转子-轴承系统中滚动球轴承的 非线性动力学相似特性研究^{*}

罗忠^{1†} 郭健¹ 唐瑞¹ 韩清凯² 王德友³ (1. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110819) (2. 大连理工大学机械工程学院, 大连 116023) (3. 中航工业集团沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110042)

摘要 针对转子-轴承系统中滚动球轴承的动力学相似问题,提出一种考虑非线性振动特性的轴承系统相似 模型建立方法.首先,建立滚动球轴承整体的非线性振动微分方程,运用积分模拟法推导了轴承整体的非线 性振动特性相似关系,并结合滚动球轴承的动力学相似关系得到滚动球轴承系统的相似设计准则;其次,应 用所得的相似准则,以深沟球轴承 C204JUT 为原型、6208 为模型进行数值仿真实例计算,通过采用 Newmark-β 算法计算得到的分叉图分析了转速ω、径向载荷 F_r、阻尼 C 及径向游隙 γ 大小对原型和模型轴承系 统振动位移或速度响应的影响;最后,通过对比原型和模型的各参数(ω、F_r、C,γ)分叉图中分叉区间、趋于稳 定运动参数值大小以及进入稳定周期运动时的稳态响应值大小验证相似准则的准确性和有效性.通过分析 得到以下结论:①滚动球轴承非线性振动特性参数(如振动响应、结构阻尼等)相似关系可由轴承结构参数 相似关系确定;②原型与模型非线性运动的分叉图形状一致,且模型能够很好的预测原型稳态振动响应,因 此可将模型轴承用来预测原型轴承的非线性振动行为.

关键词 转子-轴承系统, 滚动球轴承, 非线性特性, 动力学相似

DOI: 10.6052/1672-6553-2015-050

引言

轴承作为转子-轴承系统中重要支承部件,其 动力学特性对系统振动特性影响较大^[1-2].在进行 转子-轴承系统相似研究时,轴承部分往往只以特 定刚度矩阵参入研究,但轴承为组合件,其结构与 运动的复杂性决定此种形式必然导致所建立的相 似模型不精确,相似模型不能准确预测出原型动力 学特性,因此,对滚动球轴承系统动力学特性相似 的研究尤为重要.

关于轴承动力学相似研究的开展时间较早,但 文献并不多见. 早在 1969 年, Constantinescu 得出动 压滑动轴承定常气体润滑膜的相似准则,并指出其 相似准则与哈里森数(Harrison's number)相等^[3]. 后来,2007 年, 文献[4] 基于相似理论分析了滚动 轴承保持架模型的动力相似判据,得到模型保持架 和实物保持架各动力参数的相似关系,并进行了保持架模型动态特性试验.2008年,文献[5]用量纲分析法推导得变桨距回转轴承的静力模型和动力模型的相似准则,并用有限元方法验证了相似准则的正确性.2009年,文献[6]针对舰船尾部滚动轴承运用相似理论推导出相应相似准则,并建立了试验台架模拟实船尾部轴承受力和润滑的关系.2013年,文献[7]推导了滚动球轴承动力学相似关系,并依据赫兹理论计算原型及模型接触刚度,验证所推相似关系准确性.以上研究工作都忽略了非线性因素,但在实际工程中很多动力学现象用线性理论解释不清楚,必须考虑非线性因素^[8-10],这也是非线性动力学被受到广大学者越来越重视的重要原因.

前期学者的研究只针对单个轴承或其某个部件(如保持架)的相似问题进行研究,对轴承系统相似问题的研究从未涉及.本文基于滚动球轴承系

²⁰¹⁵⁻⁰⁵⁻¹⁴ 收到第1稿,2015-06-29 收到修改稿.

^{*}国家重点基础研究发展计划项目(2012CB026005)、国家自然科学基金资助项目(51105064,11572082)、教育部基本科研业务费专项资金 资助项目(N150304004,N140301001)及大连理工大学精密与特种加工教育部重点实验室研究基金资助项目(JMTZ201602)

[†] 通讯作者 E-mail: zhluo@ mail. neu. edu. cn

统非线性振动微分方程,结合滚动球轴承动力学相 似关系,推导出滚动球轴承系统相似关系,并采用 算例验证所得相似关系的准确性.

