第 12 卷第 4 期 2014 年 12 月
1672-6553/2014/12(4)/315-6

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 12 No. 4
Dec. 2014

# 加速过程偏角不对中轴系横向振动特性研究*

周奇郑† 王德石 张恺

(海军工程大学兵器工程系,武汉 430033)

**摘要** 建立了非稳态油膜力作用下,偏角不对中碰摩轴系的动力学模型,通过引入轴系间的位移约束,由 Lagrange 方程导出了不对中轴系的振动方程,研究了加速条件下,轴系横向振动特性随加速度、偏角不对中量的变化规律. 研究表明:偏角不对中的存在,增强了系统的非线性和运动耦合;偏角不对中、轴承油膜、局部碰摩等因素一起,通过自激励、参数激励和外激励等方式激起了轴系的非线性振动响应;加速工况下,偏角不对中轴系横向振动出现了新的共振特性.

**关键词** 轴系, 偏角不对中, 加速过程, 振动特性

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-082

## 引言

旋转机械中 60% 的故障是由转子不对中与不平衡引起的[1],转子系统出现不对中后,运动过程中不仅将产生一系列不利于设备运行的动态效应,如引起联轴器偏转、转子与定子的碰摩、油膜失稳等,严重影响系统的稳定性. 研究不对中转子系统的振动机理和现象,对提高转子系统运行稳定性、旋转机械故障诊断的准确性,及系统的动力学设计、振动控制等具有极其重要的现实意义.

由制造、安装等误差引起的转子不对中通常是指相邻转子的轴心线与轴承中心线的倾斜或偏移程度[2],分为联轴器不对中和轴承不对中,联轴器不对中又分为平行不对中、偏角不对中和平行偏角不对中;轴承不对中包括偏角不对中和标高变化两种情况,其结果是在联轴节处产生附加弯矩. 多年来,国内外一些学者对转子不对中进行了专门的研究. 理论方面,M. Xu 与 R. D. Marangoni[3] 考虑了大角度偏斜,使用有限元方法并利用模态综合简化计算,比较全面地分析了由力矩激起的偶数倍共振的多次谐波成份. Al – Hussain 等[4,5] 给出了刚性联轴器平行不对中转子横向与扭转振动响应的解析和数值分析,指出稳定条件下平行不对中是扭转和横向振动的激励源,随后又用 Liapunov 直接法得到了弹性联轴器偏角不对中转子系统非线性微分方程的临界稳定准侧,给出了偏角和联轴器刚度对系统稳定区域的影响规律. 李明[6,7] 用 Lagrange 方程建立了不对中转子系统的动力学模型,研究了无量纲偏心量对系统动力学特性的影响,进而研究了具有轴承不对中的多跨柔性转子系统的非线性动力学特性. 实验方面,W. Hu, Patel 等[8,9] 通过实验分析了不对中对转子系统动力学行为的影响,验证了[5] 的部分理论结果,并给出了诊断不对中故障的新方法,但所用模型较简单,还需进一步研究. 最近几年,Ahmed 等[10] 研究了不对中对轴承特性的影响.

本文将研究加速过程偏角不对中轴系横向振动特性. 在偏角不对中情形下,考虑轴承油膜、局部碰摩等因素的耦合作用,进一步计及主动轴角加速度的影响,建立偏角不对中轴系三自由度横向振动方程,由此研究加速条件下,偏角不对中量、加速度对轴系横向振动特性的影响规律.

## 1 偏角不对中轴系横向振动方程

考虑存在不对中偏角的轴系,假定转轴的质量集中在位于刚性联轴器相连两转轴的横跨中心的转盘上,从动轴 $O_2$ 绕主动轴 $O_1$ 同步转动,如图 1 所示. 建立如下坐标系:在轴系的静平衡位置,建立固定坐标系 $O-xy$ 如图 2 所示(图中偏角不对中量

2013-05-29 收到第 1 稿,2013-12-02 收到修改稿.
* 国家自然科学基金青年基金资助项目(51005241)
† 通讯作者 E-mail:zqizheng@sina.cn

$\alpha$ 被放大了)，转盘 1 的坐标位置为 $O_1(x_1, y_1)$，质心坐标位置为 $O'_1(x'_1, y'_1)$，质量 $m_1$，偏心距 $e_1$，与 $x$ 轴夹角 $\varphi_1$；转盘 2 的坐标位置为 $O_2(x_2, y_2)$，质心坐标位置为 $O'_2(x'_2, y'_2)$，质量 $m_2$，偏心距 $e_2$，与 $x$ 轴夹 $\varphi_2$ 角，$l$ 为转轴 2 长度的一半. 根据作用力方程，将转轴刚度、阻尼、轴承非稳态油膜力等效到转盘处，$K_1$、$K_2$、$D_1$、$D_2$ 为转盘处轴的等效刚度与阻尼；$f_{x1}$、$f_{y1}$、$f_{x2}$、$f_{y2}$ 为转盘处的等效油膜力[11]，$F_x$、$F_y$ 为转盘 1 处的碰摩力.

