

机床无刷直流电机系统的分岔分析与控制*

张中华[†] 付景超 邓冠男

(东北电力大学理学院, 吉林 132012)

摘要 文章主要研究了机床无刷直流电机系统的 Hopf 分岔控制问题. 首先, 对系统进行分岔分析, 通过计算极限环曲率系数判定系统的 Hopf 分岔类型; 然后设计 Washout 滤波器对系统进行分岔控制, 根据 Hopf 分岔理论给出使原系统 Hopf 分岔位置发生改变的参数条件, 利用 Normal Form 方法计算出受控系统的 Hopf 分岔正规型, 根据正规型的实部大小判定 Hopf 分岔类型, 给出使原系统 Hopf 分岔类型发生改变的参数条件; 并借助 MATLAB 软件对理论结果进行数值仿真, 理论结果和数值仿真表明: 控制器中的线性增益能使系统在所期望的参数值处发生 Hopf 分岔, 甚至消除 Hopf 分岔, 控制器中的非线性增益能改变原系统的 Hopf 分岔类型及极限环幅值的大小. 研究结果对无刷直流电动机系统的工程实际具有一定的指导意义.

关键词 Hopf 分岔, 分岔控制, Washout 滤波器, 无刷直流电机

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-024

引言

无刷直流电动机系统是集永磁同步电机、位置检测元件和驱动控制电路于一体的机电一体化产品, 它既具备交流电动机结构简单、运行可靠、维护方便等一系列优点, 又具备直流电动机运行效率高、无励磁损耗等优点, 在伺服和驱动系统中得到广泛应用. 但在实际运行当中, 在一定的参数条件下, 系统会出现分岔行为, 进而导致混沌运动, 表现为电流波形出现不规则的电流噪声, 电机转速忽大忽小, 随机波动, 电机运行性能不稳定等. 这种混沌现象在机床, 特别是在精密机床的传动系统中是不允许出现的, 因此对直流电机系统分岔、混沌及其控制方面的研究一直备受关注. 但到目前为止, 大部分文献主要集中研究非线性动力系统的分岔行为及混沌控制问题^[1-2]. 文献[3]建立了无刷直流电机的等效无量纲模型, 分析了模型解的稳定性情况. 文献[4]在此基础上进一步研究了无刷直流电机的 Hopf 分岔行为和混沌现象, 但没有进行这方面的控制. 文献[5-7]在文献[3-4]的基础上分别采用不同的方法对无刷直流电机的混沌现象进行控制, 从而保证了电机运行性能的稳定性. 但对

系统的分岔控制没有研究, 分岔是导致混沌产生的一种途径, 对系统进行分岔控制有时可避免混沌的产生, 进而减少混沌对系统造成的危害. 文献[8-10]利用这种方法对混沌系统进行了分岔控制.

基于上述原因, 本文在文献[4]和文献[7]的基础上, 对无刷直流电机系统的等效非线性数学模型进行研究, 首先讨论系统的 Hopf 分岔类型, 然后设计 washout 滤波器对系统的 Hopf 分岔行为进行控制, 进而控制混沌的产生, 保证电机运行性能稳定性. 主要利用 Hopf 分岔理论及 Normal Form 直接方法, 给出原系统 Hopf 分岔点提前、延迟或消失应满足的参数条件和原系统 Hopf 分岔类型发生改变应满足的参数条件, 并借助 MATLAB 软件对理论结果进行数值仿真, 分别给出控制前、控制后的分岔图以及分岔周期解振幅(极限环幅值)随参数变化的曲线图. 通过理论及仿真结果说明控制器的有效性.

