

# 战术导弹的离散突风响应及动载荷计算研究

王亮<sup>1†</sup> 商霖<sup>1</sup> 赵长见<sup>1,2</sup> 戴新进<sup>1</sup>

(1. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076) (2. 国防科技大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘要** 研究了战术导弹在穿越离散突风区域时, 弹体的动力学响应及产生的动载荷. 首先, 给出了导弹在穿越突风区时的运动方程, 其中不仅考虑了弹体的刚体运动, 而且考虑了弹体各分站位置及空气舵位置的结构动力学响应引起的附加攻角, 以及突风对空气舵的滞后影响效果等. 其次, 建立了导弹结构动力学模型和“1-cos”突风模型, 并给出了弹体动载荷计算公式. 最后, 通过算例研究了导弹在穿越突风过程中, 弹体的动力学响应以及载荷计算问题.

**关键词** 振动, 模态, 离散突风, 动载荷

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-019

## 引言

导弹在空中飞行时, 不可避免地会受到大气扰动的影响. 其中大气扰动可分为稳定扰动以及瞬时扰动. 稳定扰动一般是使用统计得到的高空综合矢量风剖面, 根据弹道计算风产生的攻角, 为姿态控制和载荷设计提供参考. 而瞬时扰动为突风, 一般包括离散和连续两类, 前者表示确定性的风速变化, 后者表示大气紊流, 其风速剖面是一个波形与频率随时间连续变化的随机函数, 可以用随机功率谱表示. 因此, 突风会对导弹产生确定的或随机的附加气动力, 引起导弹的刚体运动及弹性振动, 从而响应可能影响导弹的结构安全、电气设备的可靠性及命中精度.

前人在研究突风对飞行器影响方面做出了较多的研究. 对较为细长的飞行器, 王冬<sup>[1]</sup>采用有限元方法, 利用准定常气动力理论计算阵风响应载荷, 方法简单、实用. 此种计算方法同样适用于非定常气动力理论. 杨秋艳和王育林<sup>[2]</sup>研究了连续阵风载荷计算的方法及其应用. 在紊流气动力、结构振动附加气动力、弹性力及惯性力的耦合作用下, 通过在频域内联立求解结构振动方程, 获得了响应量的频响函数. 并依据民用飞机适航条例要求进行了垂向阵风载荷计算. 徐焱<sup>[3]</sup>就某型飞机离散突风响应作了初步分析. 通过计算分析, 初步掌握了飞机

遭遇离散突风时进行飞机机翼气动弹性突风响应的理论基础和分析方法. 基于导弹刚体弹性耦合运动方程和准定常气动力, 吴志刚和杨超<sup>[4]</sup>建立了导弹气动伺服弹性系统的连续与离散阵风响应分析方法. 吴志刚和陈磊等<sup>[5]</sup>基于非定常气动力有理函数拟合方法建立时域连续阵风响应方程, 基于非定常气动力有理函数拟合和傅立叶变换的混合建模方法建立时域离散阵风响应方程. 在时域连续和离散阵风响应方程的基础上, 设计3种不同的阵风减缓控制方案并进行对比分析. 张家齐<sup>[6]</sup>通过求解非定常 N-S 方程, 对 NACA0012 翼型的扑翼运动进行数值模拟, 基于网格速度方法计算翼型在连续正弦阵风作用下扑翼运动的气动力响应过程, 研究了阵风频率幅值和扑翼运动参数对响应的影响. 曹九发<sup>[7]</sup>对飞机阵风响应仿真计算方法及载荷减缓技术进行了研究. 首先研究了大气紊流模型, 采用有理谱理论建立了适合控制律设计的阵风频域模型, 并基于飞行仿真需求, 构建了大气紊流的时域模型. 其次, 建立了考虑阵风及弹性影响的飞行器飞行动力学模型, 分析了刚弹飞行器的动态特性. 最后, 以飞机飞行品质、控制效能和弹性变形为综合最优设计目标, 采用 LQG/LIT 控制方法开展了阵风减缓系统的控制律设计. 詹浩等<sup>[8]</sup>采用有限体积法来数值求解非定常 Euler 和 NS 方程, 并在非定常计算中通过引入“网格速度”来计入阵风的影响.

