# 基于非线性消振器的空间结构被动振动抑制

杨凯1 张业伟<sup>1,2</sup> 陈立群<sup>1†</sup> 丁虎<sup>1</sup> 臧健<sup>2</sup>

(1.上海大学应用数学和力学研究所,上海 200072)(2.沈阳航空航天大学航空航天工程学部,沈阳 110136)

摘要 研究了空间结构振动抑制的被动非线性消振方法.提出了适用于空间环境的非线性消振器结构及动 力学模型,该结构通过引入磁力实现空间环境下航天器结构的振动抑制.然后,从理论上建立了含有非线性 消振器的空间悬臂梁结构动力学模型,并通过 Galerkin 截断及数值分析方法分析了瞬态激励下非线性消振 器对空间悬臂梁结构的被动振动抑制效果.仿真结果表明,该被动非线性消振器对系统的能量耗散率可以 达到92%,可以实现非常好的振动抑制效果,能够适应空间环境,并提高航天系统的可靠性.

关键词 非线性消振器, 磁力, 被动控制, 非线性动力学

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-059

## 引言

航天器中的干涉仪、对地凝视相机、空间望远 镜等某些敏感部件的精度要求越来越高,因而对于 航天器中这些敏感部件的在轨微振动控制也受到 越来越多科学研究人员的关注<sup>[1-2]</sup>.在计算机技术 和测控技术发展的推动下,振动主动控制技术有了 长足进步,已在航空航天领域得到了一些成功应 用.然而主动控制需要外加能源,且对于航天器大 型柔性结构,达到振动主动控制所需推力的作动器 通常价格昂贵、能耗巨大、体积和重量也非常可观. 因此,对于不利的振动扰动,目前国内外多数仍采 用被动抑制的方式来实现振动控制.动力吸振器因 其独特的优势,已经被广泛应用于被动控制领域. 然而该设备虽然简单易用,但却只在一个特定的频 率附近有用.

近年来,非线性消振器(nonlinear energy sink, NES)作为非线性吸振器领域的研究热点,得到了 深入和广泛的研究.文献[3]最先提出了非线性消 振器的概念,即一类刚度为硬化立方刚度的非线性 吸振子,并分析了其作为吸振器的潜在价值.文献 [4]通过数值计算验证了非线性消振器的靶能量 传递(Targeted energy transfer,TET)现象,并具有优 越的宽频吸振性能.文献[5-7]通过实验研究了 NES 的减震效果,并验证了部分理论成果.文献 [8]研究了范德波尔振子连接 NES 的自激振动和 分叉. 文献 [9] 对含有非线性阻尼, 特别是准周期 分段二次阻尼的 NES 进行了研究. 文献 [10] 提出 了靶能量传递主要由1:1内共振引起的假设,对连 接了 NES 的两自由度线性结构进行了研究,通过 数值解与解析解的比较,发现在其两个1:1内共振 间存在大量次谐振. 文献 [11] 对两自由度的非线 性吸振器进行了研究,并给出了两自由度非线性吸 振器的质量、阻尼、刚度等参数的设计方法. 文献 [12] 对能量从线性振子到非线性振子的传递及反 向传递进行了研究,在靶能量传递的作用下主结构 中的振动能量不可避免地传递至 NES 并在其中耗 散. 文献 [13] 研究了 NES 对悬臂梁及索的一维振 动控制,并与传统的线性吸振器进行了比较. 文献 [14]对 NES 立方刚度设计进行了研究,提出了设 计可实现靶能量传递的立方刚度的方法. 文献 [15]研究了外界激励下,带有立方刚度项的 NES 对悬臂梁结构的振动抑制效果并对 NES 各个参数 进行了优化设计. 文献 [16] 提出了一种新型的 NES 设计,通过引入磁力提高了 NES 的振动抑制 效果.

本文提出了一种适用于空间环境结构的非线 性消振装置,克服了立方非线性刚度弹簧难于实现 的问题,可靠性高.从理论上建立了含有非线性消 振器的空间悬臂梁结构动力学模型,并通过 Galer-

<sup>2014-07-08</sup> 收到第1稿,2014-07-14 收到修改稿.

kin 截断及数值分析方法分析了瞬态激励下非线性 消振器对空间悬臂梁结构的被动抑制效果. 仿真结 果表明,该非线性能量消振器可以实现较高的能量 耗散率,并且对于需要减震的结构频率几乎没有影 响,可以达到很好的振动抑制效果.

## 1 非线性消振装置结构及动力学模型

图 1 所示为引入了非对称的非线性磁力的 NES 结构. 图中, a 为可以实现电磁屏蔽的 NES 基 座,通过基座将 NES 连接到需要消振的结构; b 为 两对并排放置, 半径、厚度、磁铁间距等参数均经过 设计的永磁铁, 两端的两个永磁铁与基座 1 固连, 中间的两块永磁铁与质量块 3 固连, 两对永磁铁之 间均为排斥力; c 为质量块; d 为导轨, 实现质量块 运动导向的作用; e 为肋板; f 为阻尼材料.



