

# 带有延迟的三维股票价格系统的控制\*

刘佳 过榴晓<sup>†</sup> 徐训霞

(江南大学理学院, 无锡 214122)

**摘要** 构建了带有延迟的脉冲控制的三维股票价格系统,研究了脉冲控制参数和延迟变化对股票价格的稳定性影响.应用脉冲微分方程控制稳定性理论,得到了在带有延迟的脉冲控制系统中,由原先的不稳定和发散达到稳定的保守且充分的条件,从而使股票金融市场达到了一个新的持续发展的稳定状态.利用 Matlab 软件对该系统进行数值仿真,验证了脉冲控制方法的可行性,有效性和提出理论的准确性.结果表明合理脉冲控制可以有效控制带延迟系统的稳定性.

**关键词** 延迟, 股票价格系统, 脉冲微分方程, 控制, 稳定性

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-065

## 引言

金融是现代市场经济的核心,在我国的经济改革与发展中起着越来越重要的作用.股票市场是我国金融市场的重要组成部分,它集聚社会闲散资金,促使社会资金最大限度地用于经济建设,也为国有企业改制提供了金融市场.

脉冲现象作为一种瞬时突变现象,在经济领域的实际问题中是普遍存在的,其数学模型往往可以归结为脉冲微分系统.近年来脉冲控制问题引起了许多研究者的兴趣.脉冲延迟微分方程也已经应用在许多领域<sup>[3]</sup>,如控制技术,通讯网络,生物种群管理.脉冲控制仪器,以及脉冲响应函数理论及其在宏观经济中的应用.本文着重于脉冲控制在股票价格系统的应用.

讨论带延迟股票价格系统的控制稳定性问题.通过加入脉冲控制,即国家即时间间隔宏观调控,实现系统发展趋势发生变化,消除或减少一些因素对股票价格不稳定的影响.根据脉冲理论和 Lyapunov 函数稳定性理论得到股票价格系统的全局指数稳定的保守条件.数值仿真的例子验证了脉冲控制方法的有效性和提出理论的准确性.

## 1 问题描述

考虑带有风险资产的市场(如股票市场指

数), $p(t)$ 代表时间 $t$ 下的股票市场价格.对于交易者各自的需求函数,我们是根据交易者所遵循的交易规则得到的,而不是通过考虑风险和低风险资产的投资组合最大化收益得到的<sup>[5,6]</sup>.定义基础交易者和技术交易者在市场交易中所占份额分别为 $\alpha$ 和 $1-\alpha$ ,其中 $\alpha \in [0,1]$ 基础交易者是通过他们对基础价格的走势分析后,做出买卖决策.他们认为市场价格 $p(t)$ 是对基础价格 $F(t)$ 均值回归.假设基础交易者在时间 $t$ 的需求函数为 $Q_f(t)$ ,设该需求函数与市场价格和基础价格之间的偏离程度成正比:

$$Q_f(t) = \beta_f(F(t) - p(t)) \quad (1)$$

这里 $\beta_f$ 是大于零的常参数,是用来测量市场价格对基础价格的均值分析回归,也可用来表示基础交易者对风险的规避系数.

与基础交易者相比,技术交易者是通过历史价格的图表信息进行分析后,做出交易策略.文献[7]假设这些技术交易者就是趋势交易者.他们认为,未来的市场价格追寻趋势价格 $u(t)$ 走动.假设技术交易者在时间 $t$ 的趋势函数为 $Q_c(t)$ 假设,则:

$$Q_c(t) = \tanh(\beta_c(P(t) - u(t))) \quad (2)$$

这里 $\beta_c$ 表示趋势交易者对价格的外推比率.我们引入市场价格同基本价格之间的权重 $\rho$ ,现在用 $\rho p(t) + (1-\rho)F(t)$ 来表示当前价格 $P(t)$ ,其中 $\rho \in$

2014-03-13 收到第1稿,2014-04-07 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金青年基金资助项目(11002061,11202084)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JUSRP51317B)

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: guo\_liuxiao@126.com

$[0,1]$ .  $p(t)$  定义如下:

$$\frac{dp(t)}{dt} = \mu[\alpha Q_f(t) + (1-\alpha)Q_c(t)] \quad (3)$$

这里  $\mu > 0$  表示造市者对市场价格的调整速度.

