

复杂动力学网络的自适应线性广义同步及参数识别*

毕海静¹ 张荣^{1†} 何雪明²

(1. 江南大学理学院, 无锡 214122)(2. 江南大学江苏省食品先进制造装备技术重点实验室, 无锡 214122)

摘要 针对参数未知的复杂动力学网络, 基于 Lyapunov 稳定性理论和 LaSalle 不变原理, 通过设计合适的自适应控制器不仅实现了参数未知的复杂动力学网络之间的线性广义同步, 而且对网络中的未知参数进行了追踪识别. 文中设计的控制器对一类复杂动力学网络有普适性, 并且由于其具有的自适应功能, 使得该控制方法有鲁棒性. 数值仿真结果进一步验证了控制方法的有效性与可行性.

关键词 线性广义同步, 自适应控制, 参数识别, Lyapunov 函数, 复杂动力学网络

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-005

引言

最近 20 多年来, 由于混沌同步的理论价值和其在各个领域中的潜在应用, 使得这方面的研究受到广泛关注, 提出了各种实现完全同步的方法^[1-5], 然而, 在实际应用中, 参数的失配可能破坏完全同步流形, 而且完全同步仅发生在参数空间的某个特定点上, 所以除非在理想条件下它是很难实现的, 进而人们研究许多不同类型的同步^[6-12]. 在各种不同类型的同步中, 广义同步^[13]是指耦合混沌振子之间存在某种函数关系, 可见广义同步是完全同步的推广, 因而广义同步在理论价值和潜在应用方面更有普遍性. 因此广义同步成为研究热点之一, 取得了一些研究结果^[14-16], 这些结果大致可以分为两类: 一是设计适当的控制器使耦合的系统之间满足给定的函数关系; 二是辅助系统方法, 此方法已被广泛用于检测两个耦合的混沌系统的广义同步.

本文的工作可归于第一类, 是针对参数未知的复杂动力学网络, 通过设计合适的自适应控制器实现了复杂动力学网络之间的线性广义同步. 一个复杂动力学网络是由一系列相互连接的节点组成的, 其中每个网络节点是一个动力系统, 它是处理一组相互作用的动力系统的一个很好的工具, 复杂动力学网络广义同步的研究工作包括用拓展辅助系统

的方法来实现复杂网络的广义同步^[17-19], 通过构建适当的响应网络使驱动响应网络之间满足预先给定的函数关系^[20-21]. 最近, Sun 等人研究了已知参数的两个复杂网络之间的线性广义同步^[22], 受此工作启发, 本文探讨了未知参数的复杂动力学网络的自适应线性广义同步. 实际中复杂动力学网络不可避免受到如噪声和参数变动等不确定因素的影响, 因此研究参数未知的不确定复杂动力学网络的同步问题有重要意义. 本文设计的自适应控制器不仅实现了复杂动力学网络之间的线性广义同步, 而且对网络中的未知参数进行了追踪识别, 适用于一类未知参数的复杂动力学网络.

1 问题描述

考虑驱动复杂网络

$$\dot{x}_i = f(x_i) + F(x_i)\Theta_i + \sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma x_j, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中 $x_i(t) = (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{in}(t))^T \in R^n, f(x) : R^n \rightarrow R^n, F(x) : R^n \rightarrow R^{n \times p}$ 为非线性函数, $\Theta_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{ip})^T \in R^p$ 为未知参数矢量. $C = (c_{ij})_{N \times N} \in R^{N \times N}$ 为耦合矩阵, 节点 i 和节点 $j(j \neq i)$ 耦合时, $c_{ij} = 1$; 否则 $c_{ij} = 0(j \neq i)$, 且 $c_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}, i = 1, 2, \dots, N. \Gamma \in R^{n \times n}$ 为内耦合矩阵.