图 1 引入非对称的非线性磁力的 NES 模型 Fig. 1 NES based on asymmetric nonlinear magnet force

考虑一个受瞬态激励载荷并连接有图 1 所示的 NES 的空间悬臂梁模型,其中 a 为固定值,如图 2 所示.



图 2 含有 NES 的空间悬臂梁结构动力学模型 Fig. 2 cantilever beam structure coupled with nonlinear energy sink

由于空间环境中没有重力的影响,因此,根据 欧拉伯努利梁理论,建立方程如下:

$$EIy_{xxxx}(x,t) + My_{tt}(x,t) + \varepsilon \beta y_{t}(x,t) + \varepsilon C[y_{t}(d,t) - iw(t)]$$
  

$$\delta(x-d) = -F(t)\delta(x-s) + (F_{mag1} - F_{mag2})\delta(x-d)$$
  

$$\varepsilon M \ddot{w}(t) + \varepsilon C[w(t) - y_{t}(d,t)] = (F_{mag2} - F_{mag1})\delta(x-d)$$
(1)

其中, E 和 EI 分别是悬臂梁的杨氏模量和弯曲刚度, M 为悬臂梁的质量,  $\beta$  和 C 是阻尼系数,  $\delta(x - d)$  是 Dirac 函数, s 和 d 分别是外载荷施加的位置和安装 NES 的位置,  $\varepsilon \ll 1$ ,  $F_{magl} = F_{mag2}$ 分别为上下两对磁铁间的磁力. 计算磁力的公式为:

$$F_{\rm mag} = C_m \left[ \frac{1}{d^2} + \frac{1}{(d+2L_{\rm mag})^2} - \frac{2}{(d+L_{\rm mag})^2} \right]$$
$$C_m = \frac{B_{\rm mag}^2 A_m^2 (L_{\rm mag} + R_{\rm mag})^2}{\pi \mu L_{\rm mag}^2}$$
(2)

其中,d为两磁铁间的距离, $L_{mag}$ 为两圆片形磁铁的 厚度, $R_{mag}$ 为底面半径, $B_{mag}$ 为剩余磁感应强度, $\mu$ 为 磁导率, $A_m$ 为磁铁间公共作用面积. 悬臂梁的第 n阶振型  $\phi_n$ 和频率  $\omega_n$  是:

$$\phi_n(x) = A_n \{ [\sin(\beta_n L) - \sinh(\beta_n L)] \times [(\sin(\beta_n x) - \sinh(\beta_n x))] + [\cos(\beta_n L) + \cos(\beta_n L)] [(\cos(\beta_n x) - \cosh(\beta_n x))] \}$$

$$\omega_{n} = \beta_{n}^{2} \sqrt{\frac{EI}{M}}$$

$$A_{n} = \left\{ \int_{x=\infty}^{L} M \left[ \frac{\phi_{n}(x)}{A_{n}} \right]^{2} dx \right\}^{-\frac{1}{2}}$$
(3)

其中, $A_n$ 和 L分别是梁的振幅和长度. $\beta_n$ 通过解以下方程得出:

 $\cos(\beta_n L)\cosh(\beta_n L) = -1$ 

为了将方程(1)转化为无量纲形式,定义无量 纲参数如下所示:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y} = \frac{y}{L}, \bar{w} = \frac{w}{L}, \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}}, \bar{\beta} = \beta \frac{L^2}{\sqrt{EIM}},$$
$$\overline{C} = C \frac{L^2}{\sqrt{EIM}}, \overline{F}(\tau) = F(t) \frac{L^3}{EI},$$
$$\overline{F}_{mag1} = F_{mag1} \frac{L^3}{EI}, \overline{F}_{mag2} = F_{mag2} \frac{L^3}{EI}$$

将这些无因次变量引入方程(1)中,方程(1)变形 为如下形式:

$$\bar{y}_{_{\bar{x}\bar{x}\bar{x}\bar{x}}}(\bar{x},\tau) + \bar{y}_{_{\tau\tau}}(\bar{x},\tau) + \bar{\varepsilon}\beta\bar{y}_{_{\tau}}(\bar{x},\tau) +$$

$$\varepsilon \overline{C} \left[ \overline{y}_{\tau} \left( \frac{d}{L}, \tau \right) - \overline{w}(\tau) \right]$$
  
$$\delta(\overline{x} - \frac{d}{L}) = -F(\tau)\delta(\overline{x} - \frac{s}{L}) +$$
  
$$(\overline{F}_{mag1} - \overline{F}_{mag2})\delta(\overline{x} - \frac{d}{L})$$
  
$$\varepsilon \overline{w}(\tau) + \overline{\varepsilon} \overline{C} \left[ \overline{w}(\tau) - \overline{y}_{\tau} \left( \frac{d}{L}, \tau \right) \right] =$$
  
$$(\overline{F}_{mag2} - \overline{F}_{mag1})\delta(\overline{x} - \frac{d}{L})$$
(4)

