基于移相法的结构主动控制时滞补偿效果分析*

李建强 王修勇[†] 孙洪鑫 陈茂生 (湖南科技大学土木工程学院,湘潭 411201)

摘要 结构控制中由于信号传输及作动器机电转换必然引起时滞,对控制效果产生不利影响.本文提出了 结构主动控制移相法时滞补偿策略,以单自由度结构为算例,分析了时滞大小、采样间隔、主动控制中权矩 阵取值、结构阻尼比以及速度与位移不同时滞等情况下移相法的补偿效果.结果表明,移相法对结构时滞情 况具有很好的补偿效果,时滞大小、权矩阵取值和速度与位移不同时滞时,会影响移相法对结构时滞补偿效 果;但采样间隔,结构阻尼比不会影响移相法对结构时滞补偿效果.

关键词 主动控制, 时滞, 时滞补偿, 移相法

DOI: 10.6052/1672-6553-2015-026

引言

在结构的控制过程中存在着时滞现象^[1-2],信 号的采集和传输、控制器的计算、作动器的作动过 程等都会产生时滞,时滞对控制系统的性能有很大 的影响,将使得控制稳定性变差和控制效果降低, 甚至可能产生负效应[3-4]. 在结构控制时滞补偿研 究方面, Abdel-Rohman^[5]提出了 Taylor 级数展开 法,该方法是将时滞微分方程的时滞项按 Taylor 级 数进行展开,在时滞量比较小的情况下,对结构时 滞补偿情况较好;Mc Greery^[6]提出了状态预估法, 该方法也利用了 Taylor 级数法,所以用该方法来补 偿时滞时,结构的时滞量不能过大,而且状态预估 法的效率对所估计状态的精度有依赖;Chung 等^[7] 最早提出了移相法,能够很好地补偿结构存在的时 滞情况;田石柱等^[8]通过结构主动控制试验,对三 种时滞补偿方法的有效性进行了理论和实验研究: 孙清等^[9]使用磁流变阻尼器对结构进行控制,采用 移相法对磁流变中出现的时滞进行补偿;蔡国平、 黄金枝等[10-11]针对离散时间系统和连续时间系统 分别给出一种时滞问题处理方法,该方法在整个设 计过程中无需做任何假设处理,不但能处理小时滞 量问题,也能处理大时滞量问题;郭军慧等^[12]研究 了大跨空间网格结构风致振动的改进神经网络控 制方法及控制系统中时滞问题的神经网络补偿方 法;刘军龙等^[13]提出了基于位移反馈控制的主动 增加时滞补偿新方法,大量仿真分析和试验结果表 明所提方法能够在保证系统稳定性的同时获得一 定可观的补偿效果.虽然国内外提出了许多针对时 滞的补偿方法,但对于结构及控制参数如主动控制 中权矩阵、结构阻尼比、时滞大小、采样间隔与位移 和速度时滞大小等的选取可能会对控制效果产生 影响,目前尚没有这方面的研究报道.本文分析了 时滞大小、采样间隔、主动控制中权矩阵取值、结构 阻尼比以及速度与位移不同时滞等情况下移相法 的补偿效果.

1 考虑时滞时线性控制系统的控制方程

在地震作用下 n 个自由度受控结构体系,其运动方程

 $MX(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = B_sU(t) + DX_g(t)$ (1) 式中,*M*,*C*和*K*分别为被控结构体系的质量矩阵, 阻尼矩阵和刚度矩阵;*X*(t)为结构体系相对于地面 的位移反应列向量;*X_g*(t)为地震加速度输入;*B_s* 为控制装置位置矩阵;*U*(t)为控制力输入向量;*D* 为地震作用位置矩阵.

† 通讯作者 E-mail:xywang_cs@ sina.com

²⁰¹⁵⁻⁰²⁻⁰² 收到第1稿,2015-04-19 收到修改稿.