2013-06-28 收到第 1 稿, 2013-08-24 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(51275210); 中央高校基础研究基金项目(JUSRP211A16)

† 通讯作者 E-mail: zhr89@163.com

响应复杂网络

$$\dot{y}_i = Ay_i + Bg(y_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma y_j + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中 $y_i(t) = (y_{i1}(t), y_{i2}(t), \dots, y_{in}(t))^T \in R^n, u_i$ 为控制器。

定义 对驱动网络(1)和响应网络(2),若存在映射 $\varphi: R^n \rightarrow R^n$ 满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y_i(t) - \varphi(x_i(t))\| = 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

则称网络(1)和(2)实现广义同步. 特殊地若 $\phi(x) = Px + Q$ (P 和 Q 是两个常数矩阵), 则称网络(1)和(2)实现线性广义同步.

2 线性广义同步实现

定义线性广义同步误差为

$$e_i = y_i - Px_i - Q \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

定理 假定驱动响应网络(1)(2)满足 $P\Gamma = \Gamma P$ 及以下条件:

- (i) $\|A\| \leq \alpha, \|B\| \leq \beta, \|\Gamma\| = \gamma;$
- (ii) 对任意不同的 $z_1, z_2 \in R^n$, 有常数 L , 使 $\|g(z_1) - g(z_2)\| \leq L\|z_1 - z_2\|$, 若取自适应控制器 u_i 为

$$u_i = Pf(x_i) + \varepsilon_i e_i - Bg(Px_i + Q) - A(Px_i + Q) + PF(x_i)\Theta_i^* \quad (4)$$

其中 $\Theta_i^* = (\theta_{i1}^*, \theta_{i2}^*, \dots, \theta_{ip}^*)^T$ 为未知参数 Θ_i 的估计值, $\varepsilon_i = \text{diag}(\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{in})$ 为自适应反馈强度, 满足自适应规律:

$$\dot{\varepsilon}_{ik} = -\delta_{ik} e_{ik}^2, k = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

参数值由下式追踪识别:

$$\dot{\theta}_{il}^* = -\gamma_{kl} e_{ik} H_{kl}(x_i), \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad l = 1, 2, \dots, p \quad (6)$$

其中 $H(x) = (H_{kl}(x))_{n \times p} = PF(x), \delta_{ik} > 0, \gamma_{kl} > 0$ 为任意常数. 则网络(1)和(2)实现线性广义同步.

证明: 由于 $P\Gamma = \Gamma P$, 并注意到 $\sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma Q = 0$,

则有

$$e_i = \dot{y}_i - P\dot{x}_i = Ay_i + Bg(y_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma y_j + u_i - Pf(x_i) - PF(x_i)\Theta_i - P\sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma x_j =$$

$$Ay_i + Bg(y_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma y_j + Pf(x_i) - Bg(Px_i + Q) - A(Px_i + Q) + PF(x_i)\Theta_i^* - Pf(x_i) - PF(x_i)\Theta_i - P\sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma x_j - \varepsilon_i e_i = Ae_i + \varepsilon_i e_i + B(g(y_i) - g(Px_i + Q)) + PF(x_i)(\Theta_i^* - \Theta_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij}\Gamma e_j$$

构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T e_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^p \frac{1}{\gamma_{kl}} (\theta_{il}^* - \theta_{il})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n \frac{1}{\delta_{ik}} (\varepsilon_{ik} + K)^2$$

其中 K 是大的正常数, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^N e_i^T (Ae_i + \varepsilon_i e_i + B(g(y_i) - g(Px_i + Q))) + \\ & H(x_i)(\Theta_i^* - \Theta_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_j^T c_{ij} \Gamma e_j - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^p (\theta_{il}^* - \theta_{il}) e_{ik} H_{kl}(x_i) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n (\varepsilon_{ik} + K) e_{ik}^2 = \sum_{j=1}^N e_j^T A e_j + \\ & \sum_{j=1}^N e_j^T B (g(y_j) - g(Px_j + Q)) + \\ & \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N c_{ij} e_i^T \Gamma e_j - K \sum_{j=1}^N e_j^T e_j \leq \sum_{j=1}^N (\alpha + L\beta - \\ & K) e_j^T e_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \gamma c_{ij} \|e_i\| \|e_j\| + \\ & \sum_{j=1}^N c_{ii} \lambda_{\min} e_i^T e_i \leq \sum_{j=1}^N (\alpha + L\beta - K + \\ & (N-1)\gamma + c_{ii} \lambda_{\min}) e_i^T e_i \end{aligned}$$