采用 Galerkin 截断将运动方程写成一组有限 个差分方程.由于悬臂梁五阶以后的模态对系统影 响非常小,截取悬臂梁前五阶模态就已经可以达到 所要求的精度,因此,只截取悬臂梁前五阶模态.位 移可以表示为如下形式:

 $\bar{y}(\bar{x},\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n(\tau) \Phi_n(\bar{x})$ 通过正交化后,最终得到的方程如下所示:

$$b_{jh}\ddot{q}_{h}(\tau) + \varepsilon\beta b_{jh}\dot{q}_{h}(\tau) + b_{sh}q_{h}(\tau) + \varepsilon\overline{C}\left[\sum_{r=0}^{\infty}\dot{q}_{r}(\tau)\phi_{r}(\frac{d}{L}) - \dot{\overline{w}}(\tau)\right]$$

$$\phi_{h}(\frac{d}{L}) = -\overline{F}(\tau)\phi_{h}(\frac{s}{L}) + (\overline{F}_{mag1} - \overline{F}_{mag2})\phi_{h}(\frac{d}{L}), \quad h = 0, \cdots, \infty$$

$$\varepsilon\overline{w}(\tau) + \varepsilon\overline{C}\left[\dot{\overline{w}}(t) - \sum_{r=0}^{\infty}\dot{q}_{r}(\tau)\phi_{r}(\frac{d}{L})\right] = (\overline{F}_{mag2} - \overline{F}_{mag1})\sum_{r=0}^{\infty}\phi_{h}(\frac{d}{L}) \quad h = 0, \cdots, \infty$$
(5)

## 2 仿真结果

图 2 中, 
$$F(t) = BHeaviside\left(\frac{T}{2} - t\right)\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$
, B

=11, T = 0.3, L = 0.1,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $r_1 = 0.021$ ,  $r_2 = 0.004$ ,  $a_1 = 1.25$ ,  $a_2 = 0.015$ , a = 1.5为固定值.图 3 为空间悬臂梁结构在瞬态激励的条件下, NES 处于 工作与非工作状态两种情况下, 悬臂梁端部的时域 响应结果比较.因悬臂梁端部为最大位移处, 为了 更好地检验 NES 的消振效果, 激励力与 NES 都加 在悬臂梁端部.由图可见, NES 在工作状态下, 可以 实现悬臂梁振动幅值的大幅衰减, 并显著缩短振动 衰减时间.

图 4 与图 5 分别为空间悬臂梁结构在同样的 瞬态激励的条件下,NES 处于非工作与工作状态两 种情况下,通过快速傅里叶变换即 FFT 得出的悬臂 梁端部的频域响应分析结果.由图可见,NES 在工 作状态下,在实现悬臂梁振动幅值的大幅衰减的同 时,对悬臂梁振动频率几乎没有影响.图6为空间 悬臂梁结构在瞬态激励的条件下,NES 处于工作状 态时,NES 对于外界输入能量的能量耗散率分析结 果.由图可见,对于处于瞬态激励下的含有非线性 消振器的空间悬臂梁结构,当 NES 工作时,对于外 界输入能量的能量耗散率达到了 90% 以上,由此 可以看出 NES 具有非常良好的振动抑制效果.



Fig. 3 Transient response of the cantilever beam in Time domain



#### 图 4 NES 非工作状态瞬态响应频域结果









## 3 小结

本文提出了一种适用于空间环境结构的非线 性消振装置,通过引入非线性磁力来代替现实中比 较难于实现的非线性弹簧,并将其应用于空间悬臂 梁结构中.建立了含有非线性消振器的空间悬臂梁 结构动力学模型并进行了数值仿真分析.通过数值 仿真分析结果可以看出,该 NES 对外界激励下悬 臂梁振动具有非常好的振动抑制效果,并且对悬臂 梁振动频率几乎没有影响.因此,该 NES 可以很好 地应用于空间环境下航天器结构的振动抑制当中. 并且由于该 NES 结构简单,更加容易实现,因此具 有更加广泛的应用前景.