1 系统分岔分析

在转子磁场定向坐标系($d-q$)中, 由电压平衡方程和转矩平衡方程可得无刷直流电机状态方程为^[2]

2013-12-04 收到第1稿, 2014-03-28 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11201057), 吉林省教育厅"十二五"科技发展项目, 博士科研启动基金项目(BSJXM-201427)

[†] 通讯作者 E-mail: zhangzhonghua1979@126.com

$$\begin{cases} \frac{di_q}{dt} = [R_s i_q - n_p \omega_r (L_d i_d + \phi) + v_q] / L_q \\ \frac{di_d}{dt} = -(-R_s i_d + n_p \omega_r L_q i_q + v_d) / L_d \\ \frac{d\omega_r}{dt} = (T_e - b\omega_r - T_L) / J \end{cases} \quad (1)$$

方程的状态变量为 $\hat{x} = [i_q, i_d, \omega_r]^T$, 其中, i_d, i_q 为定子电流矢量 d, q 的分量; v_d, v_q 为定子电压矢量的 d, q 分量; ϕ 为转子永磁磁链; R_s 为定子电阻; n_p 为极对数, J 为转动惯量, b 为阻尼系数; $T_e = n_p [\phi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$ 为电磁转矩; T_L 是负载转矩. 假设电机系统气隙均匀, 即有 $L_d = L_q = L$ 此时对系统(1)做一个映射变换和一个单时间尺度变换

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中, $\sigma_1 = \frac{b}{n_p^2 \tau \phi}$, $\sigma_2 = \sigma_1$, $\sigma_3 = \frac{1}{n_p \tau}$,

$$\tau = \frac{L}{R_s}, \quad \xi_2 = \frac{\frac{\rho L b}{n_p \tau} + n_p \phi^2}{n_p L \phi}$$

则系统(1)可写为如下简单形式

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - x_2 x_3 + \rho x_3 + \tilde{v}_q \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_2 + x_1 x_3 + \tilde{v}_d \\ \frac{dx_3}{dt} = \sigma(x_1 - x_3) - \tilde{T}_L \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\sigma = \frac{\tau b}{J}$; $\tilde{v}_q = \frac{\tau v_p}{\sigma_1 L}$; $\tilde{v}_d = \frac{\tau}{\sigma_2 L} (v_d - R_s \xi_2)$;

$$\tilde{T}_L = \frac{\tau T_L}{J \sigma_3}; x_1 = \frac{n_p^2 \phi i_d L}{R_s b}, x_2 = \frac{n_p^2 \phi i_q L + \rho b R_s + n_p^2 \phi^2}{R_s b},$$

ρ 是一个自由参数. 本文考虑 $\tilde{T}_L = 0, \tilde{v}_q = \tilde{v}_d = 0$ 时的情况, 此时, 系统(2)表示电机无输入电压和空载的情况, 对应于电机空载断电时制动运行过程.

当 $\rho \leq 1$ 时, 系统(2)只有一个稳定平衡点 $O(0, 0, 0)$; 当 $\rho > 1$ 时, 系统(2)有三个平衡点 $O(0, 0, 0), M^+(a, a^2, a), M^-(-a, a^2, -a), a = \sqrt{\rho - 1}$, 且平衡点 O 是不稳定的; 当 $\rho = 1$ 时, 系统(2)在平衡点 O 发生叉形分岔.

下面讨论平衡点 $M^+(a, a^2, a), M^-(-a, a^2, -a)$ 的稳定性情况. 因平衡点 M^+, M^- 具有几何对称性, 这里只讨论 M^+ 的稳定性问题, (M^- 可作类

似讨论) 令

$$\xi = X - X_0, \xi_1 = x_1 - a, \xi_2 = x_2 - a^2, \xi_3 = x_3 - a \quad (3)$$

将式(3)代入式(2), 得

$$\dot{\xi} = A\xi + f \quad (4)$$

$$\text{其中, } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -a & 1 \\ a & -1 & a \\ \sigma & 0 & -\sigma \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} -\xi_2 \xi_3 \\ \xi_1 \xi_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

相应的特征多项式为

$$\lambda^3 + (\sigma + 2)\lambda^2 + (\sigma + 1 + a^2)\lambda + 2\sigma a^2 = 0 \quad (5)$$

