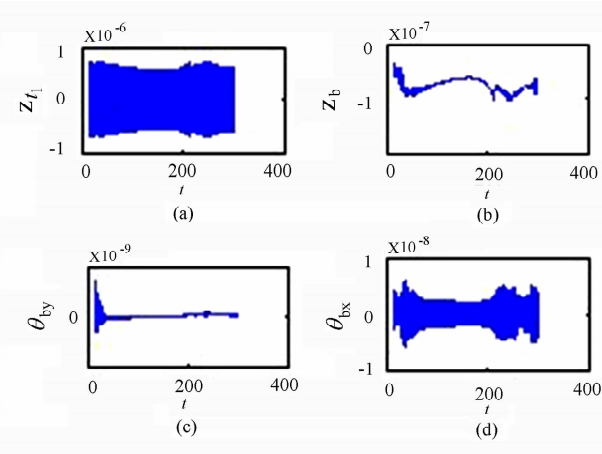


图 6  $a=0.1$ , 车辆振动响应图

Fig. 6 Vibration response diagram of the vehicle for  $a=0.1$

3.2 随机激励作用下车身振动响应

对车辆六个轮胎施加如图 7 所示的随机信号激励,通过数值仿真,三轴重型车辆轮胎、车身的振动响应分别如图 8 – 11 所示. 比较可知,在随机激励

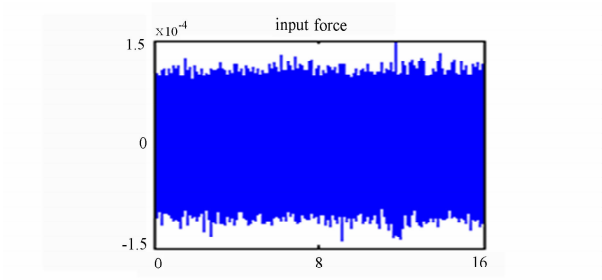


图 7 输入随机信号

Fig. 7 Inputted random signal

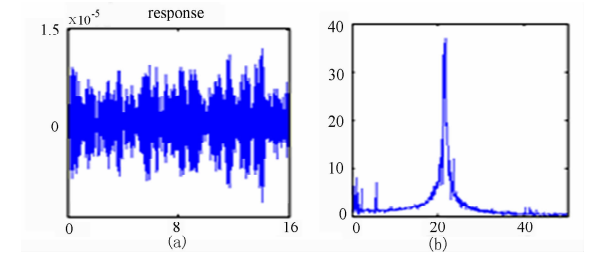


图 8 轮胎波形图和频谱图

Fig. 8 Oscillogram and spectrum of vehicle tire

作用下,由于连通式油气悬架优秀的减震性能,车身的垂直振动、侧倾振动明显减弱,并且由于图 3 的连通方式,三轴重型车辆的俯仰振动减震效果最好。

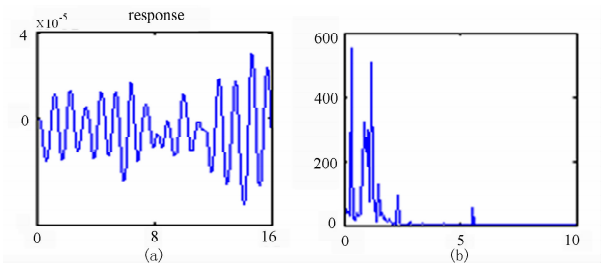


图 9 底盘  $z$  轴方向的波形图和频谱图  
Fig. 9 Oscillogram and spectrum of vehicle chassis in  $z$  direction

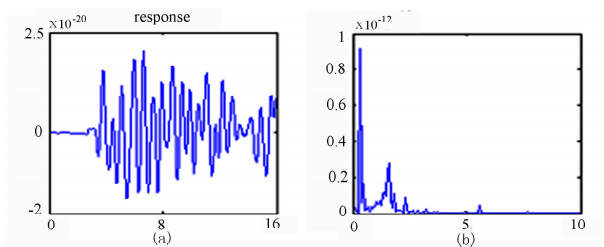


图 10 底盘  $\theta_{bx}$  方向的波形图和频谱图  
Fig. 10 Oscillogram and spectrum of vehicle chassis in  $\theta_{bx}$  direction