响,实现了对刚性翼型和机翼阵风响应的有效数值模拟.许晓平等<sup>[9]</sup>通过引入"网格速度"方法模拟阵风条件,求解非定常欧拉方程实现了不同展弦比0012平直机翼阵风响应的数值模拟.陈磊等<sup>[10]</sup>针对弹性机翼风洞模型,采用经典控制理论设计能够同时减缓翼尖加速度(WTA)和翼根弯矩(WRBM)的阵风减缓控制律.

现阶段工程单位在计算突风对战术导弹的影响时,仅考虑了连续突风对导弹的影响,而未考虑离散突风的影响,导弹穿越离散突风时结构动力学响应及动载荷可能更恶劣.因此,本文在研究导弹穿越离散突风区域时的刚体和结构动力学响应及动载荷计算问题时,考虑了阵风引起的导弹刚体与弹性体响应导致的导弹各分站的附加攻角和空气舵附加攻角,为导弹姿控及载荷设计提供参考.

## 1 穿越突风区的导弹的运动方程

假设导弹进入突风区时是配平状态.考虑如图1的导弹,导弹为正常布局,采用尾部空气舵进行姿态控制.弹长为 $l$ ,以速度 $V$ 穿越突风区域,由于受到阵风速度 $w_g(t)$ 、导弹沉浮运动 $Z$ (向下为正)、导弹俯仰运动 $\theta$ (抬头为正)和导弹的弹性振动 $y$ 的影响,在导弹第 $i$ 分站和空气舵分别产生附加攻角 $\Delta\alpha_{wi}$ 和 $\Delta\alpha_T$ ,分别生成附加升力 $\Delta L_{wi}$ 和 $\Delta L_T$ .

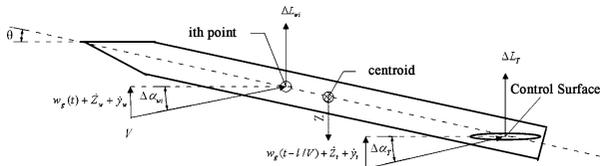


图1 进入突风区后考虑各种增量的导弹

Fig. 1 The missile considered various increments when fly into gust

其中,各分站附加攻角 $\Delta\alpha_{wi}$ 和空气舵附加攻角 $\Delta\alpha_T$ 不仅需要考虑导弹相对突风在垂向的运动,而且需要考虑导弹俯仰姿态的改变,且空气舵附加攻角计算时,需考虑突风影响的滞后.计算公式分别如下所示:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha_w &= \frac{w_g(t - \frac{x_i}{V}) + \dot{Z}_{wi} + \dot{y}_{wi}}{V} + \theta \\ \Delta\alpha_T &= \frac{w_g(t - l/V) + \dot{Z}_T + \dot{y}_T}{V} + \theta\end{aligned}\quad (1)$$

其中, $x_i$ 为第 $i$ 个分站坐标, $\dot{Z}_{wi}$ 和 $\dot{Z}_T$ 分别为各分站与空气舵处导弹沉浮速度.

在计算 $\dot{Z}_{wi}$ 和 $\dot{Z}_T$ 时,均考虑了质心的沉浮与弹体俯仰的影响,计算公式分别如下所示:

$$\dot{Z}_{wi} = \dot{Z}_c - (x_g - x_i)\dot{\theta}, \quad \dot{Z}_T = \dot{Z}_c + l_T\dot{\theta} \quad (2)$$

其中: $Z_c$ 为质心处沉浮位移, $x_g$ 为导弹质心坐标, $l_T$ 分别为压心和空气舵距质心的距离.

各分站的附加升力 $\Delta L_{wi}$ 和空气舵附加升力 $\Delta L_T$ 计算公式如下式所示:

$$\begin{aligned}\Delta L_{wi} &= qsC_n^i\Delta\alpha_{wi} \\ \Delta L_T &= qsC_d^\alpha\Delta\alpha_T\end{aligned}\quad (3)$$

其中, $q$ 、 $s$ 、 $C_n^i$ 和 $C_d^\alpha$ 分别为导弹飞行动压、参考面积、导弹各分站单位攻角升力系数和空气舵单位舵偏升力系数.