在实践中,加权移动平均线是各种趋势价格中最受欢迎的一类. 本篇文章我们假设交易者在时间的价格函数  $u(t)$ , 是由于某一时间间隔内历史价格指数衰减加权平均给出的,即在时间间隔  $[t - \tau_1, t]$  ( $\tau > 0$ ), 有

$$u(t) = \frac{k}{1 - e^{-k\tau_1}} \int_{t-\tau_1}^t e^{-k(t-s)} p(s) ds \quad (4)$$

这里  $\kappa > 0$  表示历史价格权数的衰退率. 这里我们给出以下微分方程:

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{k}{1 - e^{-k\tau_1}} [p(t) - e^{-k\tau_1} p(t - \tau_1) + (1 - e^{-k\tau_1}) u(t)] \quad (5)$$

考虑到基本价格通市场需求紧密关系,并且基本价格会依赖于市场需求做出调整. 以下给出基本价格函数:

$$\frac{dF(t)}{dt} = \delta[\beta_f(F(t) - p(t)) + \beta_c(p(t) - p(t - \tau_2))] \quad (6)$$

这里,  $\delta$  表示基本价格相对于市场需求的调节速率.

在以上分析基础上,金融股票价格表示为一下带有延迟微分方程系统(7a), (7b) (7c):

$$\frac{dp(t)}{dt} = \mu[\alpha\beta_f(F(t) - p(t)) + (1-\alpha)\tanh(\beta_c(\rho p(t) + (1-\rho)F(t) - u(t)))] \quad (7a)$$

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{k}{1 - e^{-k\tau_1}} [p(t) - e^{-k\tau_1} p(t - \tau_1) + (1 - e^{-k\tau_1}) u(t)] \quad (7b)$$

$$\frac{dF(t)}{dt} = \delta[\beta_f(F(t) - p(t)) + \beta_c(p(t) - p(t - \tau_2))] \quad (7c)$$

显然,  $p(t) = u(t) = F(t)$  是系统的均衡点,因此我们称  $(p, u, F) = (F, F, F)$  为系统的基础稳定状态. 稳定状态处的价格由常数给出,我们假设稳定状态处的价格为  $\bar{F}$ , 此时系统的基础稳定状态可以近似看成  $(p, u, F) = (\bar{F}, \bar{F}, \bar{F})$ .

我们主要考虑平衡点  $(p, u, F) = (\bar{F}, \bar{F}, \bar{F})$ , 令  $x_1 = p - \bar{F}, x_2 = u - \bar{F}, x_3 = F - \bar{F}$ , 并且加入脉冲控制

后,我们可以得到:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = AX + GX(t - \tau_i) + f(t, X), t = t_k \\ \Delta X = B_k X(t), t \neq t_k, k \in N \\ X|_{t=t_0} = \phi \end{cases} \quad (8)$$

其中,

$$A = \begin{pmatrix} -\mu\beta_f\alpha & 0 & \mu\alpha\beta_f \\ \frac{k}{1 - e^{-k\tau_1}} & k & 0 \\ \delta\beta_c - \delta\beta_f & 0 & \delta\beta_f \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k\kappa e^{-k\tau_1}}{1 - e^{-k\tau_1}} & 0 & 0 \\ -\delta\beta_c & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_k = \begin{pmatrix} b_1 & & \\ & b_2 & \\ & & b_3 \end{pmatrix}$$

$$f(t, X) = \begin{pmatrix} (1-\alpha)\tanh(\beta_c(\rho x_1 + (1-\rho)x_3 - x_2)) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

假设存在正函数  $\tau$  满足  $\tau > \max\{\tau_1, \tau_2\}$ .

## 2 理论分析

**定义 1** (1) 函数  $V$  在每个集合  $[t_{k-1}, t_k) \times R^n$ , 对于每一个  $x \in R^n, t \in [t_{k-1}, t_k), k \in N$ , 存在  $\lim_{(t,y) \rightarrow (t_k^-, x)} V(t, y) = V(t_k^-, x)$ ;

(2) 对所有的  $x \in R^n$ , 对所有  $V(t, 0) \equiv 0$ , 对于  $t \geq t_0, V(t, x)$  满足 Lipschitzian 条件.