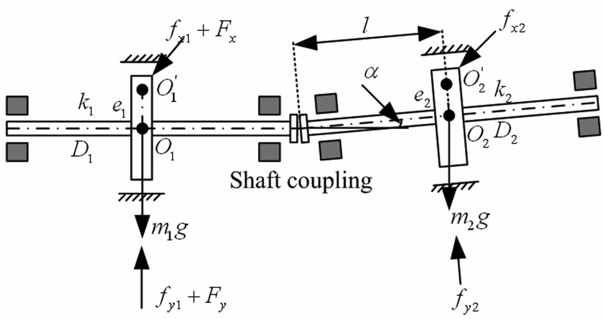


图 1 偏角不对中轴系动力学模型

Fig. 1 The dynamical model of shafting with angular misalignment

由基本假设可得两转轴的运动约束方程为

$$f(x_1, y_1, x_2, y_2) = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - (l\sin\alpha)^2 = 0 \tag{1}$$

由分析力学理论知，式(1)为一完整约束. 由于存在不对中偏角 $\alpha$，从动轴质心坐标可表示为

$$\begin{cases} x_{c2} = (x_2 + e_2)\cos\alpha \\ y_{c2} = (y_2 + e_2)\cos\alpha \end{cases} \tag{2}$$

对于具有完整约束的轴系，由第一类 Lagrange 方程

$$F_i - m_i\ddot{q}_i + \lambda\frac{\partial f}{\partial q_i} = 0, \quad (q_i = x_1, y_1, x_2, y_2) \tag{3}$$

建立图 1 所示轴系的动力微分方程，利用 Lagrange 待定乘子表示的系统振动方程为

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + K_1x_1 + D_1\dot{x}_1 = f_{x1} + F_x + \lambda(x_1 - x_2) + \\ \quad m_1e_1(\dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1 + \ddot{\varphi}_1\sin\varphi_1) \\ m_1\ddot{y}_1 + K_1y_1 + D_1\dot{y}_1 = f_{y1} + F_y + \lambda(y_1 - y_2) + \\ \quad m_1e_1(\dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1 - \ddot{\varphi}_1\cos\varphi_1) - m_1g \\ m_2\ddot{x}_2 + K_2x_2 + D_2\dot{x}_2 = f_{x2} + \lambda(x_2 - x_1) + \\ \quad m_2e_2\cos\alpha(\dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2 + \ddot{\varphi}_2\sin\varphi_2) \\ m_2\ddot{y}_2 + K_2y_2 + D_2\dot{y}_2 = f_{y2} - m_2g + \lambda(y_2 - y_1) + \\ \quad m_2e_2\cos\alpha(\dot{\varphi}_2^2\sin\varphi_2 - \ddot{\varphi}_2\cos\varphi_2) \end{cases} \tag{4}$$

结合约束方程(1)可对式(4)进行求解.

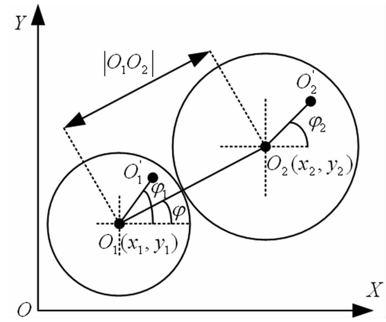


图 2 轴系坐标系

Fig. 2 Coordinate systems of the shafting

由于采用刚性联轴器及假设有 $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1$ 且 $\ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_1$，即两转子同步旋转. 设转盘 1 的初始旋转速度 $\dot{\varphi}_0$、角加速度为 $\beta$，则转盘 1 的旋转角度为

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\beta t^2 + \dot{\varphi}_0 t \tag{5}$$

转盘 2 的旋转角度为

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\beta t^2 + \dot{\varphi}_0 t + \varphi_0 \tag{6}$$