考虑弹体结构动力学一阶模态,导弹穿越突风区域时的增量平衡方程可以表示为:

$$\begin{cases} m\ddot{Z}_c = -\sum_{n=1}^N\Delta L_{wi} - \Delta L_T \\ I_y\ddot{\theta} = \sum_{n=1}^N\Delta L_{wi}(x_g - x_i) - \Delta L_T l_T \\ m_{r1}\ddot{q}_e + c_{r1}\dot{q}_e + k_{r1}q_e = qs\sum_{n=1}^N C_n^i\phi_1\Delta\alpha_{wi} + \\ \quad qsC_d^\alpha\phi_1(x_T)\Delta\alpha_T \end{cases}\quad (4)$$

其中, $m$ 和 $I_y$ 分别为导弹质量与绕质心的转动惯量, $x_T$ 为空气舵距导弹理论尖点的距离, $m_{r1}$ 、 $c_{r1}$ 和 $k_{r1}$ 分别为导弹一阶模态质量、阻尼和刚度, $q_e$ 和 $\phi_1$ 分别为导弹一阶模态位移和一阶振型.

将公式(1)~(3)带入公式(4),并整理可以得到:

$$AX + BX + CX = D \quad (5)$$

其中,公式中各项表达式如下所示:

$$X = \begin{bmatrix} Z_c \\ \theta \\ q_e \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & m_{r1} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & qs\sum_{n=1}^N C_n^i + qsC_d^\alpha & 0 \\ 0 & qsC_d^\alpha l_T - qs\sum_{n=1}^N C_n^i(x_g - x_i) & 0 \\ 0 & -qs\sum_{n=1}^N C_n^i\phi_1(x_i) - qsC_d^\alpha\phi_1(x_T) & k_{r1} \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{qs\sum_{n=1}^N C_n^i w_g(t - x_i/V)}{V} - \frac{qsC_d^\alpha w_g(t - l_{kqd}/V)}{V} \\ \frac{qs\sum_{n=1}^N C_n^i w_g(t - x_i/V)(x_g - x_i)}{V} - \frac{qsC_d^\alpha w_g(t - l_{kqd}/V)}{V} l_T \\ \frac{qs\sum_{n=1}^N C_n^i\phi_1(x_i)w_g(t - x_i/V)}{V} + \frac{qsC_d^\alpha\phi_1(x_T)w_g(t - l_{kqd}/V)}{V} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i}{V} + \frac{qs C_d^{\alpha}}{V} & \frac{qs C_d^{\alpha} l_T}{V} - \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i (x_g - x_i)}{V} & \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i \phi_1(x_i)}{V} + \frac{qs C_d^{\alpha} \phi_1(x_T)}{V} \\ \frac{qs C_d^{\alpha} l_T}{V} - \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i (x_g - x_i)}{V} & \frac{qs C_d^{\alpha} l_T^2}{V} + \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i (x_g - x_i)^2}{V} & \frac{qs C_d^{\alpha} \phi_1(x_T) l_T}{V} - \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i \phi_1(x_i) (x_g - x_i)}{V} \\ \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i \phi_1(x_i)}{V} - \frac{qs C_d^{\alpha} \phi_1(x_T)}{V} & \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i \phi_1(x_i) (x_g - x_i)}{V} - \frac{qs C_d^{\alpha} \phi_1(x_T) l_T}{V} & c_{r1} - \frac{qs \sum_{n=1}^N C_n^i \phi_1(x_i)^2}{V} - \frac{qs C_d^{\alpha} \phi_1(x_T)^2}{V} \end{bmatrix}$$

## 2 模型介绍

### 2.1 导弹模型

考虑某一导弹,采用梁质量块动力学模型,各分站质量以带质量的0维单元连接在各节点上.梁单元采用变截面铁木辛克梁有限元模型,由于弹身为连续气动外形,因此各节点处截面半径不相等,因此采用形如公式(6)的型函数导数与材料参数矩阵乘积在单元长度上积分的方法,得到各单元的刚度矩阵.

$$[K_e] = \int_0^l (EI \bar{B}^T \bar{B} + kGA \varepsilon^2 \bar{N}^T \bar{N}) dx \quad (6)$$