**定义 2** 对于给定的  $V \in V_0(t, x) \in [t_{k-1}, t_k) \times R^n$ , 令  $\frac{dx}{dt} = Ax + Gx(t - \tau_i) + f(t, x) = F(t, x)$ , 则  $V(t, x)$  沿方程的解  $x(t)$  的右上导数为

$$D^+ V(t, x) = \limsup_{\xi \rightarrow 0^+} \frac{1}{\xi} [V(t + \xi, x + \xi F(t, x)) - V(t, x)]$$

**引理 1** 对于含时滞的脉冲微分方程<sup>[13][14]</sup>

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x_t), t \neq t_k, t \geq t_0, \\ \Delta x(t_k) = I_k(t_k, x_{t_k^-}), k \in N, \\ x_{t_0} = \phi \end{cases} \quad (9)$$

存在函数  $V \in v_0$ , 正常数  $p, c, c_1, c_2, \sigma, \lambda > 0, \gamma \geq 1$ ,

且  $\sigma - \lambda \geq c$ , 使得

(1) 对任意  $t \in R, x \in R^n$ , 有

$$c_1 \|x\|^p \leq V(t, x) \leq c_2 \|x\|^p;$$

(2) 对所有  $t \in [t_{k-1}, t_k], k \in N$ , 有,

$$D^+ V(t, \phi(0)) \leq cV(t, \phi(0)),$$

对于时间延迟  $s \in [-\tau, 0]$  有,

$$qV(t, \phi(0)) \geq V(t+s, \phi(s)),$$

其中  $q \geq \gamma e^{\gamma\tau}$  是常数;

(3)  $V(t_k, \phi(0) + I_k(t_k, \phi)) \leq d_k V(t_k, \phi(0))$

其中  $0 < d_{k-1} \leq 1, \forall k \in N$  是常数;

(4) 对于  $\gamma \geq 1/d_{k-1}$ , 且

$$\ln d_{k-1} < -(\sigma + \lambda)(t_k - t_{k-1}), k \in N,$$

则系统(9)零解对于任何时间延迟  $\tau \in (0, \infty)$  是全局指数稳定的.

**定理 1** 设  $\lambda_1$  是  $A^T + A + 2I$  的最大特征值,  $\lambda_2$  是  $G^T G$  的最大特征值,  $c > 0, \lambda > 0$  均是常数,  $\tau \leq t_k - t_{k-1} \leq \alpha$ , 脉冲间隔  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ , 并且满足条件:

(1)  $f(t, X)$  是连续函数, 且存在正常数  $M$ , 使得  $\|f(t, X)\| \leq M \|X\|$ ;

(2) 存在常数  $q \geq e^{2\lambda\alpha}$  使得  $\lambda_1 + q\lambda_2 + M^2 < c$ , 且有  $0 < d_k = \max\{(1 + b_1)^2, (1 + b_2)^2, (1 + b_3)^2\} \leq 1$ ;

$$(3) \ln \|I + B_k\| + \frac{\alpha}{2}\lambda < -\frac{\lambda}{2}(t_{k+1} - t_k)$$

则系统(8)是全局指数稳定的.