因为 $\rho > 1$ 所以 $2\sigma a^2 \neq 0$, 由 Routh - Hurwitz 判据, 特征根具有负实部的充要条件为

$$\sigma + 2 > 0, \quad 2\sigma a^2 > 0,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \sigma + 2 & 1 \\ 2\sigma a^2 & \sigma + 1 + a^2 \end{vmatrix} = \rho(2 - \sigma) + \sigma(4 + \sigma) > 0$$

即 $\rho < \rho_h = \frac{\sigma(\sigma + 4)}{\sigma - 2} (\sigma > 2)$. 此时, 平衡点 M^+ 是渐近稳定的, 当 $\rho = \rho_h = \frac{\sigma(\sigma + 4)}{\sigma - 2}$ 时, 系统将发生 Hopf 分岔, 此时方程有一对共轭的纯虚根 $\lambda_{1,2} = \pm$

$i\omega, \omega_0 = \sqrt{\frac{2\sigma(\sigma + 1)}{\sigma - 2}} > 0 (\sigma > 2)$. 现取 $\sigma = 4$, 将 λ 看成分岔参数 ρ 的函数, 则

$$\lambda'(\rho) = -\frac{\lambda + 8}{3\lambda^2 + 12\lambda + \rho + 4}.$$

$$\alpha'(0) = \text{Re}(\lambda'(\rho)) \Big|_{\rho=16, \omega_0=\sqrt{20}} =$$

$$\left| \text{Re}\left(-\frac{\lambda + 8}{3\lambda^2 + 12\lambda + \rho + 4}\right) \right|_{\rho=16, \omega_0=\sqrt{20}} = 0.0179.$$

做变换

$$\xi = Ty \quad (6)$$

$$\text{其中, } T = \begin{bmatrix} 0.06299 & 0.56344 & -0.42258 \\ -0.73193 & 0 & -0.32733 \\ -0.25198 & 0.28172 & 0.84515 \end{bmatrix}$$

变换后系统(4)可化为如下规范形

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -4.472136y_2 + F^1(y_1, y_2, y_3) \\ \dot{y}_2 = 4.472136y_1 + F^2(y_1, y_2, y_3) \\ \dot{y}_3 = -6y_2 + F^3(y_1, y_2, y_3) \end{cases} \quad (7)$$

经计算得 $\beta = 0.001 > 0$. 这里 β 是系统的极限环曲率系数, 当 $\beta > 0$ 时, 系统发生亚临界 Hopf 分岔, 当 $\beta < 0$ 时, 系统发生超临界 Hopf 分岔. 所以, 系统的

Hopf 分岔类型为亚临界. 综上所述, 可得如下结论

定理 1 当 $1 < \rho < \frac{\sigma(\sigma+4)}{\sigma-2}$ 时, 平衡点 M^+ 是渐近稳定的; 当 $\rho = \rho_h = \frac{\sigma(\sigma+4)}{\sigma-2}$ 时, 系统在平衡点 M^+ 发生亚临界 Hopf 分岔.

如取 $\sigma = 4$, 则当 $1 < \rho < 16$ 时, 平衡点 M^+ 渐近稳定, 如图 1 所示; 当 $\rho = \rho_h = \frac{\sigma(\sigma+4)}{\sigma-2}$ 时, 系统在平衡点 M^+ 处发生 Hopf 分岔. 如图 2 所示(以下仿真图中各个量均为无量纲, 具体含义见系统(2)中各参数的表达式).