## 参考文献

- 1 徐鹏,黄长宁,王涌天,郝群. 卫星振动对成像质量影响 的仿真分析. 宇航学报, 2003(03):259~263 (Xu P, Huang C N, Wang Y T, Hao Q. Modulation transfer function in push-broom camera limits resulting from mechanical vibration. *Journal of Astronautics*, 2003(03):259~263 (in Chinese))
- 2 庞世伟,杨雷,曲广吉.高精度航天器微振动建模与评估 技术最近进展.强度与环境,2007(12):1~9(Pang S W, Yang L, Qu G J. New development of micro - vibration integrated modeling and assessment technology for high performance spacecraft. *Structure & Environment Engineering*, 2007(12):1~9(in Chinese))
- 3 Vakakis A F. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. Transactions-American Society of Mechanical Engineers. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001. 123(3): 324 ~ 332

- 4 Gourdon E. Lamarque C H. Energy pumping with various nonlinear structures: numerical evidences. Nonlinear Dynamics, 2005, 40(3): 281 ~ 307
- 5 McFarland D M, Bergman L A, Vakakis A F. Experimental study of nonlinear energy pumping occurring at a single fast frequency. *Journal of Non-Linear Mechanics*, 2005: 891~899
- 6 Kerschen G, McFarland D M, Jeffrey J K, et al. Experiment demonstration of transient resonance capture in a system of two coupled oscillators with essential stiffness nonlinearity. *Journal of Sound and Vibration*, 2007,299(4/5): 822 ~ 838
- 7 Lee Y, Kerschen G, McFarland D M, et al. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 2: experiments. *AIAA Journal*, 2007, 45(10):2391 ~ 2400
- 8 Gendelman O, Bar T. Bifurcations of self excitation regimes in a Van der Pol oscillator with a nonlinear energy sink. *Physica D*: *Nonlinear Phenomena*, 2010,239(3/4): 220 ~ 229
- 9 Starosvetsky Y, Gendelman O. Vibration absorption in systems with a nonlinear energy sink: Nonlinear damping. Journal of Sound and Vibration, 2009,324(3/4/5):916 ~ 939
- 10 Starosvetsky Y, Gendelman O. Interaction of nonlinear energy sink with a two degrees of freedom linear system: internal resonance. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(10):1836~1852
- 11 张也弛,孔宪仁,杨正贤,张红亮.非线性吸振器的靶能 量传递及参数设计.振动工程学报,2011(04):111~117 (Zhang Y C, Kong X R, Yang Z X, Zhang H L. Targeted energy transfer and parameter design of a Nonlinear vibration absorber. *Journal of Vibration Engineering*, 2011 (04):111~117(in Chinese))
- 12 Costa S, Hassmann C, Balthazar J, et al. On energy transfer between vibrating systems under linear and nonlinear interactions. *Nonlinear Dynamics*, 2009, 57(1/2):57 ~ 67
- 13 徐弈. 基于非线性能量吸振器的结构一维振动抑制分析[硕士学位论文]. 杭州:浙江大学,2013(Xu Y. Analysis on suppression of structural one dimensional vibration via nonlinear energy sink absorber[Master' Thesis]. Hang-zhou: Zhejiang University, 2013 (in Chinese))
- 14 张也弛,孔宪仁.非线性耦合振子间产生靶能量传递的 初始条件.哈尔滨工业大学学报,2012(07):21~26

15 Ahmadabadi Z N, Khadem S E. Nonlinear vibration con-

trol of a cantilever beam by a nonlinear energy sink. Journal of Mechanism and Machine Theory, 2012:134 ~ 149

16 Mohammad A AL-Shudeifat. Asymmetric magnet-based nonlinear energy sink. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2013(08):1~17

## SPACE STRUCTURE VIBRATION CONTROL BASED ON PASSIVE NONLINEAR ENERGY SINK

Yang Kai<sup>1</sup> Zhang Yewei<sup>1,2</sup> Chen Liqun<sup>1†</sup> Ding Hu<sup>1</sup> Zang Jian<sup>2</sup>

Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China)
 Faculty of Aerospace Engineerings, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

**Abstract** This paper investigated the passive nonlinear vibration control method used for energy absorbing in structures of spacecrafts. The structure and the dynamic model of the nonlinear energy sink which could adapt to the space environment were proposed. As nonlinear spring could not be acquired easily in reality, we proposed a new design for the NES based on employing an asymmetric NES force which was generated by two pairs of aligned permanent magnets. Then, the dynamic model for a cantilever beam structure coupled with nonlinear energy sink had been built theoretically. In addition, the passive vibration suppression effect of the nonlinear energy sink on the cantilever beam structure under transient excitation had been analyzed through Galerkin method and numerical analysis method. The results showed that the NES acquired up to 92% dissipation of the system energy imposed by shock excitation, hence the NES could adapt to the space environment and improve the reliability of space system.

Key words nonlinear energy sink, magnet force, passive control, nonlinear dynamics

Received 8 July 2014, revised 14 July 2014.

 $<sup>\</sup>dagger$  Corresponding author E-mail:lqchen@ staff. shu. edu. cn