引入无量纲参数如下：

$$\omega_{n1} = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}}, \quad \tau = \omega_{n1}t,$$

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{K_2}{m_1}}, \quad \eta = \frac{\omega_{n2}}{\omega_{n1}},$$

$$\bar{\beta} = \frac{\ddot{\varphi}_1}{\omega_{n1}^2}, \quad \omega = \frac{\dot{\varphi}_1}{\omega_{n1}}, \quad \bar{m} = \frac{m_2}{m_1},$$

$$\bar{e}_1 = \frac{e_1}{c_z}, \quad \bar{e}_2 = \frac{e_2}{c_z},$$

$$\bar{l} = \frac{l}{c_z}, \quad \zeta_1 = \frac{D_1}{\sqrt{K_1m_1}}, \quad \zeta_2 = \frac{D_2}{\sqrt{K_1m_1}},$$

$$X_1 = \frac{x_1}{c_z}, \quad Y_1 = \frac{y_1}{c_z},$$

$$X_2 = \frac{x_2}{c_z}, \quad Y_2 = \frac{y_2}{c_z}, \quad \gamma = \frac{\lambda}{m_1\omega_{n1}^2},$$

$$\bar{g} = \frac{g}{\omega_{n1}^2c_z}, \quad \bar{f}_{x1} = \frac{F_{x1} + F_x}{m_1\omega_{n1}^2c_z}, \quad \bar{f}_{y1} = \frac{F_{y1} + F_y}{m_1\omega_{n1}^2c_z},$$

$$\bar{f}_{x2} = \frac{F_{x2} + F_x}{m_1\omega_{n1}^2c_z}, \quad \bar{f}_{y2} = \frac{F_{y2} + F_x}{m_1\omega_{n1}^2c_z}.$$

记 $(\ )' = d(\ )/d\tau$，$(\ )'' = d(\ )/d\tau^2$，则无量纲化后的约束方程为

$$(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 = (\bar{l}\sin\alpha) \tag{7}$$

由此得消除 Lagrange 待定乘子 $\gamma$ 的轴系振动方程为

$$Mu'' + Du' + Ku = F_0 + F_e + F_\varphi + F_m \tag{8}$$

其中,$\varphi$ 为两转轴轴心连线 $O_1O_2$ 同 $X$ 轴的夹角,如图 2 所示.

$$u = [X_1 \quad Y_1 \quad \varphi]^T,$$

$$M = \begin{bmatrix} 1+\bar{m} & 0 & -\bar{m}\,\bar{l}\sin\alpha\sin\varphi \\ 0 & 1+\bar{m} & \bar{m}\,\bar{l}\sin\alpha\cos\varphi \\ -\bar{m}\sin\varphi & \bar{m}\cos\varphi & \bar{m}\,\bar{l}\sin\alpha \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 1+\eta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1+\eta^2 & 0 \\ -\eta^2\sin\varphi & \eta^2\cos\varphi & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} \zeta_1+\zeta_2 & 0 & -\zeta_2\,\bar{l}\sin\alpha\sin\varphi \\ 0 & \zeta_1+\zeta_2 & \zeta_2\,\bar{l}\sin\alpha\cos\varphi \\ -\zeta_2\sin\varphi & \zeta_2\cos\varphi & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_m = -\begin{bmatrix} 0 \\ (1+\bar{m})\bar{g} \\ \bar{m}\bar{g}\cos\varphi \end{bmatrix}, F_0 = \begin{bmatrix} \bar{f}_{x1}+\bar{f}_{x2} \\ \bar{f}_{y1}+\bar{f}_{y2} \\ \bar{f}_{y2}\cos\varphi - \bar{f}_{x2}\sin\varphi \end{bmatrix},$$

$$F_\varphi = \begin{bmatrix} \bar{m}\,\bar{l}\sin\alpha(\varphi')^2\cos\varphi + \eta^2\,\bar{l}\sin\alpha\cos\varphi \\ \bar{m}\,\bar{l}\sin\alpha(\varphi')^2\sin\varphi + \eta^2\,\bar{l}\sin\alpha\sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F_e. = \begin{bmatrix} \bar{e}(\omega^2\cos\varphi_1 + \bar{\beta}\sin\varphi_1) + \\ \quad \bar{m}\bar{e}_2\cos\alpha(\omega^2\cos\varphi_2 + \bar{\beta}\sin\varphi_2) \\ \bar{e}(\omega^2\sin\varphi_1 - \bar{\beta}\cos\varphi_1) + \\ \quad \bar{m}\bar{e}_2\cos\alpha(\omega^2\sin\varphi_2 - \bar{\beta}\cos\varphi_2) \\ \bar{m}\bar{e}_2\cos\alpha[(\omega^2\sin\varphi_2 - \bar{\beta}\cos\varphi_2)\cos\varphi - \\ \quad (\omega^2\cos\varphi_2 + \bar{\beta}\sin\varphi_2)\sin\varphi] \end{bmatrix}$$