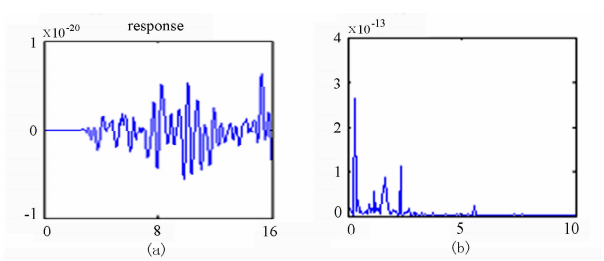


图 11 底盘  $\theta_{by}$  方向的波形图和频谱图  
Fig. 11 Oscillogram and spectrum of vehicle chassis in  $\theta_{by}$  direction

3.3 正弦激励作用下三轴重型车辆动力学响应

将路面激励简化为具有方程(4)形式的含有相位差的正弦激励,数值仿真三轴重型车辆振动响应。

$$\begin{aligned} z_{g1} &= A\sin(2\pi ft), \\ z_{g2} &= A\sin(2\pi ft + \frac{\pi}{6}), \\ z_{g3} &= A\sin(2\pi ft + \frac{\pi}{3}), \\ z_{g4} &= A\sin(2\pi ft + \frac{\pi}{6}), \\ z_{g5} &= A\sin(2\pi ft + \frac{\pi}{3}), \\ z_{g6} &= A\sin(2\pi ft + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \tag{4}$$

令  $A=0.01$  ( $A$  为正弦激励振幅),图 12、图 13

和图 14 分别是三轴重型车辆底盘垂直振动、侧倾振动和俯仰振动关于激振频率  $f$  的分岔图。比较发现,三种振动在相同激励频率下振动方式基本保持一致,图中出现了周期运动和混沌运动窗口。

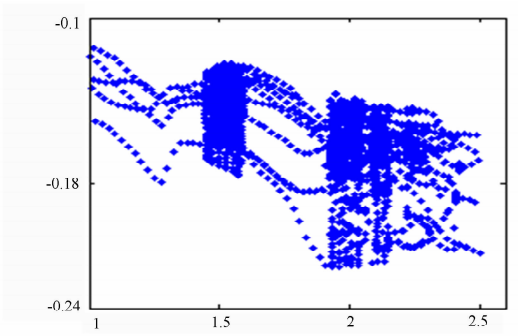


图 12 底盘  $z$  方向关于频率  $f$  的分岔图  
Fig. 12 Bifurcation diagram of the frequency for vehicle chassis in  $z$  direction

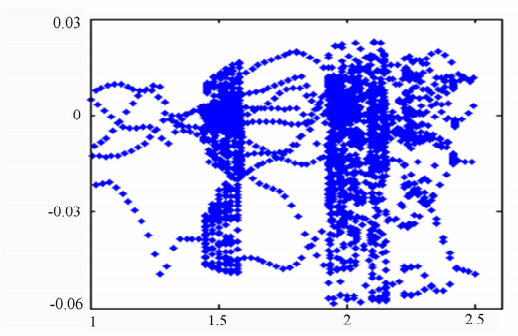


图 13 底盘  $\theta_{bx}$  方向关于频率  $f$  的分岔图  
Fig. 13 Bifurcation diagram of the frequency for vehicle chassis in  $\theta_{bx}$  direction

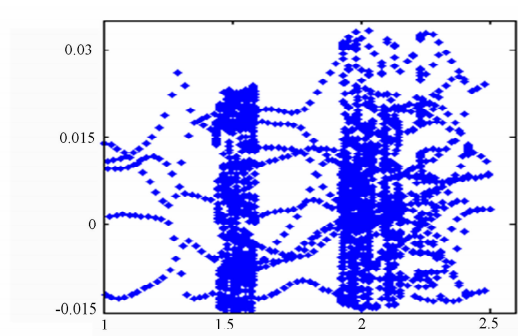


图 14 底盘  $\theta_{by}$  方向关于频率  $f$  的分岔图  
Fig. 14 Bifurcation diagram of the frequency for vehicle chassis in  $\theta_{by}$  direction

图 15、图 16 和图 17 分别为  $f=1.1$ 、 $f=1.49$  和  $f=1.7$  时三轴重型车辆底盘垂直方向振动响应的波形图、相图、poincare 截面和频谱图,车辆振动分别呈现单倍周期运动、概周期运动和二倍周期运动。