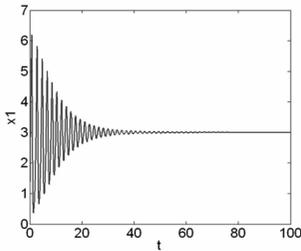


图1 $\sigma=4, \rho=10$, 系统(2)波形图

Fig. 1 Waveform chart of system(2) with $\sigma=4, \rho=10$

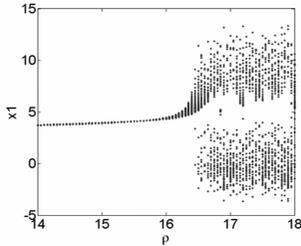


图2 $\sigma=4, \rho=16$ 时, 系统(2)分岔图

Fig. 2 Bifurcation figure of system(2) with $\sigma=4, \rho=16$

2 系统 Hopf 分岔控制

取 $\sigma = 4$, 用 washout 滤波器控制的等效无刷直流电机受控系统如下

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - x_2x_3 + \rho x_3 + w \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_2 + x_1x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = \sigma(x_1 - x_3) \\ \dot{v} = x_1 - cv \end{cases} \quad (8)$$

x_1 为 washout 滤波器的输入变量, c 为滤波器时间常数, $c > 0$ 时, 为稳定的 washout 滤波器, $c < 0$ 时, 为不稳定的 washout 滤波器, 现取控制器

$$w = k_1(x_1 - cv) + k_2(x_1 - cv)^3 \quad (9)$$

k_1, k_2 分别为线性和非线性控制增益. 系统(8)的平衡点为 $E^+(a, a^2, a, \frac{a}{c}), E^-(-a, a^2, -a, -\frac{a}{c}), a = \sqrt{\rho-1} (\rho > 1)$, Washout 滤波器没有改变原系统平衡点. 在实际的控制器设计中, 如果选择适当的 k_1, k_2 和 c 值, 可得到所期望的分岔值, 甚至可以消除原系统的 Hopf 分岔, 使系统渐近稳定; 也可以改变原系统 Hopf 分岔类型极限环幅值大小.

2.1 线性控制部分对 Hopf 分岔的影响

将受控系统的平衡点 E^+ 移到原点, 做变换

$$y_1 = x_1 - a, y_2 = x_2 - a^2, y_3 = x_3 - a, \tilde{v} = v - \frac{a}{c}$$

系统(8)变为

$$\dot{Y} = BY + f(Y) \quad (10)$$

$$\text{其中, } B = \begin{bmatrix} k_1 - 1 & -\sqrt{\rho-1} & 1 & -k_1c \\ \sqrt{\rho-1} & -1 & \sqrt{\rho-1} & 0 \\ 4 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}, \quad f(Y) = \begin{bmatrix} -y_2y_3 + k_2(y_1 - c\tilde{v})^3 \\ y_1y_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

取 $c = 1$, 矩阵 B 对应的线性化特征方程为

$$(\lambda + 1)[\lambda^3 + (6 - k_1)\lambda^2 + (\rho + 4 - 4k_1)\lambda + 8\rho - 8] = 0 \quad (11)$$

考虑方程

$$\lambda^3 + (6 - k_1)\lambda^2 + (\rho + 4 - 4k_1)\lambda + 8\rho - 8 = 0 \quad (12)$$

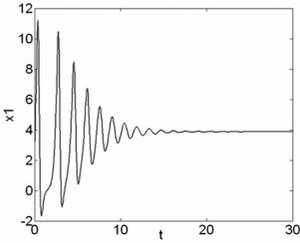
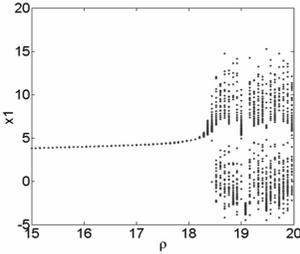
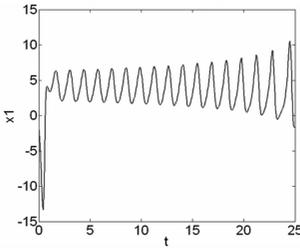
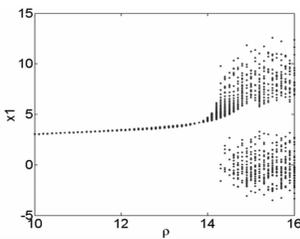
根的情况, 根据 Routh - Hurwitz 判据知, 当满足

$$\Delta_1 = 6 - k_1 > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 - k_1 & 1 \\ 8\rho - 8 & \rho + 4 - 4k_1 \end{vmatrix} = -$$

$(2 + k_1)\rho + 4k_1^2 - 28k_1 + 32 > 0, \Delta_3 = (8\rho - 8)\Delta_2 > 0$ 时, 平衡点 E^+ 渐近稳定.