由方程(8)可以看出,偏角不对中情形下,轴系的横向振动方程与 Jeffcott 转子系统的振动方程具有类似的形式,令不对中量 $\alpha$ 及广义坐标 $\varphi$ 为零,即可得到 Jeffcott 转子系统的横向振动方程. 因此,不对中偏角的存在将激发轴系非线性振动响应,其响应的幅值与不对中偏角量直接相关. 然而由于不对中偏角的存在,质量矩阵 $M$、阻尼矩阵 $D$、刚度矩阵 $K$ 是不对中偏角量 $\alpha$、无量纲轴长 $\bar{l}$ 及广义坐标 $\varphi$ 的函数,因此 $M$、$D$、$K$ 均为时变函数;力向量 $F_0$ 含有系统的碰摩力与油膜力及耦合项($\bar{f}_{y2}\cos\varphi - \bar{f}_{x2}\sin\varphi$),$F_m$ 为系统的重力及耦合项($\bar{m}\bar{g}\cos\varphi$),$F_\varphi$ 是由不对中偏角量、转轴质量比及广义坐标引起的,$F_e$ 是系统的偏心量及耦合项. 同时注意到,加速度冲击下,$\varphi_1$、$\varphi_2$ 不再是常数,而是时间的函数;参数激励中三角函数频率也不再是固定的($\varphi_1 = \varphi_2 = \tau$),而变成了变频率的($\varphi_1 = \varphi_2 = f(\tau^2)$),对于这种含有时间 $\tau$ 的非定常的非线性微分方程,很难得到封闭的甚至近似的解析解,因此只能通过数值积分法仿真研究轴系的横向振动特性.

为求解该非定常二阶常微分方程,将式(8)两端同时左乘$[M]^{-1}$,经整理后将轴系的动力学方程表示为

$$u'' = M^{-1}(F_0 + F_e + F_\varphi + F_m - Du' - Ku) \tag{9}$$

其中,

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{2+\bar{m}-\bar{m}\cos2\varphi}{2+2\bar{m}} & -\dfrac{\bar{m}\sin2\varphi}{2+2\bar{m}} & \sin\varphi \\ -\dfrac{\bar{m}\sin2\varphi}{2+2\bar{m}} & \dfrac{2+\bar{m}+\bar{m}\cos2\varphi}{2+2\bar{m}} & -\cos\varphi \\ \dfrac{\sin\varphi}{\bar{l}\sin\alpha} & -\dfrac{\cos\varphi}{\bar{l}\sin\alpha} & \dfrac{1+\bar{m}}{\bar{m}\,\bar{l}\sin\alpha} \end{bmatrix} \tag{10}$$

这是一个具有强非线性的三自由度振动系统,由于非线性油膜力、局部碰摩力及非线性耦合项的影响,该方程一般情况下是非自治的,很难用小参数法、谐波平衡法等解析方法进行求解,因此本文将采用数值法对其求解.

## 2　加速过程偏角不对中轴系横向振动特性

由于方程(10)中含有$(\varphi')^2$、$\cos\alpha\sin\varphi$、$\bar{m}\sin\alpha\sin\varphi$、$\cos\varphi$、$\cos\alpha\sin\varphi_2\cos\varphi$、$\cos\alpha\cos\varphi_2\sin\varphi$ 及油膜力、碰摩力等非线性耦合项,所以应该研究超谐共振、主共振以及亚谐共振特性. 在加速过程中不考虑油膜力与碰摩力的作用,只需在方程(11)中令 $F_0 = 0$,取系统参数 $\bar{m} = 0.6$,$\bar{e}_1 = \bar{e}_2 = 0.4$,$\zeta_1 = \zeta_2 = 0.01$,$\eta = 0.6$,零初始条件,其它参数保持不变,分 3 种情况进行振动分析,获得加速过程轴系振动特性的变化规律.