**证明:** 令  $V(t, X) = X^T X$ , 对任意  $t \in [t_{k-1}, t_k]$ ,

$$\begin{aligned} D^+ V(t, X) &= (X^T)' X + X^T X' = (X^T)' X + X^T (AX + GX(t - \tau_i) + f(t, X)) \\ &= X^T (AX + GX(t - \tau_i) + f(t, X)) + X^T (AX + GX(t - \tau_i) + f(t, X)) \\ &= X^T A^T X + X^T G^T X + f(t, X)^T X + X^T A X + X^T G X(t - \tau_i) + X^T f(t, X) \\ &= X^T (A^T + A) X + X^T (t - \tau_i) G^T X + X^T G X(t - \tau_i) + f(t, X)^T X + X^T f(t, X) \\ &= X^T (A^T + A) X + 2X^T G X(t - \tau_i) + 2X^T f(t, X) \\ &\leq X^T (A^T + A) X + X^T X + [GX(t - \tau_i)]^T GX(t - \tau_i) + X^T X + f(t, X)^T f(t, X) \\ &= X^T (A^T + A + 2I) X + X(t - \tau_i)^T G^T G X(t - \tau_i) + f(t, X)^T f(t, X) \\ &\leq \lambda_1 V + \lambda_2 X(t - \tau_i)^T X(t - \tau_i) + \|f(t, X)\|^2 \leq \lambda_1 V + \lambda_2 X(t - \tau_i)^T X(t - \tau_i) + M^2 V \end{aligned}$$

由引理 1 可知, 对任意时间延迟  $s \in [-\tau, 0]$ , 有

$$qV(t, \phi(0)) \geq V(t+s, \phi(s)),$$

其中  $q \geq \gamma e^{\lambda\tau}$ , 于是有,

$$qX^T X \geq X(t - \tau_i)^T X(t - \tau_i),$$

则  $D^+ V(t, X) \leq \lambda_1 V + q\lambda_2 V + M^2 V < cV$

由于  $I + B_i$  时对角矩阵, 于是可得,

$$\rho(I + B_k) = \|I + B_k\|,$$

又  $d_k = \max\{(1 + b_1)^2, (1 + b_2)^2, (1 + b_3)^2\}$ , 当  $t = t_k$  时,

$$V(t_k, X + B_k X) = X^T (I + B_k)^T (I + B_k) X \leq d_k V(t_k, X)$$

这里令  $x = \varphi(0)$  即可满足引理条件(3).

$$\begin{aligned} \|I + B_k\| &= \sqrt{\lambda_{\max}((I + B_k)^T (I + B_k))} \geq \sqrt{(1 + b_1)(1 + b_2)(1 + b_3)} \geq \sqrt{d_k} \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \ln(\sqrt{d_k}) + \frac{\alpha}{2}\lambda &\leq \ln \|I + B_k\| + \frac{\alpha}{2}\lambda < -\frac{\lambda}{2}(t_{k+1} - t_k) \end{aligned}$$

即

$$\ln d_k + \alpha\lambda < -\lambda(t_{k+1} - t_k), \tau \leq t_k - t_{k-1} \leq \alpha$$

满足引理条件(4). 这就证得系统(8)是全局指数稳定的.

**注** 定理 1 给出了全局指数稳定的一些条件, 相对于引理来说又具有特殊性, 把引理中一般的条应用到定理中来同样有效. 证明过程表明实现全局指数稳定的条件和脉冲间隔  $\Delta t$  等一些因素有关.

**推论 1** 设  $\lambda_1$  是  $A^T + A + 2I$  的最大特征值,  $\lambda_2$  是  $G^T G$  的最大特征值,  $c > 0, \lambda > 0$  均是常数,  $\tau \leq t_k - t_{k-1} \leq \alpha$ , 脉冲间隔  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ , 并且满足下列条件:

- 1.  $f(t, X)$  是连续函数  $M$ , 且存在正常数, 使得  $\|f(t, X)\| \leq M \|X\|$ ;
- 2. 存在常数  $q \geq e^{2\lambda\alpha}$  使得  $\lambda_1 + q\lambda_2 + M^2 < c$ , 且有  $0 < d_k = \max\{(1 + b_1)^2, (1 + b_2)^2, (1 + b_3)^2\} \leq 1$ ;
- 3. 如果存在常数  $\gamma < -1$ , 使得

$$\frac{2\ln \|I + B_k\|}{\lambda(t_{k+1} - t_k)} + \frac{\alpha}{t_{k+1} - t_k} < \gamma \text{ 成立,}$$

那么系统(8)是全局指数稳定的.