(1). 根据上面的条件, 当 $\rho = 16$ 时, 若 k_1 满足 $k_1 < 0$, 则系统(8)的平衡点 E^+ 渐近稳定, 即原系统(2)的 Hopf 分岔行为消失, 如图 3 所示.

(2). 当满足 $\Delta_1 > 0, \Delta_2 = 0, 8\rho - 8 > 0$ 时, 即 $k_1 < 6, \rho = \frac{4k_1^2 - 28k_1 + 32}{2 + k_1}, \rho > 1$ 时, 特征方程(11)有一对纯虚根, 另外两根实部小于零. 此时, 系统(8)在平衡点 E^+ 处发生 Hopf 分岔.

图3 $k_1 = -1, \rho = 16$ 时,系统(8)波形图Fig. 3 Waveform chart of system(8) with $k_1 = -1, \rho = 16$ 图4 $k_1 = -0.1, \rho = 18.3368$ 时,系统(8)分岔图Fig. 4 Bifurcation figure of system(8) with $k_1 = -0.1, \rho = 18.3368$ 图5 $k_1 = -0.1, \rho = 18.3368$ 时,系统(8)波形图Fig. 5 Waveform chart of system(8) with $k_1 = -0.1, \rho = 18.3368$ 图6 $k_1 = 0.1$ 时, $\rho = 13.9238$ 时,系统(8)分岔图Fig. 6 Bifurcation figure of system(8) with $k_1 = 0.1$ 时, $\rho = 13.9238$

要使系统(8)在分岔参数 $\rho > 16$ 处发生 Hopf 分岔, k_1 需满足 $-2 < k_1 < 0$ 。如当 $k_1 = -0.1$ 时, $\rho = 18.3368$, 此时, 方程(11)有一对共轭纯虚根 $\lambda_{1,2} = \pm 4.7683i$ 和两个负根 $\lambda_3 = -6.1, \lambda_4 = -1$ 。系统(8)在 $\rho = 18.3368 > 16$ 处发生 Hopf 分岔, 即原系统 Hopf 分岔被延迟, 如图4所示。但此时的 Hopf 分岔类型未发生变化, 系统产生增幅振荡, 仍为亚临界 Hopf 分岔, 如图5所示。

要使(8)在分岔参数 $\rho < 16$ 处发生 Hopf 分岔,

k_1 需满足 $0 < k_1 < 1.4384$ 。如当 $k_1 = 0.1$ 时, $\rho = 13.9238$, 此时方程(11)有一对共轭纯虚根 $\lambda_{1,2} = \pm 4.1862i$ 和两个负根 $\lambda_3 = -5.9, \lambda_4 = -1$ 。系统在 $\rho = 13.9238 < 16$ 处发生 Hopf 分岔, 即原系统 Hopf 分岔被延迟。如图6所示。

2.2 非线性控制部分对 Hopf 分岔的影响

当取 $c = 1, k_1 = -0.1$ 时, $\rho = 18.3368$ 。方程(10)中的线性和非线性部分分别为

$$B = \begin{bmatrix} -1.1 & -4.1637 & 1 & 0.1 \\ 4.1637 & -1 & 4.1637 & 0 \\ 4 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$f(Y) = \begin{bmatrix} -y_2 y_3 + k_2 (y_1 - c\bar{v})^3 \\ y_1 y_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