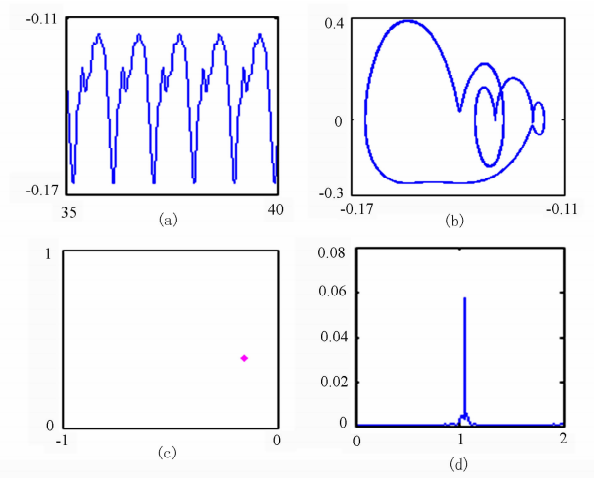


图 15  $f=1.1\text{Hz}$  底盘  $z$  方向振动响应

Fig. 15 Nonlinear dynamical response of vehicle chassis for  $f=1.1\text{Hz}$

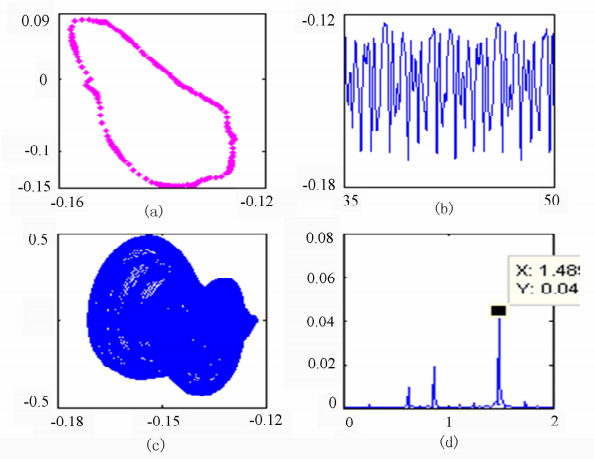


图 16  $f=1.49\text{Hz}$  底盘  $z$  方向振动响应

Fig. 16 Nonlinear dynamical response of vehicle chassis for  $f=1.49\text{Hz}$

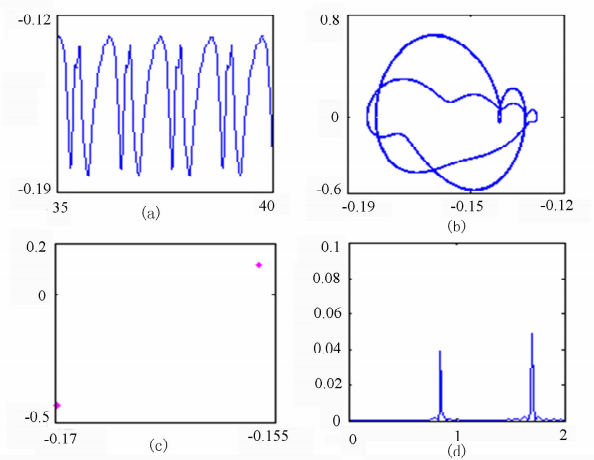


图 17  $f=1.7\text{Hz}$  底盘  $z$  方向振动响应

Fig. 17 Nonlinear dynamical response of vehicle chassis for  $f=1.7\text{Hz}$

4 结论

建立了基于连通式油气悬架的三轴重型车辆的九自由度整车动力学模型,并通过数值仿真分析了车辆模型动力学特性. 结果表明:针对本文研究的油气悬架连通方式,在冲击载荷和随机载荷作用下,三轴重型车辆俯仰振动减震效果较好,车身的垂直振动、侧倾振动明显减弱,车辆抗俯仰特性强于抗侧倾特性;在正弦周期激励作用下,随着激励频率的改变,三轴重型车辆系统出现周期振动、概周期振动和混沌振动等复杂的动力学响应. 混沌运动是一种极其不稳定的运动形式,严重影响驾驶的安全性和乘坐的舒适性,在驾驶基于连通式油气悬架的三轴重型车辆行驶时,应尽量避免或快速通过使车辆系统产生混沌运动的频带范围. 本文的研究对重型车辆的设计及运行具有一定的参考价值,并对车辆减震系统的设计提供一定的理论依据.