情形(1)研究 $\alpha = 5\times10^{-4}$ rad,$\bar{\beta} = 5\times10^{-6}$ 情形下的振动特性. 计算轴系加速过程横向振动的时频特性,如图 3、4 所示. 共振曲线表明,当主动轴转速经过 $\omega_{n1}/2$、$\omega_{n1}/2$、$\omega_{n1}$、$\omega_{n2}$、$\omega_{n1}+\omega_{n2}$ 及 $2\omega_{n1}$、$2\omega_{n2}$(分别对应一个固有频率、一个联合共振频率、两个固有频率的半频、两个 1/2 亚谐振频率)附近时,系统产生共振,其中 $\omega_{n1}$ 附近的共振是主共振,最大共振幅值在 24.55 附近. 振动计算结果同时表明,共

振区比较明显,系统在加速过程中不断趋于稳定.

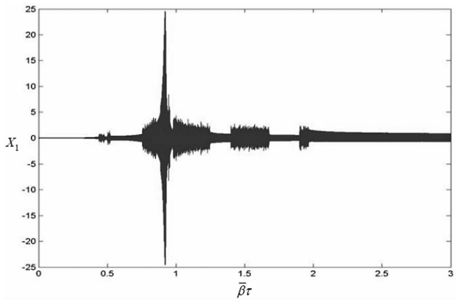


图 3　加速过程横向振动响应($0\sim3\omega_{n1}$)

Fig. 3　The response of lateral vibration during acceleration process($0\sim3\omega_{n1}$)

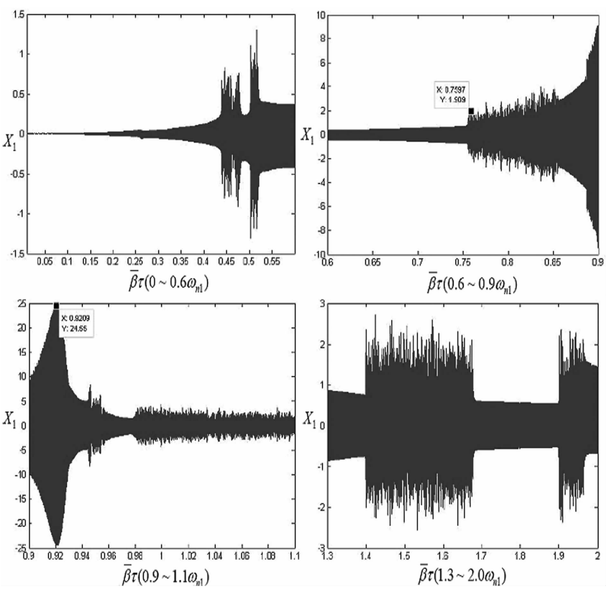


图 4　加速过程横向振动响应

Fig. 4　The responses of the lateral vibration during acceleration process

情形(2)令 $\alpha=5\times10^{-4}$ rad,变化加速度$\bar{\beta}$,研究加速度值轴系横向振动特性的影响. 得到不同加速度下系统的振动特性如图 5 所示. 对比图 5 可以看出,随着加速度的增加,$\omega_{n1}$附近的主共振从未消失,振动幅值不断减小,但共振区域变宽,主共振现象呈现得越来越突出;$\omega_{n2}/2$、$\omega_{n1}/2$、$\omega_{n2}$、$\omega_{n1}+\omega_{n2}$及$2\omega_{n1}$、$2\omega_{n2}$附近的谐振幅值减小. 从总体上来说,若以整个加速过程出现的最大共振峰值为标准,加速度对系统横向振动有抑制作用,可以通过控制主动轴加速度,使系统以较小的振动快速通过加速过程. 主动轴输入加速度增大,导致加速过程共振幅值减小,对应的共振频率增加;导致超谐共振、主共振、亚谐共振峰值所对应的转速滞后,各峰值对应的转速滞后值基本相同,但主共振峰值的减小最明显.