### 3 仿真

考虑系统(7)(8)的一个具体实例. 取  $k = 0.06, \mu = 1, \alpha = 0.5, \beta_f = 1, \beta_c = 2, \rho = 0.5, \delta = 0.1$ , 此时,

$$f(t, X) = \begin{pmatrix} 0.5 \tanh(x_1 + x_3 - x_2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

矩阵  $A, G$  随着  $\tau_1$  的变化而变化. 对于系统(7)没有加脉冲控制时,系统的零解是不稳定的或者发散的. 当选初值  $X(0) = (1.3, 1.2, 1.1)^T$ , 取  $\tau_1 = 10$ ,  $\tau_2 = 9$  时,系统图像如图1和图2所示,显然图1充分说明了在不加脉冲控制的情况下,系统(7)的价格出现了震荡,即所谓的不稳定. 图1呈现的不稳定现象又是有区别的,可见市场价格,趋势价格和基本价值的稳定性趋势是存在差异的. 图2则显示在不加脉冲控制的情况下,系统(7)的价格均发散了.

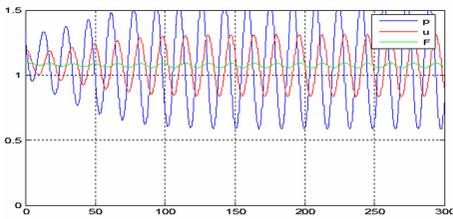


图1 未加脉冲控制时  $p$  与  $u, F$  出现震荡

Fig. 1 Without impulse control  $p$  and  $u, F$  volatility

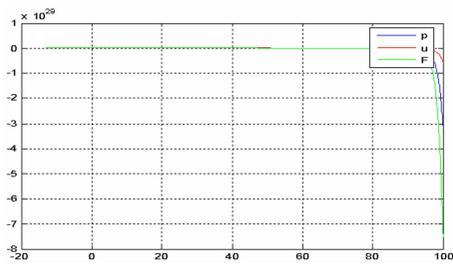


图2 未加脉冲控制时  $p$  与  $u, F$  发散

Fig. 2 Without impulse control  $p$  and  $u, F$

加入脉冲控制,选择脉冲间隔  $\Delta t = 5, \tau_1 = 4$ , 作为固定值,此时

$$A = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.29 & 0.06 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.1 \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.22 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

取  $\tau_2 = 3$ ,若选择脉冲参数

$$B_k = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{pmatrix},$$

则

$$d_k = \max\{(1 + b_1)^2, (1 + b_2)^2, (1 + b_3)^2\} = 0.25,$$

$$\lambda_1 = 0.45, \lambda_2 = 0.0884, \alpha = 5, q = 3, \lambda = 0.1, c = 1$$

$$M = 0.5 \text{ 满足}$$

- (1)  $q = 3 \geq e^{2\lambda\alpha} = 2.72, \lambda_1 + q\lambda_2 + M^2 = 0.9652 < c = 1,$
- (2)  $5 = \tau \leq t_k - t_{k-1} \leq \alpha = 5$ , 则有

$$\ln d_k + \lambda\alpha = -0.79 < -\lambda(t_{k+1} - t_k) = -0.5$$

如图3所示系统(6)的零解在经过一段时间的震荡之后完全达到全局指数稳定. 此图显示了在达到全局指数稳定的过程中,市场价格,趋势价格和基本价值呈现的震荡方式又是不一样的.

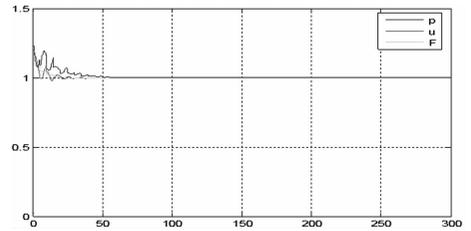


图3  $\tau_1 > \tau_2$  时加进脉冲参数

Fig. 3 When  $\tau_1 > \tau_2$  added into pulse parameters

若  $B_k = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{pmatrix}$

时  $p$ , 与  $u, F$  的稳定线图,当选取

$$B_k = \begin{pmatrix} -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix}$$

时,其他参数固定不变,通过观察,我们知道它不满足定理条件,系统的稳定性情况如图4所示,图4显示了通过一段时间的震荡之后,系统价格也能实现全局指数稳定. 这说明实现定理1中实现全局指数稳定的条件是保守的.