1 滚动球轴承非线性振动方程建立

滚动球轴承由滚动体、保持架及内、外环组成, 其中滚动体与内、外环之间有相对运动,其对轴承 振动特性有重要影响,转子-轴承系统中滚动球轴 承结构如图1所示.



图 1 滚动球轴承系统结构示意图 Fig. 1 General view of the rolling-bearing system

图 1 中, d_i 为轴承内滚道直径; d_o 为轴承外滚 道直径; d_m 为轴承中径; D_b 为滚动体直径; β 为轴 承滚动体的工作接触角;z为滚动体数. 设 ω 为轴 承内环的转动速度; F_i 为径向载荷; δ 为轴承内外 圈相对位移,图中虚线表示受载后内圈位置. 则轴 承中第j个滚动体在时间t时的位置角度 θ_i 为^[11]:

$$\theta_j = \frac{2\pi}{z}(j-1) + \omega_c t \quad (j=1,2,\cdots,z) \tag{1}$$

式中, ω_c 为滚动体公转角速度, $\omega_c = \omega \cdot d_i / (d_i + d_o)$.

由赫兹接触理论知,滚动球轴承在工作过程中 由于滚动体与内、外环的接触变形会产生非线性轴 承力,将其分解到 x、y 方向可表示为^[12]:

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = K_n \sum_{j=1}^{z} (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \gamma)_+^{3/2} \begin{bmatrix} \cos \theta_j \\ \sin \theta_j \end{bmatrix}$$
(2)

式中, $K_n = \left[\frac{1}{(1/K_i)^{2/3} + (1/K_o)^{2/3}}\right]^{3/2}$, 其中 $K_i \, K_o$ 分别为滚珠与内外滚道接触刚度,可由赫兹接触理 论求得; 下标"+"表示 $x\cos\theta_j + y\sin\theta_j - \gamma > 0$, 当 $x\cos\theta_j + y\sin\theta_j - \gamma \leq 0$ 时,滚动体与环道不接触,接 触变形为0,反之存在接触变形; γ 为径向游隙. 由于一般认为滚动轴承的交叉刚度很小可以忽 略不计,因此可由式(2)得到轴承系统的刚度为^[13]:

$$\begin{bmatrix} K_{x} \\ K_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{x}}{\partial x} \\ \frac{\partial Q_{y}}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} K_{n} \sum_{j=1}^{z} (x \cos \theta_{j} + y \sin \theta_{j} - \gamma)_{+}^{1/2} \begin{bmatrix} \cos^{2} \theta_{j} \\ \sin^{2} \theta_{j} \end{bmatrix}$$
(3)

轴承在运转过程中不仅受恒定的径向外载荷 力作用,而且还不可避免的受到由轴承中存在的不 平衡量引起的周期性不平衡力的作用^[14].故根据 Lagrange 方程可建立转子-轴承系统中的滚动球轴 承的非线性振动方程^[15]:

$$\frac{M\ddot{x} + C\dot{x} + K_x x = F_r + Me_m \omega^2 \cos\omega t}{M\ddot{v} + C\dot{v} + K_v = Me_v \omega^2 \sin\omega t}$$
(4)

式中, *M* 为轴承系统的质量; *C* 为轴承系统的阻尼; *e*_m 为轴承系统的不平衡量偏心距.

滚动轴承运转过程中会发生变刚度振动 (Varyingcompliance vibration),即当内环转动时,滚 动体每通过载荷的作用线一次,就产生一次周期性 的振动.变刚度振动是由轴承径向载荷引起的非线 性振动特性,其振动频率 f_{xe} 与滚动体的数目和滚动 体的公转角速度有关,可表示为^[16]:

$$f_{vc} = \frac{\omega_{vc}}{2\pi} = \frac{\omega_c z}{2\pi}$$
(5)

2 滚动球轴承非线性相似关系建立

2.1 滚动球轴承动力学相似关系

作者在文献[6]中已由量纲分析法推导了滚 动球轴承动力学相似关系,其相似关系为:

$$\lambda_{F_r} = \lambda_z \lambda_{D_b}^2 \lambda_{d_m}^{3/5} \lambda_{\cos\beta}^{2/5}; \ \lambda_{\delta} = \lambda_{D_b} \lambda_{d_m}^{2/5} \lambda_{\cos\beta}^{-2/5}$$
$$\lambda_{\omega} = \lambda_{\delta}^{-1/2} = \lambda_{D_b}^{-1/2} \lambda_{d_m}^{-1/5} \lambda_{\cos\beta}^{1/5}; \ \lambda_k = \lambda_z \lambda_{D_b} \lambda_{d_m}^{1/5} \lambda_{\cos\beta}^{4/5}$$
(6)

式中,λ_i 为参数 *i* 的相似比,是模型与原型的比值; *k* 为轴承接触刚度.