矩阵 B 有一对纯虚特征根 $\lambda_{1,2} = \pm 4.7683i$, 相应的

$$\text{特征向量为 } \varphi, \bar{\varphi}, \text{ 其中 } \varphi = \begin{bmatrix} 0.0729 - 0.5641i \\ -0.7274 \\ -0.2476 - 0.2689i \\ -0.1103 - 0.0384i \end{bmatrix},$$

其他特征向量均具负实部。引入文献[11]中提出的计算 Normal Form 的直接方法, 该方法在仅需知道系统零实部特征值及对应特征向量的情况下, 引入特殊形式的非线性变换, 不需要经过中心流形计算, 即可求出系统的 Normal Form。根据此方法, 引入变换:

$$Y = \varphi u + \bar{\varphi} \bar{u} + \sum_{j+k \geq 2} H_{jk} u^j \bar{u}^k \quad (13)$$

即可求得方程的 Hopf 分岔 Normal Form

$$\dot{u} = 4.7683iu + Cu^2 \bar{u} \quad (14)$$

其中, $C = \langle \psi, F_{21} \rangle$, ψ 满足 $(B^T - 4.7683iI)\psi = 0$ 及 $\langle \psi, \varphi \rangle = 1$, 解得

$$\psi = \begin{bmatrix} 0.0907 + 0.7163i \\ -0.6105 - 0.0498i \\ -0.1924 + 0.3566i \\ 0.0147 + 0.0012i \end{bmatrix}$$

将非线性变换(13)代入非线性项中整理成关于 u, \bar{u} 的多项式形式

$$f(Y) = \sum_{j+k \geq 2} F_{jk} u^j \bar{u}^k \quad (15)$$

其中, F_{21} 为 $u^2 \bar{u}$ 对应的系数向量。

$$F_{21} = [F_{21,1} \quad F_{21,2} \quad 0 \quad 0]$$

$$F_{21,1} = -(\bar{\varphi}_3 H_{20,2} + \bar{\varphi}_2 H_{20,3} + \varphi_2 H_{11,3} + \varphi_3 H_{11,2}) + 3(\varphi_1 - \varphi_4)^2 (\bar{\varphi}_1 - \bar{\varphi}_4) k_2 = -0.0464 - 0.0218i + (0.1703 - 0.4888i) k_2$$

$$F_{21,2} = \bar{\varphi}_3 H_{20,1} + \bar{\varphi}_1 H_{20,3} + \varphi_1 H_{11,3} + \varphi_3 H_{11,1} = 0.0011 + 0.0399i$$

$$F_{21,3} = 0, \quad F_{21,4} = 0$$

上式中, $H_{jk,m}$ 表示向量 H_{jk} 中的第 m 个元素. 其中

$$H_{11} = -B^{-1} F_{11} = \begin{bmatrix} -0.0425 \\ -0.0865 \\ -0.0425 \\ -0.0425 \end{bmatrix}$$

$$H_{20} = [2i\omega_0 I - B]^{-1} F_{20} = \begin{bmatrix} 0.0153 + 0.0166i \\ -0.0074 + 0.0068i \\ 0.0082 - 0.0030i \\ 0.0019 - 0.0014i \end{bmatrix}$$

I 是与 B 同阶的矩阵.

$$F_{11} = [-(\varphi_2 \bar{\varphi}_3 + \bar{\varphi}_2 \varphi_3) \quad \varphi_1 \bar{\varphi}_3 + \bar{\varphi}_1 \varphi_3 \quad 0 \quad 0]^T = [-0.3602 \quad 0.2673 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$F_{20} = [-\varphi_2 \varphi_3 \quad \varphi_1 \varphi_3 \quad 0 \quad 0]^T = [-0.1801 - 0.1956i \quad -1697 + 0.1201i \quad 0 \quad 0]^T$$

由以上各式, 计算 C 得

$$C = 0.0127 + 0.3656k_2 + (-0.0596 + 0.0777k_2)i$$

所以, 受控制系统的 Normal Form 为

$$\dot{u} = 6.7509iu + [0.0127 + 0.3656k_2 + (-0.0596 + 0.0777k_2)i] u^2 \bar{u}$$