^{*}国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2015CB057702),国家自然科学基金资助项目(51378203)和湖南省研究生科研创新项目(CX2015B496)

设状态向量 $Z(t) = [X(t)\dot{X}(t)]^{T}$,则方程(1) 转化为状态方程

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BU(t) + DX_{a}(t)$$
⁽²⁾

式中,Z(t)为状态向量;A为系统矩阵;B为控制装置位置矩阵;D为地震作用矩阵.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}B_s \end{bmatrix} \quad D = -MI$$

采用经典的线性二次型最优控制算法时,二次 型目标函数作如下选取

$$J(t) = \frac{1}{2} \int_0^{t^f} \left[Z^T(t) Q Z(t) + U^T(t) R U(t) \right] dt \ (3)$$

应用最优控制理论,在满足外激励为零均值的 随机过程的前提下,得到使此二次型目标函数达到 最小的最优控制力及 Riccati 方程

$$U(t) = R^{-1} P Z(t) \tag{4}$$

$$PA + A^{T}P - PBR^{-1}B^{T}P + Q = 0$$
⁽⁵⁾

式中, t_f 为外激励的作用时间;Q, R分别为状态向量Z(t)和控制力向量U(t)的权矩阵.

权矩阵 Q、R 分别为:

$$Q = \alpha \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \qquad R = \beta I \tag{6}$$

若控制系统存在时滞 τ 的情况下,则在 t 时刻 产生的最优控制力为 $U(t - \tau)$,于是状态方程为:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BU(t-\tau) + DX_g(t)$$
(7)

由于时滞 τ 的存在, 使控制系统利用 LQR 控制算法计算得出的控制力不能满足实际过程中所需要的最优控制力,其结果是使控制系统的控制效果下降, 同无时滞理想条件相比, 结构响应增大, 不能更好的起到减小振动的作用.

基于移相法的结构主动控制时滞补偿方法-移相法

由结构主动控制最优控制原理可知,对于多自 由度系统,第 *i* 阶模态对控制力的贡献可表示为:

$$u_i(t) = -g_{1i}q_i(t) - g_{2i}\dot{q}_i(t)$$
(8)

然而在实际的控制过程中,存在着时滞 τ. 第 *i* 阶模态对控制力的贡献可表示为:

 $u_{i}(t-\tau) = -g_{1i}q_{i}(t-\tau_{x}) - g_{2i}\dot{q}_{i}(t-\tau_{x}) \quad (9)$

对 g_{1i} 和 g_{2i} 进行补偿后,位移与速度的增益变 成 g'_{1i} 和 g'_{2i} ,即:

 $u_i(t-\tau) = -g'_{1i}q_i(t-\tau_x) - g'_{2i}\dot{q}_i(t-\tau_x)$ (10) 式中, q_i 为第 *i* 振型坐标; g_{1i} 和 g_{2i} 分别为理想情况 下的位移和速度反馈增益; g'_{1i} 和 g'_{2i} 分别为修正后 的位移和速度反馈增益; *τ*_{*} 为位移反馈力时滞, *τ*_{*} 为速度反馈力时滞. 为了使实际控制系统等价于理 想控制系统,则公式(8)与公式(10)相等,即:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= -g_{1i}q_i(t) - g_{2i}\dot{q}_i(t) = -g'_{1i}q_i(t - \tau_x) \\ \tau_x) - g'_{2i}\dot{q}_i(t - \tau_x) \end{aligned}$$

假设实际工程中位移反馈力时滞大小为 τ_x ,速 度反馈力时滞大小为 τ_x ,则相对于固有频率为 ω_i 的第*i*阶模态,位移和速度反馈力的相位分别落后 为 $\omega_i \tau_x, \omega_i \tau_x$.



图 1 反馈控制力与结构响应的相位图 Fig. 1 Phasor diagram of the feedback forces and the response for a real system

由于相位的滞后,第 *i* 模态的位移反馈力可分解 为 $(g'_{1i}cos\omega_i\tau_x)q_i(t)$ 和 $(-g'_{1i}sin\omega_i\tau_x)q_i(t)/\omega_i$;同理,第 *i* 模态的速度反馈力可分解为 $(g'_{2i}sin\omega_i\tau_x)q'_i(t)$ 和 $(g'_{2i}cos\omega_i\tau_x)q'_i(t)$.为了使实际控制系统等价于理 想控制系统,两系统必须有相同的刚度和阻尼,即

$$\begin{bmatrix} g'_{li} \\ g'_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega_i \tau_x & \omega_i \sin\omega_i \tau_x \\ -(1/\omega_i) \sin\omega_i \tau_x & \cos\omega_i \tau_x \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_{1i} \\ g_{2i} \end{bmatrix} = D_i \begin{bmatrix} g_{1i} \\ g_{2i} \end{bmatrix}$$
(11)