其中 λ_{\min} 为矩阵 $(\Gamma + \Gamma^T)/2$ 的最小本征值. 如果常数 K 充分大就有 $\dot{V} \leq 0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论^[23] 和 LaSalle 不变性原理^[24], 网络(1)和(2)的任何轨迹 $(x_i(t), y_i(t), \Theta_i^*, \varepsilon_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 最终收敛于不变集 $E_i = \{(x_i, y_i, \Theta_i^*, \varepsilon_i) | e_i \equiv 0, \Theta_i^* \equiv \bar{\Theta}_i, \varepsilon_i \equiv \bar{\varepsilon}_i\}, i = 1, 2, \dots, N$, 其中 $\bar{\Theta}_i, \bar{\varepsilon}_i$ 分别为常矢量和常矩阵. 以下证明 $\bar{\Theta}_i = \Theta_i, i = 1, 2, \dots, N$.

事实上, 根据 E_i 中的轨道的不变性, 有 $H(x_i)(\Theta_i^* - \Theta_i) = 0$, 即

$$\sum_{l=1}^p H_{kl}(x_i)(\theta_{il}^* - \theta_{il}) = 0,$$

$$k = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

根据下面的命题, 未知参数会被追踪识别, 定

理证明完毕.

命题 (i) 对于任意给定的 $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, 若 $p = 1$, 且

$$H_{kl_0}(x_i)(\theta_{i0}^* - \theta_{i0}) = 0, l_0 \in \{1, 2, \dots, p\}.$$

则只要同步流型 $y_i = \phi(x_i)$ 使 $H_{kl_0}(x_i) \neq 0$, 就有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_{i0}^* - \theta_{i0}) = 0, i = 1, 2, \dots, N$.

(ii) 若 $p \geq 2$, 则只要同步流型 $y_i = \phi(x_i)$ 使 $\{H_{kl_s}(x_i), l_s \in \{1, 2, \dots, p\}\}$ 线性无关, 则也有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_{i l_s}^* - \theta_{i l_s}) = 0, l_s = 1, 2, \dots, p, i = 1, 2, \dots, N$ 成立.

3 数值仿真

考虑驱动动力学复杂网络的节点为 Lü 系统:

$$\dot{x}_1 = \theta_1(x_2 - x_1), \dot{x}_2 = -x_1 x_3 + \theta_2 x_2, \dot{x}_3 = x_1 x_2 - \theta_3 x_3$$

改写成驱动网络(1)中的系统形式为

$$\dot{x}_i = f(x_i) + F(x_i) \Theta_i,$$

其中

$$f(x_i) = \begin{Bmatrix} 0 \\ -x_{i1} x_{i3} \\ x_{i1} x_{i2} \end{Bmatrix}, F(x_i) = \begin{Bmatrix} x_{i2} - x_{i1} \\ x_{i2} \\ -x_{i3} \end{Bmatrix}$$

响应动力学复杂网络的节点为 Rössler 系统为:

$$\dot{y}_1 = -y_2 - y_3, \dot{y}_2 = y_1 + 0.2y_2,$$

$$\dot{y}_3 = 0.2 + y_3(y_1 - 5.7)$$

改写成网络(2)中的系统形式为

$$\dot{y}_i = Ay_i + Bg(y_i),$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & -5.7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$g(y_i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ y_{i1} y_{i3} + 0.2 \end{pmatrix}$$