极限环的幅值近似解析解为

$$r = \sqrt{-\frac{\alpha'(0)}{0.0127 + 0.3656k_2} (\rho - 16)} \quad (16)$$

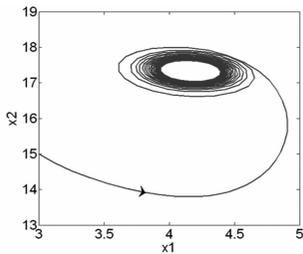


图7 当 $\rho = 18.3368, k_1 = -0.1, k_2 = -1.5$ 时, 系统(8)极限环

Fig. 7 Limit cycles of system (8) with $\rho = 18.3368, k_1 = -0.1, k_2 = -1.5$ 根据 Hopf 分岔理论知, 当 $\text{Re}(C) < 0$, 即 $k_2 < -0.347$ 时, 系统(8)在 $\rho = 16$ 处发生超临界 Hopf 分岔, 即原系统 Hopf 分岔类型被改变, 不稳定极限环变为稳定极限环, 如图 7-8 所示. 取 $k_1 = -0.1$, 将 λ 看成分岔参数 ρ 的函数, 方程(11)两边同时对 ρ 求导, 得

$$\lambda'(\rho) = -\frac{\lambda^2 + 9\lambda + 8}{4\lambda^3 + 21.3\lambda^2 + (\rho + 16.6)\lambda + 9\rho - 3.6}$$

计算得

$$\alpha'(0) = \text{Re}(\lambda'(\rho))|_{\rho=18.3368, \lambda=4.4768i} = 0.0445 > 0$$

所以, 当 $\text{Re}(C) < 0$ 时, Hopf 分岔方向为 $\rho > 16$, 如图 9 所示; 受控制系统的极限环幅控关系如图 10 所示. 从图 7, 图 8 及图 10 中可知, 控制器的非线性部分能改变原系统的 Hopf 分岔类型, 并且分岔极限环幅值随着非线性控制参数的增大而增大, 成正比关系.

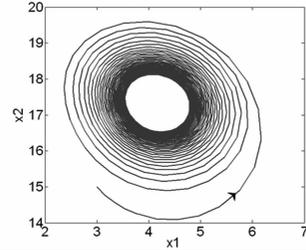


图8 当 $\rho = 18.3368, k_1 = -0.1, k_2 = -0.1$ 时, 系统(8)极限环

Fig. 8 Limit cycles of system (8) with $\rho = 18.3368, k_1 = -0.1, k_2 = -0.1$

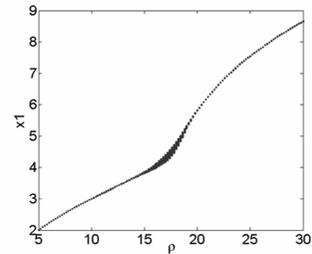


图9 $k_1 = -0.1, k_2 = -0.06$ 时, 系统(8)分岔图

Fig. 9 Bifurcation figure of system(8) with $k_1 = -0.1, k_2 = -0.06$

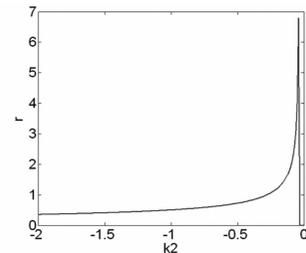


图10 系统(8)的极限环幅值曲线 $\rho = 18$

Fig. 10 Gain amplitude curves system(8) with $\rho = 18$

3 结论

文章主要研究了机床无刷直流电机系统的 Hopf 分岔控制问题. 首先, 研究了系统的分岔行为并判定系统的 Hopf 分岔类型; 然后设计 Washout 滤波器对系统进行分岔控制, 讨论了控制参数对 Hopf 分岔点位置, 分岔类型以及极限环幅值的影响; 并借助 MATLAB 软件对理论结果进行数值仿真, 理论结果和数值仿真表明: 线性控制参数能使系统在所期望的参数值处发生 Hopf 分岔, 甚至消除 Hopf 分岔, 非线性控制参数能改变原系统的分

岔类型,使不稳定极限环变为稳定极限环,并能改变极限环幅值大小. 研究结果对无刷直流电动机系统的工程实际具有一定的指导意义.