单元上任意一点的转角为  $\theta = \frac{dv}{dx} - \beta$ , 其中  $\beta = -\varepsilon [\bar{N}] [\delta]$ ,  $[\delta] = [v_i \theta_i v_j \theta_j]^T$ ,  $[\bar{N}] = [2/l \ 1 \ -1/l \ 1]$ ,  $\varepsilon = (\frac{6EI}{l}) / (\frac{6EI}{l} + GAk)$ ,  $l$  为梁单元长度,  $EI(x)$  为梁单元的抗弯刚度,  $G$  为舱段对应材料的剪切模量,  $A$  为某坐标处截面面积,  $k$  为剪应力修正因子, 这里假设剪应力的分布与弹性力学中悬臂梁的剪应力分布相同, 可以得到取  $k = \frac{2(1+\nu)}{4+3\nu}$ .  $[\bar{B}] = [B] - \frac{6\varepsilon}{l} (2 \frac{x}{l} - 1) \bar{N}$ ,  $[B]$  为梁单元的型函数对坐标的二次导数,  $[N]$  为梁单元的型函数, 有

$$N = \begin{bmatrix} 1 - 3x^2/l^2 + 2x^3/l^3 \\ x - 2x^2/l + x^3/l^2 \\ 3x^2/l^2 - 2x^3/l^3 \\ -x^2/l + x^3/l^2 \end{bmatrix}, B = \frac{dN^2}{dx^2} = \begin{bmatrix} -6/l^2 + 12x/l^3 \\ -4/l + 6x/l^2 \\ 6/l^2 - 12x/l^3 \\ -2/l + 6x/l^2 \end{bmatrix}$$

根据振动理论,在飞行过程中阵风引起的一阶弹性振动载荷,剪力  $Q$  与弯矩  $M$  的计算公式为:

$$\begin{aligned} Q &= Q'_{1N} q_{1\max} \\ M &= M'_{1N} q_{1\max} \end{aligned} \quad (7)$$

其中:

$$Q'_{1N} = \sum_{n=1}^N m_i \omega_1^2 \phi_{1i}, \text{为导弹各站模态剪力, } m_i \text{ 为}$$

各站集中质量,  $\omega_1$  与  $\phi_1$  分别为第一阶频率与振型

$M'_{1N} = \sum_{n=1}^{N-1} m_i \omega_1^2 \phi_{1i} (x_n - x_i)$ , 为导弹各分站模态弯矩

$q_{1\max}$  为导弹一阶模态位移最大值

### 2.2 突风模型

本文计算时,突风模型选择为“1 - cos”突风模型,这一突风中气流速度变化与飞机路径垂直,控制“1 - cos”突风空间特性的表达式为:

$$w_g(x_g) = \frac{w_{g0}}{2} (1 - \cos \frac{2\pi x_g}{L_g}), 0 \leq x_g \leq L_g \quad (8)$$

其中,  $w_{g0}$  为风速,  $L_g$  为突风长度,  $x_g$  为导弹处在图中的位置.

当导弹以速度  $V$  穿越突风区时,公式(7)可以转化为突风速度随时间的变化关系,如下式所示:

$$w_g(t) = \frac{w_{g0}}{2} (1 - \cos \frac{2\pi V t}{L_g}), 0 \leq t \leq \frac{L_g}{V} \quad (9)$$

本文选择风速为 40m/s、突风长度为 400m 的“1 - cos”突风模型,其突风速度曲线如图 2 所示.

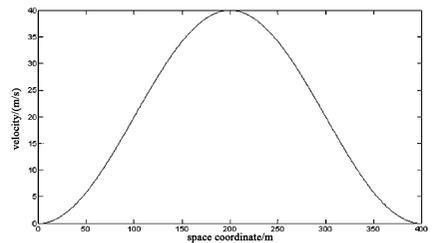


图2 离散“1 - cos”突风  
Fig. 2 '1 - cos' discrete gust

## 3 算例

根据弹道特征数据,选择导弹主动段动压最大秒点进行计算,研究该方法的可行性.导弹飞行动压 220kPa,飞行速度为 750m/s.根据导弹动力学参数,可以得到导弹该飞行时刻一阶模态频率为 31Hz,模态振型如图 3 所示.