式中

$$D_{i} = \frac{1}{\cos\omega_{i}(\tau_{x} - \tau_{x})} \begin{bmatrix} \cos\omega_{i}\tau_{x} - w_{i}\sin & \omega_{i}\tau_{x} \\ (1/w_{i})\sin\omega_{i}\tau_{x} & \cos\omega_{i}\tau_{x} \end{bmatrix}$$

对于具有 n 个自由度的系统, 振型补偿矩阵 D_e 通过 D_i 聚集而成, D_e 为 2n × 2n 维矩阵(即4个 n×n 对角矩阵). 四个子对角矩阵由下式确定:

$$\begin{cases} D_{e}(i,i) = \frac{\cos\omega_{i}\tau_{x}}{\cos\omega_{i}(\tau_{x} - \tau_{x})}; \\ D_{e}(i,i+n) = \frac{-\omega_{i}\sin\omega_{i}\tau_{x}}{\cos\omega_{i}(\tau_{x} - \tau_{x})} \\ D_{e}(i+n,i) = \frac{\sin\omega_{i}\tau_{x}}{\omega_{i}\cos\omega_{i}(\tau_{x} - \tau_{x})}; \\ D_{e}(i,i) = \frac{\cos\omega_{i}\tau_{x}}{\cos\omega_{i}(\tau_{x} - \tau_{x})} \end{cases}$$
(12)

式中,*i*=1,2,….

将振型补偿矩阵 D_e 转换为状态空间矩阵D,

则可得到

$$D = \psi_s D_e \psi_s^{-1} \tag{13}$$

式中, $\psi_s = [\psi 0; 0 \psi], \psi$ 是系统的阵型矩阵. 这样就可以得到时滞补偿增益矩阵 *G*'

 $G' = DG \tag{14}$

式中,G为理想状态下无时滞的状态反馈增益矩阵.

3 移相法时滞补偿控制效果分析

为了说明实际问题,现以单自由度为例说明: 结构质量 $m = 1.2 \times 10^6$ kg,刚度为 $k = 4.2 \times 10^7$ N/ m,阻尼比 $\zeta = 0.05$ 、权矩阵系数 $Q = \alpha \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, R = \beta I. 式中, \alpha, \beta 为待定系数,结构的外干扰为 E1 Centro (NS, 1940)地震波.$

3.1 采样时间间隔对补偿效果的影响分析

取权矩阵参数 $\alpha = 5 \times 10^3$, $\beta = 4 \times 10^{-4}$, 采样时 间间隔是 0.02、0.04、0.06 秒时, 计算的 LQR 控制 结构减振率、时滞时结构减振率和补偿后结构的减 振率如表 1.

	表1 不同采样间隔时滞补偿效果
Table 1	Time delay compensation results with different sampling intervals

Sampling interval(s)	Time delay(s)	Vibration reduction rate by LQR algorithm(%)	LQR reduction rate with time delay (%)	Vibration reduction rate by delay compensation(%)
	0.06		55.84	59.80
0.02	0.12	61.42	42.68	56.84
0.02	0.18		18.90	53.40
	0.22		-64.20	51.51
	0.12		42.93	54.22
0.04	0.20	58.79	9.66	50.08
	0.24		- 85.21	48.75
0.06	0.12	60.64	49.14	56.63
0.06	0.24	00.04	- 11.84	53.54

注:负数表示时滞的位移响应比无控时候的位移响应大.