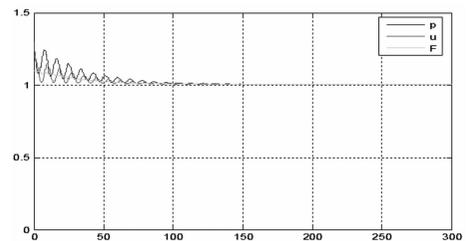


图4  $\tau_1 > \tau_2$  时加进脉冲参数

Fig. 4 When  $\tau_1 > \tau_2$  added into pulse parameters

当  $B_k = \begin{pmatrix} -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix}$

时  $p$  与  $u, F$  的稳定线图,比较图3和图4,添加不同的脉冲参数,股票价格实现稳定的时间间隔是不一样的. 若选择的脉冲参数满足定理条件,那么实

现稳定的时间间隔比较短,否则,时间间隔相对来说较长.这表明,国家实行宏观调控,合理与否对实现股票价格稳定的速度起着重要作用.

改变  $\tau_2$  的值使得  $\tau_2 = 6 > \tau_1$ ,为满足定理 1,脉冲间隔  $\Delta t$  做出相应的变化,有  $\Delta t = 7$ ,且

$$B_k = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{pmatrix},$$

此时系统价格的稳定性情况如图 5 所示,

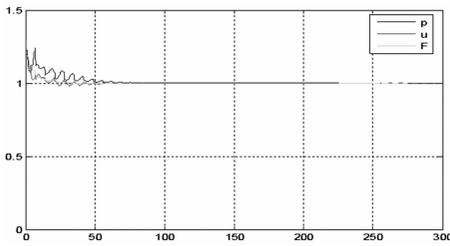


图 5  $\tau_1 < \tau_2$  时加进脉冲参数

Fig. 5 When  $\tau_1 < \tau_2$  added into pulse parameters

当

$$B_k = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{pmatrix}$$

时,  $p$  与  $u, F$  的稳定性图,比较图 3 和图 5,  $\tau_1$  和  $\tau_2$  的大小情况相反时,只要脉冲间隔能做出相应的改变,即使不改变脉冲参数也依然能实现股票价格的全局指数稳定.这说明在不同的延迟条件下,只要国家通过合适的即时宏观调控,就能实现价格的全局指数稳定.图 3,图 4,图 5 也充分表明脉冲间隔在实现价格稳定的过程中起着重要作用.

## 4 结论

这篇论文通过添加脉冲控制,对股票价格系统中的价格稳定性进行,格系统中的价格稳定性进行了分析,采用了 Matlab 进行数值仿真,结果证明了理论方法的有效性.当然这是金融系统的一个特例.目前,尽管很多学者对数学金融学进行了大量的研究,并取得了丰富的有实际意义的理论结果.但是对脉冲控制带有延迟的股票价格系统的研究还不是很多,许多问题还有待进一步深入研究.不仅在股票价格控制中有所应用,在经济系统中,当物价上涨导致通货膨胀时,国家可以即时调高利息,以快速减少货币在市场中的流通量,这就是所

谓的脉冲现象.脉冲现象在实际生活中经常发生.由于脉冲现象发生时,系统的状态量在极短的时间内会发生很大变化,此时普通的微分方程难以描述这一现象,而脉冲微分方程则能很好的描述这类现象.目前,脉冲控制在航天技术、生命科学、通讯、经济系统等中都有所应用.