取 $N = 5$, 耦合矩阵 $C = (c_{ij})_{5 \times 5}$ 及内耦合矩阵 Γ 分别为

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}.$$

则对应(1)(2)形式的驱动响应网络分别为:

$$\dot{x}_i = f(x_i) + F(x_i) \Theta_i + \sum_{j=1}^5 c_{ij} \Gamma x_j, i = 1, \dots, 5 \quad (7)$$

$$\dot{y}_i = Ay_i + Bg(y_i) + \sum_{j=1}^5 c_{ij} \Gamma x_j + u_i, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (8)$$

有 $\|A\| = 5.7897, \|B\| = 1, \|\Gamma\| = 0.1$, 满足定理条件(i). Lü 系统和 Rössler 系统满足定理条件(ii)^[26]. 在仿真中取线性广义同步中的 $P = \text{diag}(1, -2, 3), Q = [0 \ 0 \ 0]^T$, 误差 $e_{i1} = y_{i1} - x_{i1}, e_{i2} = y_{i2} + 2x_{i1}, e_{i3} = y_{i3} - 3x_{i3}, (i = 1, \dots, 5)$. 根据上面的定理, 自适应控制器 u_i 由(4)式给出, 反馈控制和未知参数识别由如下公式给出:

$$\dot{\epsilon}_{ik} = -\delta_{ik} e_{ik}^2 (k = 1, 2, 3),$$

$$\dot{\theta}_{i1}^* = -\gamma_{i1} (x_{i2} - x_{i1}) e_{i1},$$

$$\dot{\theta}_{i2}^* = 2\gamma_{i2} x_{i2} e_{i2}, \dot{\theta}_{i3}^* = 3\gamma_{i3} x_{i3} e_{i3} (i = 1, \dots, 5)$$

其中

$$(\delta_{ik})_{5 \times 3} = \begin{pmatrix} 3 & 1.8 & 3.6 \\ 1.8 & 2.4 & 1.2 \\ 3 & 0.6 & 2.4 \\ 2.4 & 3.6 & 1.8 \\ 1.8 & 3 & 2.4 \end{pmatrix}, (\theta_{il}^*)_{5 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2.0 & 2.5 \\ 2.5 & 2.0 & 1.0 \\ 1.5 & 0.5 & 1.5 \\ 2.5 & 2 & 1.0 \end{pmatrix}$$

目标参数为 $\Phi_i = (36, 20, 3)$, 选取初值

$$x_i(0) = (1.5 + 0.1i, 8.5 + 0.1i, 3 + 0.1i)^T,$$

$$y_i(0) = (0.1 + 0.1i, 2.0 + 0.1i, 1 + 0.1i)^T,$$

$$\epsilon_i(0) = (0.5 + 0.1i, 15.0 + 0.1i, -2 + 0.1i)^T$$

$$\Theta_i^*(0) = (12 + 0.1i, 2 + 0.1i, 6 + 0.1i)^T,$$

$$i = 1, 2, \dots, 5.$$

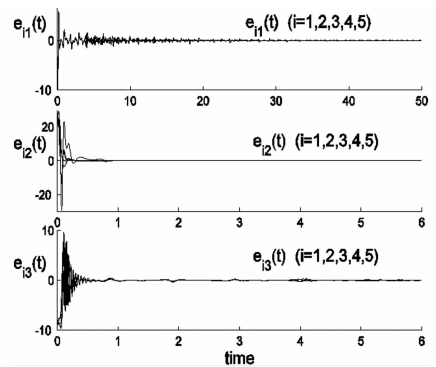


图1 驱动网络(7)和响应网络(8)之间的线性广义同步误差
Fig.1 The time evolution of the linear generalized synchronization errors between drive network (7) and response network (8)

驱动网络(7)和响应网络(8)之间的线性广义同步误差见图1. 从图1可以看到线性广义同步误差收敛于零, 说明两个网络实现了线性广义同步. 未知参数的追踪识别如图2, 从中可看到网络(7)中的未知参数已被准确识别. 在图3中, 给出了驱