上表可以看出:(1)从表1看出,在采样间隔分 别为0.02s、0.04s和0.06s而时滞大小均为0.12s情 况下,补偿后结构减振率分别为56.84%、54.22%和 56.63%,可以看出采样间隔的大小对补偿效果影响 不大;(2)在采样时间间隔为0.02s条件下,时滞大 小为0.06s时补偿效果如图2,时滞大小为0.18s时 补偿效果如图3,时滞时间为0.22s时补偿效果如图 4.总体来看,时滞较大的情况下移相法补偿效果较 好,时滞较小时补偿效果不明显,采用移相法进行时 滞补偿都能取得很好的控制效果;(3)采用不同时间 间隔采样可以得到相似的结论.



图 2 采样时间间隔 0.02s 时时滞 0.06s 时补偿图 Fig. 2 Compensation of 0.06s time-delay for the sampling interval of 0.02s



图 3 采样时间间隔 0.02s 时时滞 0.18s 时的补偿图 Fig. 3 Compensation of 0.18s time-delay for

the sampling interval of 0.02s



图 4 采样时间间隔 0.02s 时时滞 0.22s 时的补偿图 Fig. 4 Compensation of 0.22s time-delay for the sampling interval of 0.02s

3.2 权矩阵取值对移相法补偿效果的影响分析

小有关,下面讨论 α , β 的变化对移相法补偿效果的

由公式(6)知,权矩阵 Q, R 的取值跟 α, β 的大 影响. 如表 2.

表 2 不同 α , β 情况时滞补偿效果

Table 2	Time	delay	compensation	results	with	different	α,β
---------	------	-------	--------------	---------	------	-----------	-----

α (10 ³)	β (10 ⁻⁴)	$\frac{\alpha/\beta}{(10^7)}$	Vibration reduction rate by LQR algorithm(%)	LQR reduction rate with time delay (%)	Vibration reduction rate by delay compensation(%)
2.00		0.50	49.98	12.43	42.32
3.00		0.75	54.66	14.21	46.86
4.00		1.00	58.52	0.67	50.02
5.00	4.00	1.25	61.42	-11.80	52.36
6.00		1.50	63.64	- 19.36	54.16
7.00		1.75	65.49	-22.48	55.69
8.00		2.00	67.00	-22.63	56.29
2.00	2 00	1.00	58.52	0.67	50.02
1.00	2.00	0.50	49.18	12.43	42.32
2.00	1.00	2.00	67.00	-22.48	56.29

注:负数表示时滞后的位移响应比无控时候的位移响应大.

可以看得出,参数 α , β 的大小对结构减振率和移相法对结构时滞补偿效果没有影响,而仅与 α , β 比值的大小有关;如 α , β 的值不同,却 α , β 比值为 1×10^7 时结构的减振率和补偿后结构的减振率都 为 58. 52% 和 50. 02%.

3.3 结构阻尼比 ζ 对移相法补偿效果的影响分析

在 $\alpha = 5 \times 10^3$, $\beta = 4 \times 10^{-4}$, 时滞大小为0.18s 的情况下, 阻尼比 ζ 从 0.01 变化到 0.1 的过程中 LQR 算法对结构减振率以及移相法对 0.18s 时滞 补偿情况的影响, 如图 5. 从图可看出, 随着阻尼比 ζ 从0.01变化到 0.1 增大, 在时滞大小相同的情况 下, LQR 算法得出的结构减振率在减小, 对时滞情 况进行补偿, 补偿后结构减振率也在减小, 但补偿 的效果基本没变.



图5 不同阻尼比*ξ*时的控制率

Fig. 5 Control rate under different damping ratio ξ

 3.4 位移与速度不同时滞时移相法补偿效果分析 由公式(9)知,位移反馈力时滞 τ_x 和速度反馈
 力时滞 τ_x也可以影响着控制力 U,假设位移反馈力 时滞 τ_x 和速度反馈力时滞 τ_x不相同时,对移相法 时滞补偿情况的影响.下面分两种情况进行讨论. 3.4.1 情况1—位移时滞时间与速度时滞时间相 差一个步长

在 $\alpha = 5 \times 10^3$, $\beta = 4 \times 10^{-4}$, 阻尼比 $\zeta = 0.05$ 情况下位移与速度相差一个步长时移相法对时滞的补偿情况如表 3.