## 参 考 文 献

- 1 Beja A, Goldman M. On the dynamic behavior of prices in disequilibrium. *Journal of Finance*, 1980, 35: 235 ~ 247
- 2 He X, Zheng M. Dynamics of moving average rules in a continuous-time financial market model. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 2010, 76: 615 ~ 634
- 3 蒋贵荣,陆启韶,钱临宁.一类脉冲动力系统的状态反馈控制. *动力学与控制学报*, 2005, 3(4): 17 ~ 23 (Jiang G R, Liu Q S, Qian L N. A kind of pulse power system state feed-back control. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(4): 17 ~ 23(in Chinese))
- 4 黄冬梅,徐伟,王亮.随机脉冲控制下超混沌复 Lu 系统的渐近稳定性. *动力学与控制学报*, 2013, 11(4): 289 ~ 294 (Huang D M, Xu W, Wang L. Under the random pulse control hyperchaos after Lu the asymptotic stability of the system. *Journal of Dynamics and Control*, 2013, 11(4): 289 ~ 294(in Chinese))
- 5 Chiarella C, He X. Heterogeneous beliefs, risk and learning in a simple asset pricing model with a marke maker. *Macro economic Dynamic*, 2003, 7: 503 ~ 536
- 6 Brock H, Hommes C. Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1998, 22: 1235 ~ 1274
- 7 Hirshleifer D. Investor psychology and asset pricing. *Journal of Finance*, 2001, 64: 1533 ~ 1597
- 8 He X Z, Li K, Wei J, Zheng M. Market stability switches in a continuous-time financial market with heterogeneous beliefs. *Economic Modeling*, 2009, 26: 1432 ~ 1442
- 9 许斌,陈狄岚,孙继涛.一类具有功能反应的生物捕食系统的脉冲控制. *生物数学学报*, 2004, 19(1): 77 ~ 81 (Xu B, Chen D L, Sun J T. A class of biological predator-prey system with functional response of pulse control. *Journal of Biomathematics*, 2004, 12(1): 77 ~ 81 (in Chinese))
- 10 黄优良.一类两种群生物捕食系统脉冲控制的稳定性. *安庆师范学院学报(自然科学版)*, 2007, 13(2): 80 ~ 83 (Huan Y L. A class of two species of biological feed on the

- stability of the pulse control system. *Journal of Anqing Teachers College (Natural Science Edition)*, 2007, 13 (2): 80 ~ 83 (in Chinese))
- 11 黄优良, 张来. 类功能性反应两种群食饵—捕食者模型的脉冲控制. 太原师范学院学报(自然科学版), 2007, 6(1): 19 ~ 21 (Huang Y L, Zhang L. Kind functional reaction of impulsive control and synchronization of two species-predator predator-prey system model. *Journal of Taiyuan Normal University (Natural Science Edition)*, 2007, 6 (1): 19 ~ 21 (in Chinese))
- 12 张红雷. 一类非线性生物动力系统的控制稳定性. 徐州工程学院学报(自然科学版), 2009, 24(4): 65 ~ 68 (Zhang H L. A class of nonlinear dynamical systems stability control. *Journal of Xuzhou Engineering Institute (Natural Science Edition)*, 2009, 24 (4): 65 ~ 68 (in Chinese))
- 13 姚洪兴, 潘虹, 齐丽丽. 一类含脉冲延迟反馈金融系统的稳定性分析. 江苏大学学报(自然科学版), 2011, 32(2): 1671 ~ 1775 (Yao H X, Pan L, Qi L L. A class of impulsive delay feedback in the financial system stability analysis. *Journal of Jiangsu University (Natural Science)*, 2011, 32(2): 1671 ~ 1775 (in Chinese))
- 14 Wu Q J, Zhou J, Xiang L. Global exponential stability of impulsive differential equations with any time delays. *Applied Mathematics Letters*, 2008, 23: 143 ~ 147

## ON THE CONTROL STABILITY OF A THREE DIMENSIONAL STOCK PRICE SYSTEM WITH TIME DELAYS \*

Liu Jia Guo Liuxiao<sup>†</sup> Xu Xunxia

(College of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract** A three dimensional price system with time delays and impulsive control was constructed, and the change of impulsive control parameters and delays on the stability of stock price was studied. Sufficient and conservative conditions for this system's unstable positive equilibrium to approach asymptotic stability were derived by applying the stability theory of impulsive differential equation. Then the stock financial market arrives at a new stable state in which it can sustainably develop. Numerical simulations results verify the feasibility and validity of impulsive control method, and the accuracy of theoretical results. It is concluded that reasonable impulsive control can effectively realize the stability of the system with time delays.

**Key words** time delays, stock price system, impulsive differential equation, control, stability

Received 13 March 2014, revised 7 April 2014.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11002061, 11202084) and the Central University Special Funding for Basic Scientific Research Business Expenses (JUSRP51317B)

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: guo\_liuxiao@126.com