参 考 文 献

- 曹培雷. 重型车辆悬架系统优化与仿真[硕士学位论文]. 吉林: 吉林大学, 2011 (Cao P L. Optimization and simulation of heavy vehicle suspension system [Master's Degree Thesis]. Jilin: Jilin University, 2011 (in Chinese))
- Godar D N. Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication system. *IEEE Transactions on Communicate*, 1980, 28(11):1867~1875
- Solomon U, Padmanabhan, Chandramouli. Hydro-gas suspension system for a tracked vehicle: Modeling and analysis. *Journal of Terramechanics*, 2011,2(48):125~137
- Giliomee C L, Els P S. Semi-active hydropneumatic spring and damper system. *Journal of Terramechanics*, 1998,35(2):109~117
- Smith W, Zhang N, Jeyakumaran J. High frequency parameter sensitivity in hydraulically interconnected suspensions. In: Australasian Congress on applied Mechanics, Brisbane, Australia. Engineers Australia. 2007
- Cao D P, Rakheja S, Su C Y. Roll-and pitch-plane coupled hydropneumatic suspension Part 1: Feasibility analysis and suspension properties. *Vehicle System Dynamics*, 2010,48(3):361~386
- Cao D P, Rakheja S, Su C Y. Roll-and pitch-plane-coupled hydropneumatic suspension Part 2: dynamic response

- analyses. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 48 (4): 507 ~ 528
- 8 Cao D P, Rakheja S, Su C Y. Dynamic analyses of roll plane inter-connected hydro-pneumatic suspension systems. *Vehicle Design*, 2008, 47(1-4): 51 ~ 80
- 9 方新. 连通式油气悬架系统特性的研究[硕士学位论文]. 大连:大连理工大学, 2011 (Fang X. Research of hydro-pneum suspension system [Master's Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2011 (in Chinese))
- 10 林国问, 马大为, 朱忠领. 基于多轴连通式油气悬架的导弹发射车振动性能研究. 振动与冲击, 2013, 32 (12): 144 ~ 149 (Lin G W, Ma D W, Zhu Z L. Research of missile launch vehicle vibration performance which is based on the multiaxial hydropneum suspension system. *Vibration and Shock*, 2013, 32 (12): 144 ~ 149 (in Chinese))
- 11 许福玲, 陈晓明. 液压与气压传动. 北京: 机械工业出版社, 2004 (Xu F L, Chen X M. Hydraulic and pneumatic transmission. Beijing: China Machine Press, 2004 (in Chinese))

## NONLINEARDYNAMICS ANALYSIS OF THREE AXIS HEAVY VEHICLES WITH HYDRO-PNEUMATIC SUSPENSION\*

Cao Dongxing<sup>†</sup> Li Qing Hu Wenhua Yao Minghui Zhang Wei

(1. College of Mechanical Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

(2. Beijing Key Laboratory of Nonlinear Vibrations and Strength of Mechanical Structures, Beijing 100124, China)

**Abstract** In this paper, the nonlinear governing equations was established for a three-axis heavy vehicle model with the inter-connected hydro-pneumatic suspension. Considering three pavement conditions including impact incentive, random incentive and sine incentive, the nonlinear dynamic responses of the vehicle were studied in detail. The effect of the inter-connected hydro-pneumatic suspension on the behvaiour of the three axis heavy vehicle were also discussed. For the case of road sinusoidal periodic excitation, the bifurcation diagram, the waveform, phase portrait, Poincare map and power spectrum are presented with the different road roughness excitation frequency. Numerical results showed that there exist periodic motions and chaotic motions for the heavy vehicle system. And it is beneficial for shock absorption of multiple axis heavy vehicles by using inter-connected hydro-pneumatic suspension.

**Key words** inter-connected hydro-pneumatic suspension, multi-axis, nonlinear dynamics

Received 02 March 2015, revised 15 July 2015.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11272016, 11172009, 11072008), Beijing Municipal Natural Science Foundation (3122009), Beijing Municipal Commission of Education and Beijing University of Technology.

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: caostar@bjut.edu.cn