从表3可以得知:(1)位移和速度时滞大小不一致时,补偿效果是不一样的.如位移时滞0.08s, 速度时滞0.10s和位移时滞0.10s,速度时滞0.08s 时,LQR控制未时滞结构减振率都为61.42%,但 前者时滞补偿结构减振率为60.39%,后者为 56.37%;(2)当位移与速度时滞大小相差一个采 样周期时,位移时滞小于速度时滞时补偿效果优于 位移时滞大于速度时滞的情况.如位移时滞0.08s, 速度时滞0.10s和位移时滞0.10s,速度时滞0.08s 时补偿后结构减振率为60.39%和56.37%,明显 前者接近无时滞情况下结构减振率61.42%.

3.4.2 情况 2—位移时滞时间与速度时滞时间相 差多个步长

在 $\alpha = 5 \times 10^3$, $\beta = 4 \times 10^{-4}$, 阻尼比 $\zeta = 0.05$ 情况 下分别固定位移与速度的时滞让速度与位移的时滞 大小在变化的情况, 看移相法对时滞补偿情况如表 4.

从表4可以得知:当位移的时滞大小为0.18s 时,速度时滞大小从0.10s到0.16s变化的过程中, 补偿后结构减振率从42.91%变化到51.18%,但 当速度的时滞大小为0.18s时,位移时滞大小从0. 10s到0.16s变化的过程中,补偿后结构减振率从 65.06%变化到 56.76%. 说明位移时滞与速度时 滞不同时,补偿效果是不同的.

表 3 位移与速度时滞不同的时间时时滞补偿效果

Table 3 Time-delay compensation results with different time delay of displacement and velocity

Time delay by	Time delay by displacement	Vibration reduction rate by	LQR reduction rate with	Vibration reduction rate by
velocity feedback (s)	feedback (s)	LQR algorithm (%)	time delay (%)	delay compensation ($\%$)
0.08	0.10		48.24	56.37
0.10	0.12		42.68	54.85
0.12	0.14		35.80	53.52
0.14	0.16		27.67	52.29
0.16	0.18		18.90	51.18
0.18	0.20	61 42	- 11.80	50.33
0.10	0.08	01.42	52.47	60.39
0.12	0.10		48.24	59.74
0.14	0.12		42.68	58.90
0.16	0.14		32.80	57.90
0.18	0.20		27.69	56.76
0.20	0.22		18.90	55.53

注:负数表示时滞后的位移响应比无控时候的位移响应大.

表4 位移与速度时滞时间变化时移相法的补偿效果

Table 1 Time-delay compensation results with time - delay variation of displacement and velocity

Time delay by velocity feedback (s)	Time delay by displacement feedback (s)	Vibration reduction rate by LQR algorithm(%)	LQR reduction rate with time delay (%)	Vibration reduction rate by delay compensation(%)
0.16			18.90	51.18
0.14	0.18		18.90	48.80
0.12			18.90	46.03
0.10		61 42	18.90	42.91
	0.16	01.42	27.69	56.76
0.19	0.14		35.80	60.11
0.18	0.12 0.10		42.68	63.10
			48.24	65.06

注:负数表示时滞后的位移响应比无控时候的位移响应大.

4 结论

本文通过对结构主动控制时滞补偿的参数研 究,得出以下结论

(1)采样时间间隔的大小不影响着移相法补偿的效果.但采样时间间隔越大,系统趋于不稳定.

(2)采用移相法对结构时滞进行补偿的时候 要合理的选用 α,β 的比值,它的比值影响着控制系 统的稳定性.

(3)阻尼比 ζ 的变化影响着 LQR 控制的减振 率,但不影响补偿的效果.

(4)速度和位移时滞不同时间时,对移相法的 补偿效果是不同的,但不管是速度还是位移时滞补 偿,移相法都具有较好的补偿效果.