2.2 滚动球轴承非线性振动相似关系

由轴承非线性振动方程式(4)可知:滚动球轴 承系统振动的激振力主要由径向外载荷和不平衡 力两个部分组成.

将积分模拟法运用到式(4)中,可得滚动球轴

承系统相似准则为:

$$\pi_1 = \omega t; \pi_2 = M x \omega^2 / F_r; \pi_3 = C x \omega / F_r;$$

$$\pi_4 = K_x x / F_r; \pi_5 = M e_m \omega^2 / F_r;$$
(7)

结合滚动球轴承动力学相似关系式(6),由式 (7)可得出滚动球轴承非线性振动相似关系:

$$\lambda_{F_r} = \lambda_M = \lambda_z \lambda_{D_b}^2 \lambda_{d_m}^{3/5} \lambda_{\cos\beta}^{2/5};$$

$$\lambda_x = \lambda_y = \lambda_{e_m} = \lambda_\gamma = \lambda_{D_b} \lambda_{d_m}^{2/5} \lambda_{\cos\beta}^{-2/5};$$

$$\lambda_\omega = \lambda_{D_b}^{-1/2} \lambda_{d_m}^{-1/5} \lambda_{\cos\beta}^{1/5};$$

$$\lambda_C = \lambda_z \lambda_{D_b}^{3/2} \lambda_{d_m}^{2/5} \lambda_{\cos\beta}^{3/5}$$

(8)

由于轴承非线性力的振动频率与外激励频率 存在式(5)的关系,故可得出滚动球轴承外激励频 率相似比为:

$$\lambda_{\omega_{zc}} = \frac{\lambda_z \lambda_{d_i}}{\lambda_{d_m}} \lambda_{\omega} = \lambda_z \lambda_{D_b}^{-1/2} \lambda_{d_m}^{-6/5} \lambda_{d_i} \lambda_{\cos\beta}^{1/5}$$
(9)

3 实例验证

以深沟球轴承 C204JUT 及 6208 分别作为计算 原型及模型,对比其非线性特性,如不同转速、径向 载荷、阻尼及径向游隙下的位移、速度及加速度响 应值等^[17],验证所推得滚动轴承非线性振动相似 关系准确性,其基本参数如表1所示.

表 1 深沟球轴承 C204JUT 及 6208 参数

Table 1 The parameters of C204JUT and 6208

Essential parameters	C204JUT	6208
Bore diameter $d_i(mm)$	29.1	40
Outside diameter $d_o(mm)$	39.96	80
Medium diameter d_m (mm)	34.53	60
Curvature radius of inner raceway $r_i(mm)$	2.79	6.18
Curvature radius of outer raceway $r_o(mm)$	2.83	6.3
Contact angle $\beta(\circ)$	0	0
Rolling ball number z	8	9
Ball diameter D_b (mm)	5.43	12

由式(8)、(9)可计算出原型与模型相似比: $\lambda_{F_r} = \lambda_M = 7.6540; \lambda_x = \lambda_y = \lambda_{e_m} = \lambda_y = 2.7565;$ $\lambda_{\omega} = 0.6023; \lambda_{\omega_{w}} = 0.6768; \lambda_c = 4.6101$

3.1 响应随转速变化

设原型计算初始参数: $F_{rp} = 5N$; $\gamma_p = 20\mu m$; e_{mp} =0m; $M_p = 1kg$; $C_p = 300N \cdot s/m$.则模型计算初始参 数: $F_{rm} = \lambda_{F_r}F_{rp} = 37.27N$; $\gamma_m = \lambda_{\gamma}\gamma_p = 55.13\mu m$; M_m = $\lambda_M M_p = 7.6540kg$; $C_m = \lambda_c C_p = 1383.03N \cdot s/m$.