参 考 文 献

- 1 周良强,陈芳启,葛鹏. 一类大展弦比机翼非线性模型的稳定性与分岔. 动力学与控制学报, 2012, 10(3): 222 ~ 227 (Zhou L Q, Chen F Q, Ge P. Stability and bifurcation for a nonlinear model of high-aspect-ratation wings. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(3): 222 ~ 227 (in Chinese))
- 2 孔昭毅. 一个新混沌系统的自适应滑模变结构控制. 动力学与控制学报, 2013, 11(2): 114 ~ 117 (Kong Z Y. Adaptive sliding mode variable structure control of a new chaotic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2013, 11(2): 114 ~ 117 (in Chinese))
- 3 Jing Z J, Yu C, Chen G R. Complex dynamics in a permanent-magnet synchronous motor model. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 22(4): 831 - 848
- 4 Zhong L, Park J B, Joo Y H, et al. Bifurcations and chaos in a permanent-magnet synchronous motor. *Transactions on Circuits and Systems*, 2002, 49(3): 383 ~ 387
- 5 Zribi M, Oteafy A, Smaoui N. Controlling chaos in the permanent magnet synchronous motor. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009, 41(3): 1266 ~ 1276
- 6 Lan Y Y, Li Q G. Control of Hopf bifurcation in a simple plankton population model with a non-integer exponent of closure. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 200(1): 220 ~ 230
- 7 王海军,李崎勇. 机床无刷直流电机的混沌状态控制仿真研究. 制造业自动化, 2011, 33(3): 70 ~ 73 Wang H J, Li J Y. Simulating research on chaos system in Brushless DC motor of machine. *Manufacturing Automation*, 2011, 33(3): 70 ~ 73 (in Chinese))
- 8 Wei Z C, Yang Q G. Anti-control of Hopf bifurcation in the new chaotic system with two stable node-foci. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 217(11): 422 ~ 429

BIFURCATION ANALYSIS AND CONTROL OF A MACHINE BRUSHLESS DC MOTOR SYSTEM*

Zhang Zhonghua[†] Fu Jingchao Deng Guannan

(College of Science, Northeast Dianli University, Jilin 132012, China)

Abstract This paper is concerned with the Hopf bifurcation control of a brushless DC motor system. Firstly, the Hopf bifurcation style of original system is studied by limit cycle curvature coefficient; Then the washout filter is used to realize the Hopf bifurcation control of original system, and the required parameter condition that will change the Hopf bifurcation position of original system is given based on the Hopf bifurcation theory, besides the Normal Form of Hopf bifurcation is obtained based on the Normal Form method, and the Hopf bifurcation style is discussed by the real part of Normal Form, the required parameter condition that will change the Hopf bifurcation style is given; And the computer simulations (by Matlab software) are applied to illustrate the theoretical results, simulation figures and theoretical results reveal that the linear gain can change the position of Hopf bifurcation and even make the Hopf bifurcation eliminate, while the nonlinear gain can change the stability of limit cycles or to control the amplitudes of oscillations. The result above may be help for the practical application of brushless DC motor system.

Key words Hopf bifurcation, bifurcation control, washout filter, brushless DC motor

Received 04 December 2013, revised 28 March 2014.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11201057), "12.5" Science and Technology Development Project of Jilin Province Education Department, Dr. Scientific Research Foundaton (BSJXM-201427)

[†] Corresponding author E-mail: zhangzhonghua1979@126.com