参考文献

学报,1997,10(3):273~278. (Hu H Y. On dynamics in vibration control with time delay. *Journal of Vibration Engineering*, 1997,10(3):273~278 (in Chinese))

- 2 马新娜,杨绍普.时滞在磁流变主动控制系统中的影响. 动力学与控制学报,2012,10(3):228~233(Ma X L, Yang S P. Effect of time delay on MRD active control system. *Journal of Dynamics and Control*,2012,10(3):228~ 233 (in Chinese))
- 3 Hu H Y, Wang Z H. Nonlinear dynamics of controlled mechanical systems with time delays. *Progress in Natural Science*, 2000,10(11):801~811
- 4 徐龙河,周云,李忠献. MRFD 半主动控制系统的时滞 与补偿. 地震工程与工程振动,2001,21(3):127~131 (XuLH, ZhouY, LiZhX. Time-delay and compensation of MRFD semi-active control system. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2001,21(3):127 ~131 (in Chinese))
- 5 Abdel-Rohman M. Time-delay effects on active damped structures. Journal of Engineering Mechanics-ASCE, 1987, 113(11):1709~1719

85

- 6 McGreery S, Soong T T. An experiments study of time delay compensation in active structural control. In: Proceedings of the sixth International Modal Analysis Conference, SEM, 1988:1733 ~ 1739
- 7 Chung L L, Reinhorn A M. Experiments on active control of seismic structures. Journal of Engineering Mechanics-ASCE, 1988,114(2):241 ~ 256
- 8 田石柱,李暄,欧进萍.结构主动控制系统时间滞后测量与补偿方法.地震工程与工程振动,2000,20(4):101~105 (Tian S Zh, Li X, Ou J P. Methods for measuring and compensating time delay of active structural control system. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2000,20(4):101~105 (in Chinese))
- 9 孙清,张智谦,周进雄等.时滞对结构振动半主动控制 效果的影响.应用力学学报,2002,19(3):77~80 (Sun Q, Zhang Zh Q, Zhou J X et al. Effects of Time Delay on Semi-active Control of Structural Vibration. *Chinese Journal* of Applied Mechanics, 2002,19(3):77~80 (in Chinese))
- 10 Cai G P, Huang J Z. Optimal control method for seismi-

cally excited building structures with time-delay in control. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2002,128 $(6):602 \sim 612$

- 11 Cai G P, Huang J Z. An optimal control method for linear systems with time delay. *Journal of Computers and Structures*, 2003,81(15):1539~1546
- 12 周岱,郭军慧. 空间结构风振控制系统的神经网络时滞 补偿. 空间结构,2008,14(2):8~13 (Zhou D,Guo J H. Time delay compensation for wind-induced vibration control system of spatial latticed structure with neural network. *Spatial Structures*, 2008,14(2):8~13 (in Chinese))
- 13 刘军龙,代晶辉,张春巍等.基于位移反馈控制的主动 增加时滞补偿方法及其试验验证.振动与冲击,2011, 30(6):185~189 (Liu J L, Dai J H,Zhang Ch W et al. Time delay compensation method based on displacement feedback and active increasing of time delays and its experimental verification. *Journal of Vibration and Shock*, 2011,30(6):185~189 (in Chinese))

ANALYSIS ON TIME-DELAY COMPENSATION OF ACTIVE CONTROL SYSTEMS BASED ON PHASE SHIFT METHOD*

Li Jianqiang Wang Xiuyong[†] Sun Hongxin Chen Maosheng

(School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract The signal transmission and electromechanical conversion of actuator cause time delay of structural control. Definitely, it adversely affects the control performance. In this paper, a phase shift algorithm for the time-delay of active structural system was proposed. The random earthquake response of structures with single degree of freedom subjected to E1 Centro was studied. The compensation effect of time-delay size, sampling interval, active control weighting matrix values, structural damping ratio, delays of different speed and displacement were analyzed based on the phase shift method. The results showed that the phase shift method is absolutely effective. Time-delay size, active control weighting matrix values and the delays of different speed and displacement affect the compensation effect, but the sampling interval and structural damping ratio make little influence on the compensation effect.

Key words active structural control, time delay, time delay compensation, phase shift method

Received 2 February 2015, revised 19 April 2015.

^{*} The project supported by the National Basic Research Program of China (973 Program-2015CB057702), The National Natural Science Foundation of China (51378203) and the Graduate Research and Innovation Projection In Hunan Province(CX2015B496)

[†] Corresponding author E-mail:xywang_cs@ sina. com