采用 Newmark-β 法求解原型及模型振动方程, 可得出原型及模型随转速变化位移分叉图,如图 2



图 2 随转速变化位移分叉图



对比图 2 可以看出,原型及模型均经历非周期 -1 周期-非周期-1 周期-非周期,最后由 2 周期变为 1 周期振动,直至稳定过程,且原型进入稳定周期 时转速为 19600r/min,模型进入稳定周期时的转速 为 12530r/min,原型及模型非线性现象相同.

分别做出原型在转速 19600r/min、模型在转速 12530r/min 时的稳态位移响应图,如图 3 所示.







3.2 响应随径向力变化

设原型计算初始参数: $\omega = 10000$ r/min; $\gamma_p = 20\mu$ m; $e_{mp} = 0$ m; $M_p = 1$ kg; $C_p = 300$ N·s/m.则模型 计算初始参数: $\omega_m = \lambda_\omega \omega_p = 6768$ r/min; $\gamma_m = \lambda_\gamma \gamma_p = 55.13\mu$ m; $M_m = \lambda_M M_p = 7.6540$ kg; $C_m = \lambda_c C_p = 1383.03$ N·s/m.

采用 Newmark-β 法求解原型及模型振动方程, 可得出原型及模型随径向力变化速度分叉图,如图 4 所示.

对比图 4 可以看出,原型及模型均经历非周期-1 周期-非周期-1 周期振动,直至稳定过程,且原型进 入稳定周期时径向力为 22.3N,模型进入稳定周期 时径向力为 139.3N,原型及模型非线性现象相同.

分别做出原型在径向力 23N、模型在径向力 140N 时的稳态位移响应图,如图 5 所示.



图 4 随径向力变化速度分叉图

Fig. 4 Bifurcation diagrams: velocity-radial loading relationships



图5 稳态速度响应值

Fig. 5 The time history curves of the steady velocity $% \left[{{{\mathbf{F}}_{{\mathbf{F}}}} \right]$

3.3 响应随阻尼变化

设原型计算初始参数: $\omega = 10000$ r/min; $\gamma_p = 20$ µm; $e_{mp} = 0$ m; $M_p = 1$ kg; $F_r = 5$ N.则模型计算初始 参数: $\omega_m = \lambda_\omega \omega_p = 6768$ r/min; $\gamma_m = \lambda_\gamma \gamma_p = 55.13$ µm; $M_m = \lambda_M M_p = 7.6540$ kg; $F_{rm} = \lambda_F_r F_{rp} = 37.27$ N.

采用 newmark-β 法求解原型及模型振动方程, 可得出原型及模型随阻尼变化位移分叉图,如图 6 所示.



图 6 随阻尼变化位移分叉图 Fig. 6 Bifurcation diagrams; displacement-damping relationships

对比图 6 可以看出,原型及模型均经历非周期 -1 周期,直至稳定过程,且原型进入稳定周期时阻 尼为 190N · s/m,模型进入稳定周期时阻尼为 899N · s/m,原型及模型非线性现象相同.

分别做出原型在阻尼 190N · s/m、模型在阻尼 899N · s/m 时的稳态位移响应图,如图 7 所示.





Fig. 7 The time history curves of the steady displacement

3.4 响应随径向游隙变化

设原型计算初始参数: $\omega = 10000$ r/min;C = 300N · s/m; $e_{mp} = 0$ m; $M_p = 1$ kg; $F_r = 5$ N. 则模型计算初始参 数: $\omega_m = \lambda_\omega \omega_p = 6768$ r/min; $C_m = \lambda_c C_p = 1383.03$ N · s/ m; $M_m = \lambda_M M_p = 7.6540$ kg; $F_{rm} = \lambda_{F_r} F_p = 37.27$ N.

采用 Newmark-β 法求解原型及模型振动方程, 可得出原型及模型随径向游隙变化速度分叉图,如 图 8 所示.



图 8 随径向游隙变化速度分叉图

Fig. 8 Bifurcation diagrams: velocity-radial clearance relationships

对比图 8 可以看出,原型及模型均经历1 周期 -非周期-1 周期,直至稳定过程,且原型进入稳定周 期时径向游隙为 13.3μm,模型进入稳定周期时径 向游隙为 40.5μm,原型及模型非线性现象相同.