由于本文计算时未考虑姿控系统对突风响应

的控制作用,因此这里仅给出导弹进入突风区域后短时的响应.将导弹相关参数带入公式(5),可以计算得到该导弹穿越突风区时导弹理论尖点处的位移与速度响应,如图5和图4所示.质心处沉浮位移响应和俯仰角响应曲线如图6和图7所示,

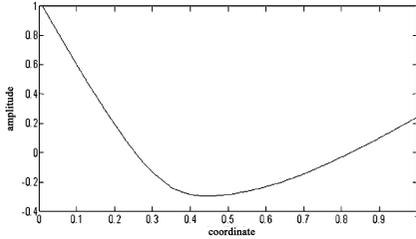


图3 导弹一阶模态振型

Fig.3 The 1st order model shape of the missile

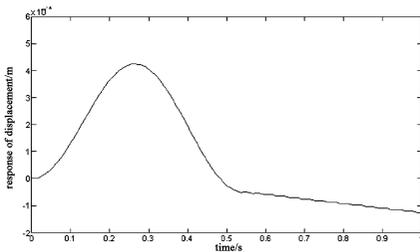


图4 导弹理论尖点位移响应

Fig.4 The displacement response of the missile's theoretical cusp

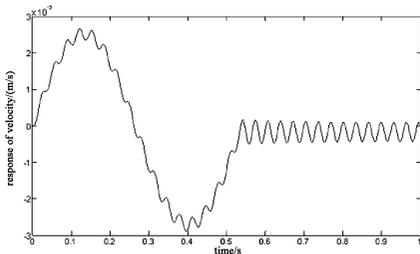


图5 导弹理论尖点速度响应

Fig.5 The velocity response of the missile's theoretical cusp

从图5和图4的计算结果可以看出,导弹在穿越“1-cos”突风时,位移响应与突风形状一致,随着突风气流速度增大而增大,减小而减小,位移响应在0.25s时达到最大,而在0.5s穿过突风区后,由于导弹自身阻尼特性,响应逐渐衰减.而速度响应较位移响应超前,位移达到最大值一半左右时速度达到最大,位移达到最大时速度为零,而当导弹穿过突风区域后,导弹速度响应表现在出初始激励下的衰减响应的特性.

从图6和图7可以看出,导弹在穿越突风时,质心处沉浮和俯仰角均发生了较大的响应,且响应速度在穿越突风区域后段,即0.25s之后较快.

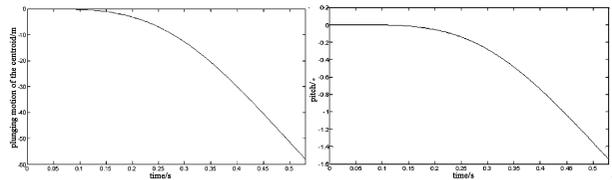


图6 导弹质心处的沉浮位移响应 图7 导弹俯仰角响应

Fig.6 The displacement response of the missile's centroid Fig.7 The elevation angle response of the missile

根据以上计算结果,将导弹一阶模态位移最大值带入公式(7)中,可以计算得到导弹穿越突风区时弹体动载荷,载荷分布如图8和图9所示.

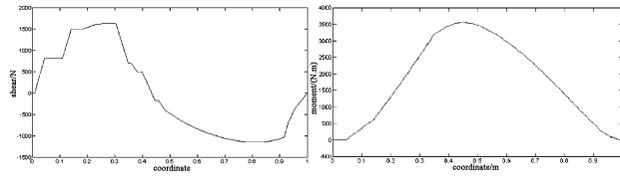


图8 弹体穿越突风时最大剪力分布 图9 弹体穿越突风时最大弯矩分布

Fig.8 The maximum shear distribution of the missile Fig.9 The maximum moment distribution of the missile

从图8和图9的计算结果可以看出,全弹载荷分布规律正常,弯矩在弹体中部达到最大.剪力最大达到1600N左右,而弯矩最大达到3600N.m左右.

### 4 结论

本文研究了战术导弹在穿越离散突风区域时,弹体的动力学响应及产生的动载荷.首先,给出了导弹在穿越突风区时的运动方程,其中不仅考虑了弹体的刚体运动,而且考虑了弹体各分站位置及空气舵位置的结构动力学响应引起的附加攻角,以及突风对空气舵的滞后影响效果等.其次,建立了某型导弹结构动力学模型和“1-cos”突风模型,同时给出了弹体动载荷计算公式.最后,通过算例研究了导弹在穿越突风过程中,弹体的动力学响应以及载荷计算问题.