动网络(7)和响应网络(8)中第三个节点吸引子的相空间图。

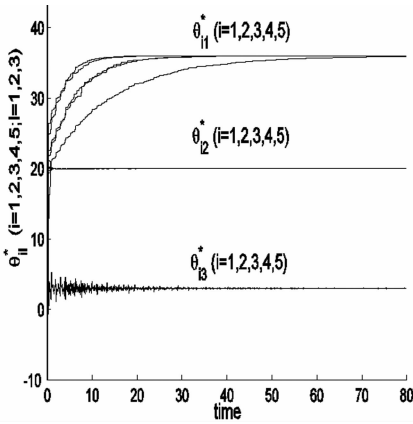


图2 θ_{i1}^* , θ_{i2}^* 和 θ_{i3}^* ($i=1,2,\dots,5$) 的时间演化图

Fig. 2 The time evaluations of θ_{i1}^* , θ_{i2}^* and θ_{i3}^* ($i=1,2,\dots,5$)

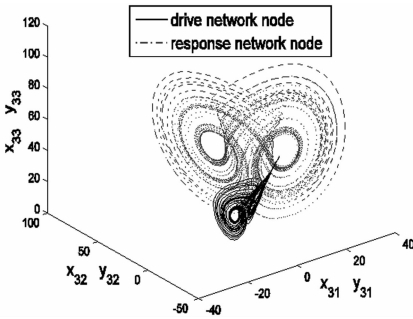


图3 网络(7)(8)中节点和的相空间线性广义同步图

Fig. 3 The phase graphs of linear generalized synchronization nodes and in the networks (7)(8)

4 结论

本文基于 Lyapunov 稳定性理论和 LaSalle 不变原理,针对参数未知的复杂动力学网络,设计了合适的自适应控制器不仅实现了参数未知的复杂动力学网络之间的线性广义同步,而且对网络中的未知参数进行了准确的追踪识别,设计的控制器适用于一类参数未知的复杂动力学网络.由于实际中复杂动力学网络不可避免受到如噪声和参数变动等不确定因素的影响,因此研究参数未知的不确定复杂动力学网络的同步问题有重要意义.本文不仅从理论上严格证明了控制方法的正确性,而且还通过数值仿真结果进一步验证了其有效性和可行性.

参 考 文 献

1 Huang Z X, Ruan J. Synchronization of chaotic systems by

linear feedback controller. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 1998, 3: 27 ~ 30

2 Yu H J, Liu Y Z. Chaotic synchronization based on stability criterion of linear systems. *Physics Letters A*, 2003, 314: 292 ~ 298

3 Anteneodo C, Batista A M, Viana R L. Chaos synchronization in long-range coupled map lattices. *Physics Letters A*, 2004, 326: 227 ~ 233

4 Lu J H, Zhou T S, Zhang S C. Chaos synchroniization between linearly coupled chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2002, 14: 529 ~ 554

5 杨涛,邵惠鹤.一类混沌系统的同步方法.物理学报, 2002, 51(4): 742 ~ 748 (Yang T, Shao H H. Synchronization for a class of chaotic systems. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(4): 742 ~ 748 (in Chinese))

6 王兴元,孟娟.超混沌系统的广义同步化.物理学报, 2007, 56(11): 6288 ~ 6293 (Wang X Y, Meng J. Generalized synchronization of hyperchaos systems. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(11): 6288 ~ 6293 (in Chinese))

7 张丽丽,雷友发.一类不同维混沌广义同步系统的构造定理及其应用.动力学与控制学报, 2009, 7(4): 324 ~ 327 (Zhang L L, Lei Y F. Construction of generalized synchronization for a kind of chaos systems of different dimensions and applications. *Journal of Dynamics and Control*, 2009, 7(4): 324 ~ 327 (in Chinese))

8 Rosenblum M G, Pikovsky A S, Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators. *Physical Review Letters*, 1996, 76: 1804 ~ 1807

9 Rosenblum M G, Pikovsky A S, Kurth J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators. *Physical Review Letters*, 1997, 78: 4193 ~ 4196