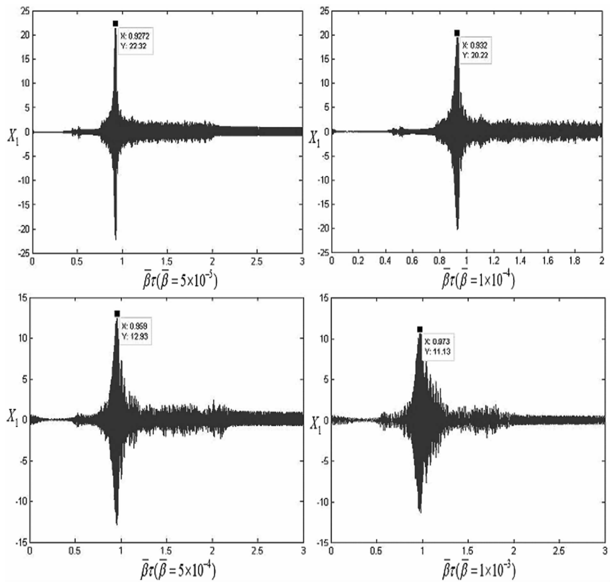


图 5　不同加速度下系统横向振动响应

Fig. 5　The responses of lateral vibration with different angular accelerations

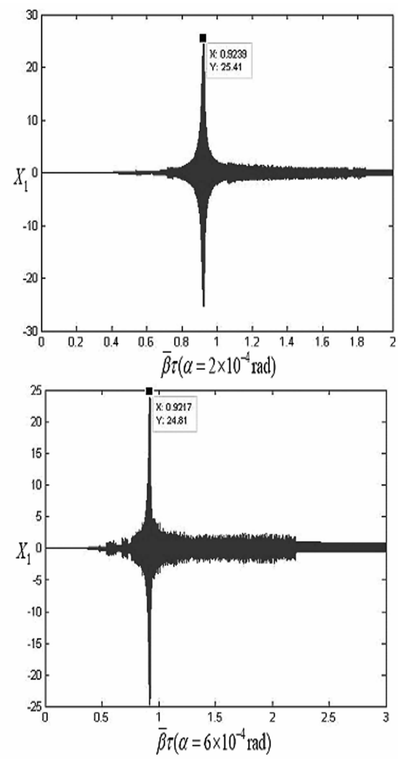


图 6　不同不对中量下系统横向振动响应($\bar{\beta}=1\times10^{-5}$)

Fig. 6　The responses of lateral vibration with different misalignments ($\bar{\beta}=1\times10^{-5}$)

情形(3)令 $\bar{m}=0.5$,$\bar{\beta}=1\times10^{-5}$,变化偏角不对中量 $\alpha$ 的值,研究不对中量对振动特性的影响,得到不同不对中量下的振动响应如图 6 所示. 对比图 6 可以看出,当 $\alpha=2\times10^{-4}$ rad 时,$\omega_{n1}$附近的共

振峰值大小为 25.41,对应的转速为 0.9239,转速达到 $1.8\omega_{n1}$时,系统开始处于稳定;当 $\alpha=6\times10^{-4}$ rad 时,$\omega_{n1}$附近的共振峰值大小为 24.78,对应的转速为 0.9225,转速达到 $2.2\omega_{n1}$时,系统开始处于稳定;其它的共振峰值变化规律与之类似. 可见,增大不对中偏角量,系统主共振的幅值减小,共振频率无偏移,但共振区变宽.

## 3　结论

本文研究了偏角不对中情形下轴系的横向振动特性. 首先,在考虑偏角不对中的基础上,同时考虑了轴承油膜、局部碰摩的耦合作用、以及主动轴角加速度的影响,用第一类 Lagrange 方程处理系统的运动约束,建立了偏角不对中轴系横向振动方程. 然后研究了加速条件下,忽略油膜与碰摩因素,轴系横向振动特性随加速度、偏角不对中量的变化规律. 研究表明:

(1)偏角不对中情形下,轴系横向振动系统是约束条件下 Jeffcott 转子模型的推广. 由于偏角不对中的存在,轴系横向振动系统是强非线性、非定常的、同时含有自激励、参数激励和外激励的三自由度振动系统. 由于偏角不对中与转轴长度结合(即),通过联轴器产生非线性运动约束导致轴系横向振动系统比 Jeffcott 转子动力学模型描述的振动系统少了一个自由度.

(2)偏角不对中的存在,增强了系统的非线性和运动耦合(如、$\bar{l}\sin\alpha$,$\bar{e}_2\cos\alpha$);偏角不对中、轴承油膜、局部碰摩等因素一起,通过自激励、参数激励和外激励等方式激起了轴系的非线性振动响应.