研究发现,导弹在穿越“1-cos”突风时,位移响应与突风形状一致,随着突风气流速度增大而增大,减小而减小,而在穿过突风区后,由于导弹自身阻尼特性,响应逐渐衰减.其中速度响应较位移响应超前,位移达到最大值一半左右时速度达到最大,位移达到最大时速度为零,而当导弹穿过突风区域后,导弹速度响应表现在出初始激励下的衰减响应的特性.从弹体动载荷计算结果可以看出全弹

载荷分布规律正常.

## 参 考 文 献

- 1 王冬. 一种细长飞行器阵风响应计算方法. 现代防御技术, 1998, 26(4): 30~36 (Wang D. Numerical method for gust response of slender aircraft. *Modern Defence Technology*, 1998, 26(4): 30~36 (in Chinese))
- 2 杨秋艳, 王育林. 飞机连续阵风载荷计算方法应用研究. 飞行力学, 2008, 26(4): 65~68 (Yang Q Y, Wang YL. Research and application of the continuous gust loads analysis method for aircraft. *Flight Dynamics*, 2008, 26(4): 65~68 (in Chinese))
- 3 徐焱. 飞机离散阵风响应分析. 飞机设计, 2004, 2: 11~18 (Xu Y. Aircraft discrete gust response analysis. *Aircraft Design*, 2004, 2: 11~18 (in Chinese))
- 4 吴志刚, 杨超. 弹性导弹的连续与离散阵风响应. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(2): 136~140 (Wu Z G, Yang C. Continuous and discrete gust responses of elastic missiles. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(2): 136~140 (in Chinese))
- 5 吴志刚, 陈磊, 杨超等. 弹性飞机阵风响应建模与减缓方案设计. 中国科学: 技术科学, 2011, 41(3): 394~402 (Wu Z G, Chen L, Yang C. Gust response modeling and alleviation scheme design for an elastic aircraft. *Science China Technological Sciences*, 2011, 41(3): 394~402 (in Chinese))
- 6 张家齐. 扑翼飞行器阵风响应计算与分析[硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2010 (Zhang J Q. Calculation and analysis of gust response of flapping-wing air vehicle [Master's thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010 (in Chinese))
- 7 曹九发. 飞机阵风响应仿真计算及载荷减缓技术研究[硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2010 (Cao J F. Simulation calculation of aircraft gust response and research on loads alleviation [Master's thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010 (in Chinese))
- 8 詹浩, 钱炜祺. 翼型和机翼阵风响应的数值模拟. 空气动力学学报, 2007, (4): 531~536 (Zhan H, Qian W Q. Numerical simulation of gust response for airfoil and wing. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2007, (4): 531~536 (in Chinese))
- 9 许晓平, 张艳敬. 基于CFD方法的机翼阵风响应研究. 飞机设计, 2011, (2): 20~24 (Xu X P, Zhang Y J. Study of the wing gust response for based-CFD method. *Aircraft Design*, 2011, (2): 20~24 (in Chinese))
- 10 陈磊, 吴志刚, 杨超. 弹性机翼阵风响应和载荷减缓与风洞试验验证. 工程力学, 2011, 28(6): 212~218 (Chen L, Wu Z G, Yang C etc. Gust response load alleviation and wind-tunnel experiment verification of elastic wing. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(6): 212~218 (in Chinese))

## STUDY ON THE DISCRETE GUST DYNAMIC LOAD AND REPONSES OF TACTICS MISSILES

Wang Liang<sup>1†</sup> Shang Lin<sup>1</sup> Zhao Changjian<sup>1,2</sup> Dai Xinjin<sup>1</sup>

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

(2. National University of Defense Technology, College of Aerospace Science and Engineering, Changsha 410073)

**Abstract** When the tactics missile flies across the discrete gust, its dynamic responses and load were investigated. Firstly, the kinematics equations of the missile were put forward, which took into account the influence of structure dynamic on the additional angle-of-attack of all key section and air helm and the lag effect of the discrete gust on air helm. Secondly, the structure dynamic model of the missile and '1-cos' gust model were established, and the formula of dynamic load was given. At last, the dynamic responses and the load of the missile were studied by example.

**Key words** vibration, mode, discrete gust, dynamic load