分别做出原型在径向游隙 14μm、模型在径向 游隙 41μm 时的稳态速度响应图,如图9所示.





Fig. 9 The time history curves of the steady velocity

由图 2~9 可以得出原型及模型非线性特性相 关参数,对比原型、模型、模型预测原型的对应参数 值,结果如表 2 所示. 由表2可以看出,模型能够准确预测出原型稳态响应值,进一步验证所推滚动球轴承非线性相似 关系准确性.

表 2	原型、模型及模型预测参数值对比
-----	-----------------

Table 2 Comparison of the results from the prototype, the model and the prediction

	Rotational speed		Radial force		Damping		Radial clearance	
	Steady speed (r/min)	Steady displacement (10 ⁻⁵ m)	Steady force (N)	Steady velocity (10 ⁻³ m/s)	Steady damping (N•s/m)	Steady displacement (10 ⁻⁵ m)	Steady radial clearance (µm)	Steady velocity (10 ⁻³ m/s)
Prototype	19600	2.122	22.3	5.614	190	2.150	13.3	2.067
Model	12530	5.859	139.3	9.793	899	5.938	40.5	3.117
Prediction	18514	2.125	18.2	5.897	195	2.154	14.7	1.877
Error(%)	5.54%	0.14%	18.39%	5.04%	2.63%	0.19%	10.53%	9.19%

4 结论

本文基于滚动球轴承系统振动方程,结合滚动 球轴承动力学相似关系,推导出滚动球轴承系统相 似关系,通过具体实例数值验证,可得出如下结论:

(1)滚动球轴承系统非线性振动相似关系与轴 承自身结构参数相似关系之间存在一定的关系式;

(2)依据本文所推相似关系式建立的滚动球轴 承系统相似模型能准确预测出原型系统的非线性现 象及系统进入稳态状态下各参数数值及响应值.

参考文献

- 曹宏瑞,李亚敏,何正嘉等. 高速滚动轴承-转子系统时 变轴承刚度及振动响应分析. 机械工程学报, 2014,50 (15):73~81 (Cao H R, Li Y M, He Z J, et al. Time varying bearing stiffness and vibration response analysis of high speed rolling bearing-rotor systems. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014,50(15):73~81 (in Chinese))
- 2 李宏坤,赵利华,练晓婷.非线性刚度转子-轴承支承松 动故障的特征分析.动力学与控制学报,2011,9(3): 233~237 (Li H K, Zhao L H, Lian X T. Characteristics analysis on nonlinear rigid rotor-bearing system with pedestal looseness fault. *Journal of Dynamics and Control*, 2011,9(3):233~237 (in Chinese))
- 3 Constantinescu V N. Gas lubrication. New York: ASME, United Engineering Center, 1969
- 4 杨茹萍,邓四二,李建华等. 轴承组件轴承保持架放尺模型试验研究. 航空动力学报, 2007, 22(4):666~671 (Yang R P, Deng S E, Li J H, et al. Research on bearing cage through expanded-model test. *Journal of Aerospace*

Power, 2007,22(4):666~671 (in Chinese))

- 5 杨丕珠,李彦,赵武等. 变桨距回转轴承模型试验相似准则研究. 机械设计与制造, 2008,(11):117~119 (Yang PZ, LiY, Zhao W, et al. Study on the similarity standard of the model test for slewing bearing. *Machinery Design and Manufacture*, 2008,(11):117~119 (in Chinese))
- 6 姚世卫,王贤锋,张克龙等. 舰船尾部轴承试验相似准则 研究. 舰船科学技术,2002,24(S1):53~57(Yao S W, Wang X F, Zhang K L, et al. The research on ship stern bearing by using similarity standard. *Ship Science and Technology*, 2002,24(S1):53~57(in Chinese))
- 7 罗忠,陈晓兵,于清文等. 轴承-转子系统中滚动球轴承的动力学相似设计. 东北大学学报(自然科学版), 2013,34(9):1296~1299 (Luo Z, Chen X B, Yu Q W, et al. Dynamic similarity design of rolling ball bearing in bearing rotor system. *Journal of Northeastern University* (*Natural Science*), 2013,34(9):1296~1299 (in Chinese))
- 8 Yao M H, Chen Y P, Zhang W. Nonlinear vibrations of blade with varying rotating speed. *Nonlinear Dynamics*, 2012,68(4):487~504
- 9 Yao M H, Zhang W. Using the extended Malenkov method to study multi-pulse chaotic motions of a rectangular thin plate. *International Journal of Dynamics and Control*, 2014,2(3):365 ~ 385
- 10 Yang X D, Zhang W. Nonlinear dynamics of axially moving beam with coupled longitudinal-transversal vibrations. Nonlinear Dynamics, 2014,78(4):2547 ~ 2556
- 11 Harsha S P. Nonlinear dynamic analysis of a high-speed rotor supported by rolling element bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 2006,290(1):65 ~ 100
- 12 唐云冰,高德平,罗贵火.滚动轴承非线性轴承力及其 对轴承系统振动特性的影响.航空动力学报,2006,21