(3)加速工况下,偏角不对中轴系横向振动出现了新的共振特性. 当主动轴转速经过 $\omega_{n2}/2$、$\omega_{n1}/2$、$\omega_{n1}$、$\omega_{n2}$、$\omega_{n1}+\omega_{n2}$及 $2\omega_{n1}$、$2\omega_{n2}$(分别对应一个固有频率、一个联合共振频率、两个固有频率的半频、两个 1/2 亚谐振频率)附近时,系统产生共振,其中$\omega_{n1}$附近的共振是主共振情况. 加速度通过不对中作用影响轴系振动特性,加速度增大使共振频率滞后,共振区变宽,共振幅值减小,但轴系在加速过程中总是不断趋于稳定. 不对中偏角量增大,系统主共振的幅值减小,共振频率无偏移,但共振区变宽.

## 参　考　文　献


1　Jack son C. Successful shaft hot-aligment. *Hydrocarbon Processing*, 1969, 39: 110 ~ 123

2　闻邦椿, 顾家柳, 夏松波等. 高等转子动力学-理论、技术与应用. 北京: 机械工业出版社, 1999(Wen B C, Gu J L, Xia S B. Advanced rotor dynamic-theory, technology and application. Beijing: Mechanical Industry Press, 1999(in Chinese))

3　Xu M, Marangoni R D. Vibration analysis of a rotor-flexible coupling-rotor system subjected to misalignment and unbalance-part I: theoretical model and analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 176(5): 663 ~ 679

4　Al-Hussain K M, Redmond I. Dynamic response of two rotors connected by rigid mechanical coupling with parallel misaligment. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 249(3): 483 ~ 498

5　Al-Hussain K M. Dynamic stability of two rigid rotors connected by a flexible coupling with angular misalignment . *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 266: 217 ~ 234

6　李明. 平行不对中转子系统的非线性动力学行为. 机械强度, 2005, 27(5): 580 ~ 585 (Li M. Nonlinear dynamic behavior of parallel- misaligned rotor system. *Journal of Mechanical Strength*, 2005, 27(5): 580 ~ 585(in Chinese))

7　李明,阿梅. 具有轴承不对中的多跨柔性转子系统非线性动力学研究. 动力学与控制学报,2012,9(4): 309 ~ 313 (Li M, A M. Nonlinear dynamic of flexible multi-rotor system supported on misaligned journal bearing. *Journal of Dynamics and Control*, 2012,9(4): 309 ~ 313(in Chinese))

8　Hu W, Miah H, Feng N S, et al. A rig for testing lateral misalignment effects in a flexible rotor supported on three or more hydrodynamic journal bearings. *Tribology International*, 2000, 33 :197 ~ 204

9　Tejas H, Patel, Ashish K. Darpe experimental investigations on vibration response of misaligned rotors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23: 2236 ~ 2252

10　Ahmed A M, El-Shafei A. Effect of misalignment on the characteristics of journal bearings. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2008, 130(4) ,042501

11　徐小峰, 张文. 一种非稳态油膜力模型下刚性转子的分叉混沌特性. 振动工程学报, 2000, 13(2): 247 ~ 253(Xu X F, Zhang W. Bifurcation and shaos of rigid unbalance rotor in short bearing under an unsteady oil film force model. *Journal of Vibration Engineering*, 2000, 13(2): 247 ~ 253(in Chinese))

# LATERAL VIBRATION CHARACTERTICS ANALYSIS OF SHAFTING WITH ANGLE MISALIGNMENT IN ACCELERATING PROCESS *

Zhou Qizheng† Wang Deshi Zhang Kai
(*Naval University of Engineering*, *Wuhan* 430033, *China*)

**Abstract** The dynamic model of shafting with angle misalignment was given under unsteady oil film forces and impact/rub forces, and the dynamic equations were derived by Lagrange equations using displacement restrain condition. Then the lateral vibration characteristics were given in accelerating process. The results indicate that the shafting lateral vibrations are a strongly nonlinear and non – stationary 3 – Dof vibration system including self – excited, parametric and forcing excitation due to angler misalignment. The misalignments bring some new nonlinear and coupled terms to the systems, which results in some new resonant frequencies, including super – harmonic resonance, sub – harmonic resonance and combination resonance.

**Key words** shafting, angle misalignment, accelerating process, vibration characteristics

Received 29 May 2013, revised 2 December 2013.
* The project supported by the National Natural Science Foundation of China((51005241)
† Corresponding author E-mail: zqizheng@ sina. cn