10 Xu D. Control of projective synchronization in chaotic systems. *Physical Review E*, 2001, 63: 27201 ~ 27204

11 Zhang R, Yang Y Q, Xu Z Y, Manfeng Hu M F. Function projective synchronization in drive - response dynamical network. *Physics Letters A*, 2001, 374: 3025 - 3028

12 张丽丽,雷友发.自治混沌系统普适广义投影同步理论及应用.动力学与控制学报, 2013, 11(2): 118 ~ 121 (Zhang L L, Lei Y F. Theorem of generalized projective synchronization for any autonomous chaotic systems and applications. *Journal of Dynamics and Control*, 2013, 11(2): 118 ~ 121 (in Chinese))

13 Rulkov N F, Sushchik M M, Tsimring L S, Abarbanel H D I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Physical Review E*, 1995, 51: 980

- ~994
- 14 Abarbanel H D I, Rulkov N F, Sushchik M M. Generalized synchronization of chaos; the auxiliary system approach. *Physical Review E*, 1996, 53: 4528 ~ 4535
- 15 Femat R, Kocarev L, VanGerven L, Monsivais-Perez M E. Towards generalized synchronization of strictly different chaotic systems. *Physics Letters A*, 2005, 342: 247 ~ 255
- 16 Meng J, Wang X Y. Generalized synchronization via nonlinear control. *Chaos*, 2008, 18(2): 023108
- 17 Hung Y C, Huang Y T, Ho M C, Hu C K. Paths to globally generalized synchronization in scale-free networks. *Physical Review E*, 2008, 77: 016202 ~ 016209
- 18 Xu X, Chen Z, Si G, Hu X, Luo P. A novel definition of generalized synchronization on networks and a numerical simulation. *Computers & Mathematics with Applications*, 2008, 56(11): 2789 ~ 2794
- 19 Lü L, Li G, Guo L, Meng L, Zou J R, Yang M. Generalized chaos synchronization of a weighted complex network with different nodes. *Chinese Physics B*, 2010, 19(8): 080507
- 20 Shang Y, Chen M Y, Kurths J. Generalized synchronization of complex networks. *Physical Review E*, 2009, 80: 027201 ~ 027204
- 21 Khan M A. Generalized synchronization of Lorenz chaotic system with star network. *International Journal of Applied Mathematical Research*, 2012, 1(4): 409 ~ 421
- 22 Sun M, Zeng C Y, Tian L X. Linear generalized synchronization between two complex networks. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2010, 15(8): 2162 ~ 2167
- 23 Hale J, Lunel S V. Introduction to functional differential equations. New York: Springer, 1993
- 24 Hassan K K. Nonlinear systems. New Jersey: Prentice Hall, 2002
- 25 Li R H. Exponential generalized synchronization of uncertain coupled chaotic systems by adaptive control. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14: 2757 ~ 2764
- 26 Chen Y H, Chang C H. Impulsive synchronization of Lipschitz chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009, 40: 1221 ~ 1228

ADAPTIVE LINEAR GENERALIZED SYNCHRONIZATION AND PARAMETERS IDENTIFICATION OF COMPLEX DYNAMICAL NETWORKS*

Bi Haijing¹ Zhang Rong^{1†} He Xueming²

(1. School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

(2. Jiangsu Province Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology,
Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract Based on Lyapunov stability theory and LaSalle invariance principle, the theorem of linear generalized synchronization for uncertain complex dynamical networks was proposed, where a suitable adaptive controller was designed. It is shown that the linear generalized synchronization between uncertain complex dynamical networks can be realized, and the parameter update laws for identifying the unknown parameters of complex dynamical network are also gained. The controller is feasible and robust for one kind of uncertain complex networks due to its adaptability. The numerical simulations demonstrate the validity and feasibility of the proposed theorem.

Key words linear generalized synchronization, adaptive control, parameter identification, Lyapunov function, complex dynamical network

Received 28 June 2013, revised 24 August 2013.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(51275210); Central University Basic Research Foundation Program(JUS-RP211A16)

† Corresponding author E-mail: zhr89@163.com