(2):366~373 (Tang Y B, Gao D P, Luo G H. Nonlinear bearing force of the rolling ball bearing and its influence on vibration. Journal of Aerospace Power, 2006, 21 (2):366~373 (in Chianese))

- 13 Sunnersjo C S. Varying compliance vibrations of rolling bearings. Journal of Sound and Vibration, 1978, 58(3): 363~373
- Yadav H K, Upadhyay S H, Harsha S P. Nonlinear dy-14 namic analysis of high speed unbalanced rotor supported on deep groove ball bearings considering the preload effect. In: Proceedings of International Conference on Advances in Tribology and Engineering Systems. Springer India, 2014:481~490
- 韩宝财,唐六丁,李云龙等.转子-滚动轴承系统非线性 15

动力学分析.噪声与振动控制,2008,28(4):20~23 (Han B C, Tang L D, Li Y L, et al. Nonlinear dynamics analysis of the rotor rolling bearing system. Noise and Vibration Control, 2008, 28(4): 20 ~ 23 (in Chinese))

- 16 Upadhyay S H, Jain S C, Harsha S P. Non-linear vibration signature analysis of a high-speed rotating shaft due to ball size variations and varying number of balls. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2009,223(2):83~105
- 周艳,张伟.复合材料层合板的双 Hopf 分叉分析.动力 17 学与控制学报,2015,13(3):161~164 (Zhou Y, Zhang W. Double hopf bifurcation of composite laminated thin plate. Journal of Dynamics and Control, 2015, 13(3): 161 ~ 164 (in Chinese))

SIMILARITY RESEARCHON THE NONLINEAR DYNAMIC CHARACTERISTICS **OF ROLLING BEARING IN ROTOR-BEARING SYSTEM***

Guo Jian¹ Tang Rui¹ Han Qingkai² Luo Zhong^{1†} Wang Deivou³

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

(2. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

(3. AVIC Shenyang Aero-engine Design Institute, Shenyang 110042, China)

A similarity model considering the nonlinear dynamic characteristics of rolling ball bearing in rotor-Abstract bearing system was put forward to examine the problem of dynamic similarity. The nonlinear vibration differential equation of rolling ball bearing was firstly established. The similarity relationship on the nonlinear dynamic characteristics was deduced by the integral simulation method, and the similarity design criteria of the rolling ball bearing was then achieved. Afterwards, the groove ball bearing of C204JUT and 6208 were set as a prototype and a model for numerical simulation, respectively. The effect of rotational speed, radial load Fr, damping C and radial clearance on the vibration displacement and velocity of rolling ball bearing system were investigated by bifurcation. Finally, through comparing the bifurcation range, the stable parameter value, the response value for the stable motion in the bifurcation diagram, the similarity criteria was verified. The conclusions were obtained as follow: i) The similarity relationship of the nonlinear vibration characteristics for the rolling ball bearing can be established by its structural similarity. ii) The bifurcation shape of the prototype and the model was consistent, and the steady response of the model matched that of the prototype very well.

Key words rotor-bearing system, rolling ball bearing, nonlinear characteristics, dynamic similarity

Received 14 May 2015, revised 29 June 2015.

^{*} The project supported by the National Program on Key Basic Research Project (2012CB026005), the National Science Foundation of China (51105064,11572082), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (N150304004, N140301001) and the Key Laboratory for Precision & Non-traditional Machining of Ministry of Education, Dalian University of Technology (JMTZ201602)

[†] Corresponding author E-mail: zhluo@ mail. neu. edu. cn